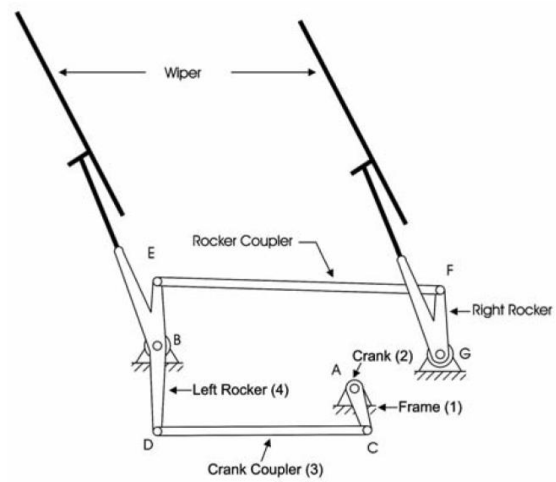
1. Considere el mecanismo de cuatro barras que es mostrado a continuación.



Haga lo siguiente:

a) Dibuje el diagrama cinemático y determine el número de grados de libertad de este mecanismo.

b) Empleando el criterio de Grashof establezca si el mecanismo de cuatro barras tiene al menos un eslabón que puede rotar 360° y diga en que categoría entra este mecanismo de cuatro barras. Considere que el eslabón 2 tiene una dimensión de 5 cm, que el 1 tiene una dimensión de 21.83 cm, que el 3 tiene una dimensión de 25 cm, y que el cuatro tiene una dimensión de 7.5 cm

c) Sí se conoce que la posición angular del eslabón 1 es de 349.54° y que la posición angular del eslabón 2 es de 270°; determine gráfica y analíticamente (a través del método de ecuaciones de lazo cerrado) la posición angular del eslabón 3 y del eslabón 4. Aquí las posiciones angulares se están considerando como positivas en sentido anti horario.

d) Determine analíticamente (a través del método de ecuaciones de lazo cerrado) la velocidad angular del eslabón 3 y del eslabón 4. Considere que el eslabón 2 presenta una velocidad angular constante de 25 rad/s.

e) Determine analíticamente (a través del método de ecuaciones de lazo cerrado) la aceleración angular del eslabón 3 y del eslabón 4.

Suposiciones: el eslabón 2 está siendo accionado, el eslabón 1 constituye el marco y esta estático, los eslabones 2, 3, y 4 presentan movimiento rotacional puro (velocidades y aceleraciones lineales son cero), y todos los eslabones del mecanismo son rígidos.

Ecuaciones básicas:

$$M = 3(n-1) - 2j_p - j_h, \qquad s + l \leq p + q, \qquad \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{r_i} = 0,$$

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{r_i}\right) = 0, \qquad \frac{d^2}{dt^2}\left(\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{r_i}\right) = 0$$

Desarrollo:

a) Dibuje el diagrama cinemático y determine el número de grados de libertad de este mecanismo.

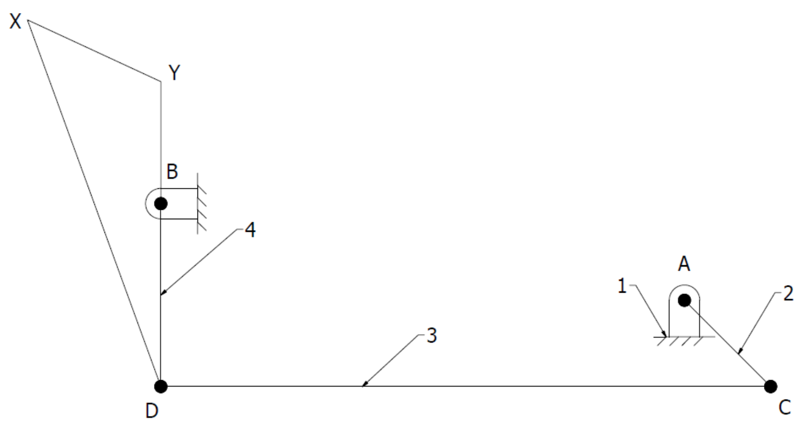


Diagrama cinématico

En este mecanismo hay 4 eslabones ($n = 4$), 4 juntas primarias ($j_p = 4$), y ninguna de orden superior.

$$M = 3(4-1) - 2(8) = 1$$

b) Empleando el criterio de Grashof establezca si el mecanismo de cuatro barras tiene al menos un eslabón que puede rotar 360° y diga en que categoría entra este mecanismo de cuatro barras.

Empleando el criterio de Grashof se tendrá que:

$$s + l \leq p + q$$

$$5 + 25 > 21.83 + 7.5$$

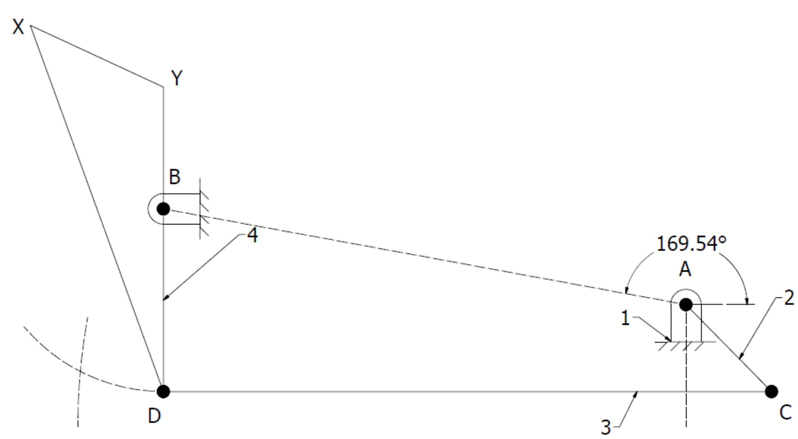
Por lo tanto la desigualdad no se cumple y no se tiene ningún eslabón que puede completar una rotación completa. Este mecanismo entra dentro de la categoría de triple balancín.

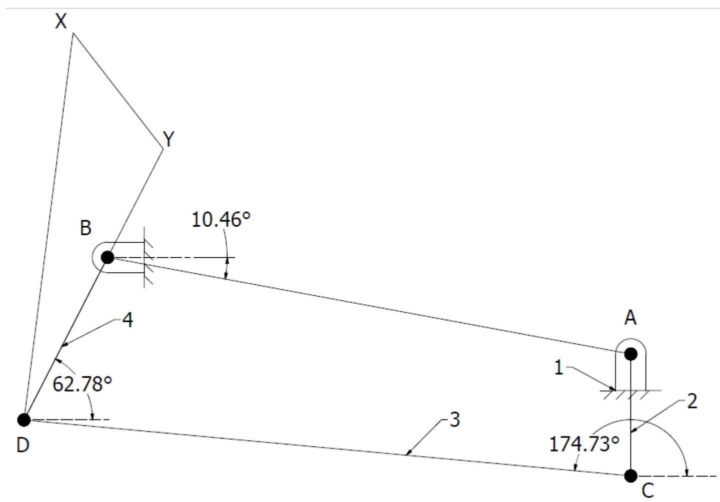
TABLE 1.2 Categories of Four-Bar Mechanisms

Case	Criteria	Shortest Link	Category
1	$s + l < p + q$	Frame	Double crank
2	$s + l < p + q$	Side	Crank-rocker
3	$s + l < p + q$	Coupler	Double rocker
4	$s + l = p + q$	Any	Change point
5	$s + l > p + q$	Any	Triple rocker

c) Sí se conoce que la posición angular del eslabón 1 es de 349.54° y que la posición angular del eslabón 2 es de 270°; determine gráfica y analíticamente (a través del método de ecuaciones de lazo cerrado) la posición angular del eslabón 3 y del eslabón 4. Aquí las posiciones angulares se están considerando como positivas en sentido anti horario.

<u>Método gráfico</u>



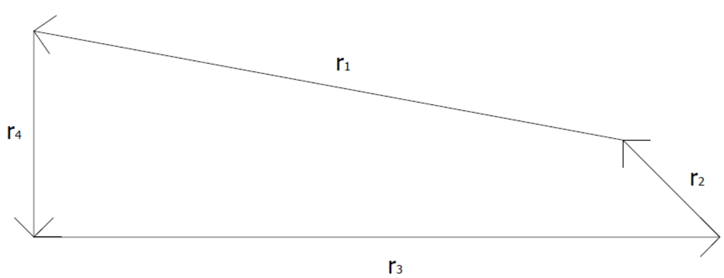


Por lo tanto:

$$\theta_3 \cong 174.73°, \qquad \theta_4 \cong 62.78°$$

<u>Método analítico</u>

Para este mecanismo de cuatro barras el esquema de lazo cerrado seria el siguiente:



$$\sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{r_i} = 0$$

Para la configuración de interés:

$$\boldsymbol{r_1}(\boldsymbol{t}) = 0.2183(\cos(349.54)\,,\sin(349.54))^T$$

$$\boldsymbol{r_2}(\boldsymbol{t}) = 0.05(\cos(270)\,,\sin(270))^T$$

$$b_x = -0.2183\cos(349.54) - 0.05\cos(270)$$

$$b_x \cong -0.2147$$

$$b_y = -(0.2183)\sin(349.54) - 0.05\sin(270)$$

$$b_y \cong 0.0896$$

$$|b| = \sqrt{{b_x}^2 + {b_y}^2} \cong 0.2327\, m$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b_y}{b_x}\right) \cong 157.35°$$

Consecuentemente, de las ecuaciones deducidas para el cuarto caso durante el tercer tema:

$$0.25\sin(157.35 - \theta_3) + 0.075\sin(157.35 - \theta_4) = 0$$

$$0.25\cos(157.35 - \theta_3) + 0.075\cos(157.35 - \theta_4) = 0.2327$$

A partir de este sistema de ecuaciones no lineales se encuentra que:

$$\theta_3 \cong 174.8°, \qquad \theta_4 \cong 62.87°$$

d) Determine analíticamente (a través del método de ecuaciones de lazo cerrado) para la configuración del inciso c) la velocidad angular del eslabón 3 y del eslabón 4. Considere que el eslabón 2 presenta una velocidad angular constante de 25 rad/s.

De las ecuaciones deducidas para el cuarto caso durante el cuarto tema:

$$b_x = -(|r_1(t)|\cos(\theta_1(t)) + |r_2(t)|\cos(\theta_2(t)))$$

$$\dot{b}_x = -\big(|\dot{r}_1(t)|\cos(\theta_1(t)) - |r_1(t)|\dot{\theta}_1(t)\sin(\theta_1(t)) + |\dot{r}_2(t)|\cos(\theta_2(t)) - |r_2(t)|\dot{\theta}_2(t)\sin(\theta_2(t))\big)$$

$$\dot{b}_x = |r_2(t)|\dot{\theta}_2(t)\sin(\theta_2(t))$$

$$\dot{b}_x = (0.05)(25)\sin(270) \cong -1.25\, m/s$$

$$b_y = -(|r_1(t)|\sin(\theta_1(t)) + |r_2(t)|\sin(\theta_2(t)))$$

$$\dot{b}_y = -\big(|\dot{r}_1(t)|\sin(\theta_1(t)) + |r_1(t)|\dot{\theta}_1(t)\cos\big(\theta_1(t)\big) + |\dot{r}_2(t)|\sin\big(\theta_2(t)\big) + |r_2(t)|\dot{\theta}_2(t)\cos(\theta_2(t))\big)$$

$$\dot{b}_y = -\big(|r_2(t)|\dot{\theta}_2(t)\cos(\theta_2(t))\big)$$

$$\dot{b}_y = -(0.05)(25)\cos(270) = 0$$

$$\dot{\theta}_3(t) = \frac{\dot{b}_x \cos\theta_4(t) + \dot{b}_y \sin\theta_4(t) - |\dot{r_4}(t)| - |\dot{r_3}(t)|[\cos(\theta_4 - \theta_3)]}{|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]}$$

$$\dot{\theta}_3(t) = \frac{\dot{b}_x \cos\theta_4(t) + \dot{b}_y \sin\theta_4(t)}{|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]}$$

$$\dot{\theta}_3(t) = \frac{(-1.25)\cos(62.87^\circ\ )}{(0.25)[\sin(62.87^\circ\ - 174.8^\circ)]}$$

$$\dot{\theta}_3 \cong 2.46\, rad/s$$

$$\dot{\theta}_4(t) = \frac{\dot{b}_x \cos\theta_3(t) + \dot{b}_y \sin\theta_3(t) - |\dot{r_3}(t)| - |\dot{r_4}(t)|[\cos(\theta_3 - \theta_4)]}{|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]}$$

$$\dot{\theta}_4(t) = \frac{\dot{b}_x \cos\theta_3(t) + \dot{b}_y \sin\theta_3(t)}{|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]}$$

$$\dot{\theta}_4(t) = \frac{(-1.25)\cos(174.8^\circ)}{(0.075)[\sin(174.8^\circ - 62.87^\circ\ )]}$$

$$\dot{\theta}_4 \cong 17.90\, rad/s$$

e) Determine analíticamente (a través del método de ecuaciones de lazo cerrado) la aceleración angular del eslabón 3 y del eslabón 4.

$$\ddot{b}_x = \frac{d}{dt}\left(|r_2(t)|\dot{\theta}_2(t)\sin(\theta_2(t))\right)$$

$$\ddot{b}_x = \left(|\dot{r}_2(t)|\dot{\theta}_2(t) + |r_2(t)|\ddot{\theta}_2(t)\right)\sin(\theta_2(t)) + |r_2(t)|\left(\dot{\theta}_2(t)\right)^2\cos(\theta_2(t))$$

$$\ddot{\theta}_2(t) = \frac{d}{dt}(25\, rad/s) = 0$$

$$\ddot{b}_x = (0.05)(25)^2\cos(270^\circ) = 0\, m/s^2$$

$$\dot{b}_y = \frac{d}{dt}\left(-|r_2(t)|\dot{\theta}_2(t)\cos(\theta_2(t))\right)$$

$$\ddot{b}_y = -\left(|\dot{r}_2(t)|\dot{\theta}_2(t) + |r_2(t)|\ddot{\theta}_2(t)\right)\cos\left(\theta_2(t)\right) + |r_2(t)|\left(\dot{\theta}_2(t)\right)^2\sin(\theta_2(t))$$

$$\ddot{b}_y = (0.05)(25)^2\sin(270^\circ) \cong -31.25\, m/s^2$$

$$\ddot{\theta}_3(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{b}_x \cos\theta_4(t) + \dot{b}_y \sin\theta_4(t)}{|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]}\right)$$

$$\ddot{\theta}_3(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{b}_x \cos\theta_4(t)}{|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]} + \frac{\dot{b}_y \sin\theta_4(t)}{|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]}\right)$$

$$\ddot{\theta}_3(t) = \frac{df_1}{dt} + \frac{df_2}{dt}$$

$$\frac{df_1}{dt} = \frac{\left(\ddot{b}_x \cos\theta_4(t) - \dot{b}_x\dot{\theta}_4 \sin\theta_4(t)\right)(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]) + \left(\dot{b}_x \cos\theta_4(t)\right)\left(|\dot{r}_3(t)| \sin(\theta_4 - \theta_3) + |r_3(t)|\left(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3\right)\cos(\theta_4 - \theta_3)\right)}{(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)])^2}$$

$$\frac{df_1}{dt} = \frac{\left(-\dot{b}_x\dot{\theta}_4 \sin\theta_4(t)\right)(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]) + \left(\dot{b}_x \cos\theta_4(t)\right)\left(|r_3(t)|\left(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3\right)\cos(\theta_4 - \theta_3)\right)}{(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)])^2}$$

$$\frac{df_1}{dt} \cong -70.59\frac{rad}{s^2}$$

$$\frac{df_2}{dt} = \frac{\left(\ddot{b}_y \sin\theta_4(t) + \dot{b}_y\dot{\theta}_4 \cos\theta_4(t)\right)(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)]) + \left(\dot{b}_y \sin\theta_4(t)\right)\left(|\dot{r}_3(t)| \sin(\theta_4 - \theta_3) + |r_3(t)|\left(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3\right)\cos(\theta_4 - \theta_3)\right)}{(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)])^2}$$

$$\frac{df_2}{dt} = \frac{\left(\ddot{b}_y \sin\theta_4(t)\right)(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)])}{(|r_3(t)|[\sin(\theta_4 - \theta_3)])^2}$$

$$\frac{df_2}{dt} \cong 119.9\frac{rad}{s^2}$$

$$\ddot{\theta}_3 \cong 49.31\frac{rad}{s^2}$$

$$\ddot{\theta}_4(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{b}_x \cos\theta_3(t)}{|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]} + \frac{\dot{b}_y \sin\theta_3(t)}{|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]}\right)$$

$$\ddot{\theta}_4(t) = \frac{df_3}{dt} + \frac{df_4}{dt}$$

$$\frac{df_3}{dt} =$$

$$\frac{\left(\ddot{b}_x \cos\theta_3(t) - \dot{b}_x\dot{\theta}_3 \sin\theta_3(t)\right)(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]) + \left(\dot{b}_x \cos\theta_3(t)\right)\left(|\dot{r}_4(t)| \sin(\theta_3 - \theta_4) + |r_4(t)|\left(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4\right)\cos(\theta_3 - \theta_4)\right)}{(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)])^2}$$

$$\frac{df_3}{dt} =$$

$$\frac{\left(-\dot{b}_x\dot{\theta}_3 \sin\theta_3(t)\right)(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]) + \left(\dot{b}_x \cos\theta_3(t)\right)\left(|r_4(t)|\left(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4\right)\cos(\theta_3 - \theta_4)\right)}{(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)])^2}$$

$$\frac{df_3}{dt} \cong 115.2\,\frac{rad}{s^2}$$

$$\frac{df_4}{dt} =$$

$$\frac{\left(\ddot{b}_y \sin\theta_3(t) + \dot{b}_y\dot{\theta}_3 \cos\theta_3(t)\right)(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)]) + \left(\dot{b}_y \sin\theta_3(t)\right)\left(|\dot{r}_4(t)| \sin(\theta_3 - \theta_4) + |r_4(t)|\left(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4\right)\cos(\theta_3 - \theta_4)\right)}{(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)])^2}$$

$$\frac{df_4}{dt} = \frac{\left(\ddot{b}_y \sin\theta_3(t)\right)(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)])}{(|r_4(t)|[\sin(\theta_3 - \theta_4)])^2}$$

$$\frac{df_4}{dt} \cong -40.71\,\frac{rad}{s^2}$$

$$\ddot{\theta}_4 \cong 74.49\,\frac{rad}{s^2}$$