

VII. Entropía

Objetivos:

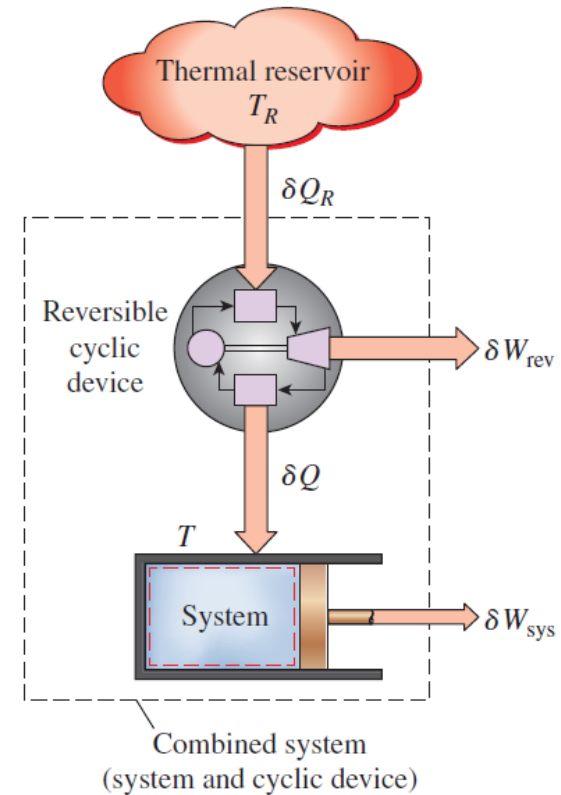
1. Aplicar la segunda ley de la termodinámica a procesos.
2. Definir una nueva propiedad llamada entropía para cuantificar los efectos de la segunda ley.
3. Establecer el principio de incremento de entropía.
4. Calcular los cambios de entropía que toman lugar durante un proceso para sustancias puras, incompresibles, y gases ideales.
5. Examinar una clase especial de proceso idealizado, llamado isoentrópico, y desarrollar las relaciones de propiedades para este proceso.
6. Derivar las relaciones de trabajo para dispositivos reversibles de estado estable.
7. Desarrollar las eficiencias isoentrópicas para los varios dispositivos de estado estable.
8. Introducir y aplicar el balance de entropía a varios sistemas.

1. Cambios de entropía.

La segunda ley de la termodinámica con frecuencia lleva a expresiones que involucran desigualdades.

Considere el siguiente sistema.

PPT elaborado por Arturo
Arosemena



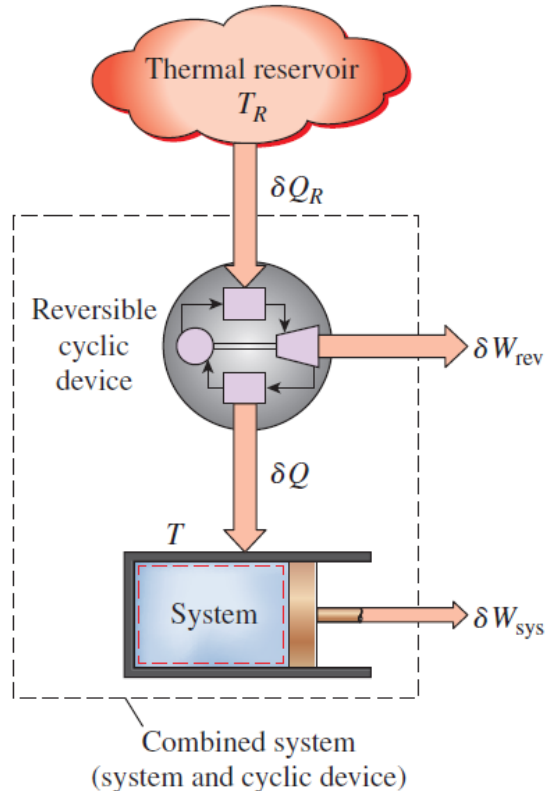
Aplicando balance de energía al sistema combinado se tendrá que:

$$\delta Q_R - (\delta W_{rev} + \delta W_{sys}) = dE_C$$

Donde $\delta W_C = \delta W_{rev} + \delta W_{sys}$:

VII. Entropía

1. Cambios de entropía.



$$\delta W_C = \delta Q_R - dE_C$$

Considerando que el dispositivo cíclico sea reversible se tendrá que:

$$\left(\frac{\delta Q_R}{\delta Q}\right)_{rev} = \frac{T_R}{T}$$

Entonces:

$$\delta W_C = T_R \left(\frac{\delta Q}{T}\right) - dE_C$$

Lo cual si se integra durante un ciclo dará:

$$W_C = \oint T_R \left(\frac{\delta Q}{T}\right)$$

La expresión anterior, da la impresión de que el sistema combinado esta intercambiando calor con un solo reservorio de energía mientras involucra la creación de un trabajo neto W_C durante el ciclo. Esto de acuerdo al postulado de la segunda ley de Kelvin-Planck es imposible y por lo tanto W_C no puede ser un trabajo neto de salida. Consecuentemente:

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T}\right) \leq 0$$

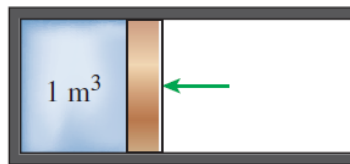
VII. Entropía

1. Cambios de entropía.

Esta desigualdad se conoce como la desigualdad de Clausius. Para los ciclos internamente reversibles se cumple la igualdad y para los irreversibles se cumple a desigualdad.

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{int.rev.} = 0$$

Lo interesante de la desigualdad anterior, es que para el caso internamente reversible, la integral cerrada es igual a cero. Lo cual es algo característico de una propiedad.



$$\oint dV = \Delta V_{cycle} = 0$$

De esta manera, Clausius se dio cuenta que había encontrado una nueva propiedad termodinámica, y decidió llamarla entropía S .

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{int.rev.} \quad [\text{kJ}/\text{K}]$$

Por lo tanto:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{int.rev.}$$

Aquí observe que se ha definido el cambio de entropía en vez de la entropía en sí.

La entropía al ser una propiedad, no importa que camino se recorra ya sea reversible o irreversible, siempre presentará el mismo cambio entre dos estados específicos.

Un caso especial: proceso de transferencia de calor internamente reversible e isotérmico ($T = T_0$)

$$\Delta S = \frac{1}{T_0} \oint (\delta Q)_{int.rev.} = \frac{Q}{T_0}$$

VII. Entropía

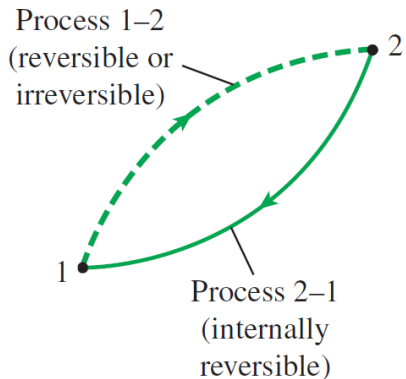
1. Cambios de entropía.

Un caso especial: proceso de transferencia de calor internamente reversible e isotérmico ($T = T_0$)

Donde T_0 es la temperatura constante del sistema y Q el calor transferido durante el proceso internamente reversible.

2. Principio de incremento de entropía.

Considere un ciclo que esta hecho de dos procesos: el proceso 1-2 que es arbitrario (reversible o irreversible), y el proceso 2-1 el cuál es internamente reversible.



$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right) \leq 0$$

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right) + \int_2^1 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{int.rev.} \leq 0$$

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right) + S_1 - S_2 \leq 0$$

$$\int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right) \leq \Delta S$$

$$\left(\frac{\delta Q}{T} \right) \leq dS$$

La desigualdad en la expresión anterior es un recordatorio constante de que el cambio de entropía de un sistema cerrado durante un proceso irreversible es siempre mayor que la entropía transferida y por lo tanto algo de entropía debe ser generada o creada S_{gen} durante un proceso irreversible.

$$\Delta S_{sistema} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right) + S_{gen}$$

La entropía generada es siempre una cantidad positiva y no es una propiedad, es decir depende del proceso.

VII. Entropía

2. Principio de incremento de entropía.

En el caso de un sistema adiabático la expresión anterior quedaría como:

$$\Delta S_{sistema} = S_{gen}, \quad S_{gen} \geq 0 \rightarrow \Delta S_{sistema} \geq 0$$

Esta ecuación representa el principio de incremento de entropía: *La entropía de un sistema aislado durante un proceso siempre incrementa, o en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante.*

Tenga presente que el principio de incremento de entropía no implica que la entropía de un sistema no puede decrecer. El cambio de entropía de un sistema puede ser negativo durante un proceso, pero la generación de entropía no.

$$S_{gen} = \begin{cases} > 0, & \text{Proceso irreversible} \\ = 0, & \text{Proceso reversible} \\ < 0, & \text{Proceso imposible} \end{cases}$$

Algunas conclusiones por destacar acerca de la entropía

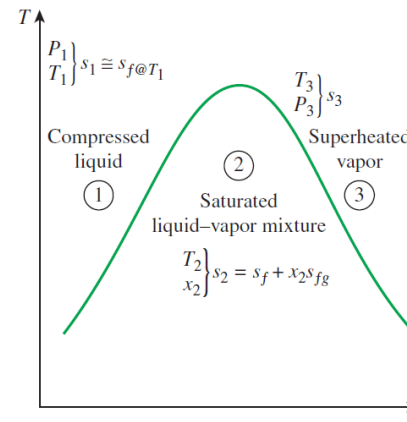
1. Los procesos pueden ocurrir solo en cierta dirección ($S_{gen} \geq 0$).

2. La entropía es una propiedad no conservativa e incrementa durante todos los procesos reales.

3. El desempeño de sistemas ingenieriles es degradado por la presencia de irreversibilidades y la generación de entropía es una medida de las magnitudes de las irreversibilidades presentes durante el proceso.

3. Cambio de entropía en sustancias puras.

Al ser una propiedad, en el caso de un sistema compresible simple, basta con especificar dos propiedades intensivas independientes para su determinación.



VII. Entropía

3. Cambio de entropía en sustancias puras.

Una vez determinado el cambio de entropía específica Δs se puede determinar el cambio de entropía ΔS para una determinada cantidad de masa:

$$\Delta S = m\Delta s \quad [\text{kJ}/\text{K}]$$

4. Procesos isoentrópicos.

La entropía de sistemas cerrados, solo puede cambiar ante la existencia de transferencia de calor y/o irreversibilidades. Por lo tanto la entropía de un sistema de masa fija no cambiará durante un proceso que es internamente reversible y adiabático.

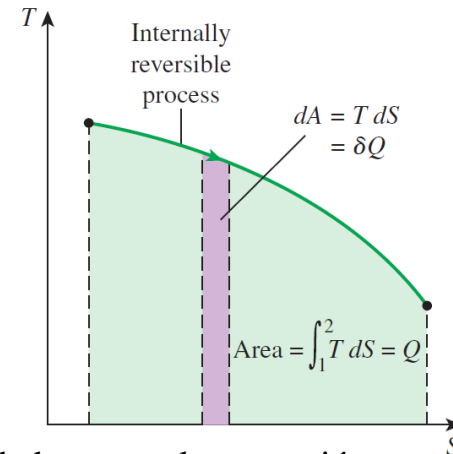
$$\Delta s = 0 \rightarrow s_2 = s_1 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kg}} \right]$$

5. Diagramas de propiedades que involucran la entropía.

En el análisis de segunda ley dos diagramas se usan comúnmente: el de temperatura-entropía y el de entalpía-entropía.

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{int.rev.} \rightarrow TdS = \delta Q_{int.rev.} \quad [\text{kJ}]$$

$$Q_{int.rev.} = \int_1^2 TdS$$

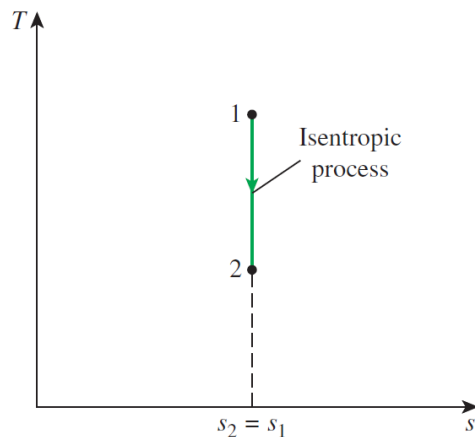


Por unidad de masa, la expresión anterior quedaría como:

$$q_{int.rev.} = \int_1^2 Tds$$

VII. Entropía

5. Diagramas de propiedades que involucran la entropía.



Por otra parte los diagramas $h - s$ (también llamados diagramas de Mollier) son útiles ya que en dispositivos de estado estable como una turbina, por ejemplo, la distancia vertical Δh representa una medida del trabajo de salida de la turbina, en tanto que la distancia horizontal Δs es una medida de las irreversibilidades asociadas con el proceso. Vea la figura A-10 para el vapor del agua.

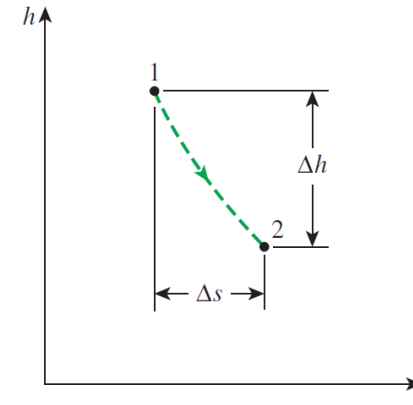
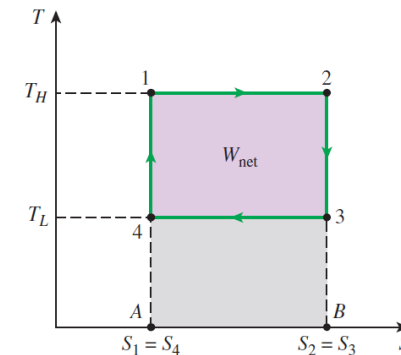


Diagrama T-S para un ciclo de Carnot



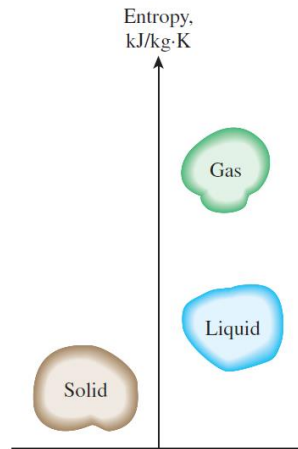
6. ¿Qué es la entropía?

La entropía puede ser vista como una medida del desorden molecular o de la aleatoriedad molecular.

VII. Entropía

6. ¿Qué es la entropía?

A medida que un sistema se vuelve más desordenado, las posiciones de las moléculas se vuelven cada vez menos predecibles y la entropía incrementa.



La tercera ley de la termodinámica se encuentra asociada a la situación anterior. Las moléculas de una sustancia en fase sólida oscilan continuamente, creando incertidumbre con respecto a su posición. Estas oscilaciones, sin embargo, disminuyen a medida que la temperatura decrece.

La tercera ley es un postulado que establece que la entropía de una sustancia cristalina pura en el cero absoluto de temperatura (0 K) es cero ya que no existe incertidumbre con respecto al estado de las moléculas en ese instante.

La cantidad de la energía siempre es preservada durante un proceso (primera ley), pero la calidad tiende a decrecer (segunda ley). Este decremento en la calidad está acompañado por un incremento en la entropía.

7. Relaciones Tds .

A continuación se deducirán expresiones para relacionar los cambios diferenciales de entropía con cambios diferenciales de otras propiedades.

Considere la forma diferencial de la ecuación de conservación de energía para un sistema estacionario de masa fija que contiene una sustancia incompresible simple y que sigue un proceso internamente reversible.

VII. Entropía

7. Relaciones Tds .

$$\delta Q_{int.rev.} - \delta W_{int.rev.,salida} = dU$$

$$\delta Q_{int.rev.} = TdS, \quad \delta W_{int.rev.,salida} = PdV$$

Por lo tanto:

$$TdS - PdV = dU \quad [\text{kJ}]$$

$$Tds - Pdv = du \quad [\text{kJ}/\text{kg}]$$

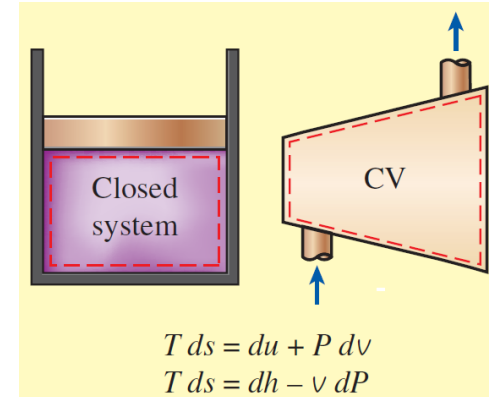
Esta primera ecuación Tds es conocida como la ecuación de Gibbs. Observe que la única interacción de trabajo que puede involucrar a un sistema compresible simple a medida que este pasa a través de un proceso internamente reversible es el trabajo de frontera.

La segunda ecuación Tds es encontrada usando la definición de entalpía.

$$h = u + Pv \rightarrow dh = du + Pdv + vdP$$

$$Tds - Pdv = dh - (Pdv + vdP)$$

$$Tds = dh - vdP \quad [\text{kJ}/\text{kg}]$$



$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T} \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

8. Cambios de entropía de líquidos y sólidos.

Recuerde que los líquidos y los sólidos pueden ser aproximados a sustancias incompresibles ya que sus volúmenes específicos permanecen prácticamente constantes durante un proceso.

$$ds \cong \frac{du}{T} = \frac{cdT}{T}$$

VII. Entropía

8. Cambios de entropía de líquidos y sólidos.

Donde $c_v \cong c_p = c$ para las sustancias incompresibles.

Por lo tanto:

$$s_2 - s_1 \cong \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T}$$

$$s_2 - s_1 \cong c_{@T_{prom}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

9. Cambio de entropía de gases ideales.

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$$

Recordando que:

$$du = c_v dT, \quad Pv = RT$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{Rdv}{v}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

Una segunda expresión para el cambio de entropía sale de la segunda expresión Tds :

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

$$dh = c_p dT, \quad Pv = RT$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - \frac{RdP}{P}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Aquí el inconveniente principal es que el cálculo de las integrales relacionadas a $c_v(T)$ y a $c_p(T)$ toma tiempo y es más práctico trabajar con calores específicos promedio o con valores tabulados.

Calores específicos constantes (análisis aproximado)

$$s_2 - s_1 = c_{v@T_{prom}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$s_2 - s_1 = c_{p@T_{prom}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

VII. Entropía

9. Cambio de entropía de gases ideales.

Calores específicos variables (análisis exacto)

Cuando los cambios de temperatura no son pequeños y se quiere evitar efectuar constantemente las integrales relacionadas a los calores específicos, es conveniente realizar dichas integrales una vez y presentar los valores en forma tabular.

Para este propósito considere que la referencia será el cero absoluto de temperatura de manera tal que se tenga la siguiente función:

$$s^0 = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T}$$

$$\int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = \int_0^{T_2} c_p(T) \frac{dT}{T} - \int_0^{T_1} c_p(T) \frac{dT}{T}$$

$$\int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^0 - s_1^0$$

Por lo tanto:

$$s_2 - s_1 = s_2^0 - s_1^0 - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

T, K	$s^0, kJ/kg \cdot K$
...	...
300	1.70203
310	1.73498
320	1.76690
...	...
...	...

(Table A-17)

Procesos isoentrópicos de gases ideales

Calores específicos constantes (análisis aproximado).

$$0 = c_{v@T_{prom}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R}{c_{v@T_{prom}}} \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_{v@T_{prom}}}$$

O bien:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=const.} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

VII. Entropía

9. Cambio de entropía de gases ideales.

Procesos isoentrópicos de gases ideales

Calores específicos constantes (análisis aproximado).

Donde $R = c_{p@T_{prom}} - c_{v@T_{prom}}$,

$k = c_{p@T_{prom}} / c_{v@T_{prom}}$.

Similarmente:

$$0 = c_{p@T_{prom}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{R/c_{p@T_{prom}}}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=const.} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

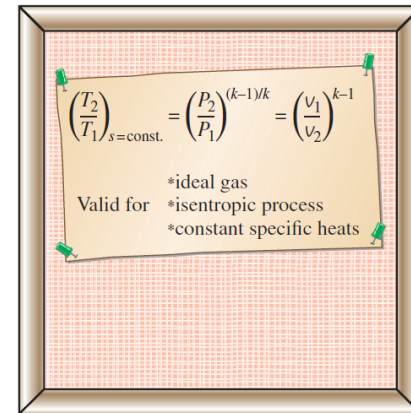
De las dos expresiones anteriores, sale una tercera relación isoentrópica.

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)_{s=const.} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

$$(k-1) \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right) = \left(\frac{k-1}{k} \right) \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$k \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right) = \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{s=const.} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k$$



Calores específicos variables (análisis exacto).

$$0 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

VII. Entropía

9. Cambio de entropía de gases ideales.

Procesos isoentrópicos de gases ideales

Calores específicos variables (análisis exacto).

$$0 = s_2^0 - s_1^0 - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$s_2^0 = s_1^0 + R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Presión relativa y volumen específico relativo.

La expresión anterior es apropiada para cuando se tienen gases ideales con calores específicos variables durante un proceso isoentrópico. Sin embargo, cuando lo que se conoce son las razones de volúmenes en vez de las razones de presiones se pueden tener tediosas iteraciones.

Para remediar lo anterior se suelen definir dos cantidades adimensionales:

$$e^{\frac{s_2^0 - s_1^0}{R}} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{e^{\frac{s_2^0}{R}}}{e^{\frac{s_1^0}{R}}} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}}$$

Donde P_r es denotado como presión relativa y únicamente es función de la temperatura.

Empleando la ecuación de estado de gas ideal:

$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \left(\frac{T_1}{T_2} \right)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{P_{r2}}{P_{r1}} \right) \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \frac{(T_1/P_{r1})}{(T_2/P_{r2})}$$

Sea T/P_r una función que únicamente depende de la temperatura llamada volumen específico relativo v_r :

$$\left(\frac{v_1}{v_2} \right)_{s=const.} = \frac{v_{r1}}{v_{r2}}$$

VII. Entropía

9. Cambio de entropía de gases ideales.

Procesos isoentrópicos de gases ideales

Presión relativa y volumen específico relativo.

Process: isentropic	Process: isentropic
Given: P_1, T_1 , and P_2	Given: v_1, T_1 , and v_2
Find: T_2	Find: T_2
$\frac{T}{P_r}$	$\frac{T}{v_r}$
\vdots	\vdots
\vdots	\vdots
$T_2 \xleftarrow{\text{read}} P_{r2} = \frac{P_2}{P_1} P_{r1}$	$T_2 \xleftarrow{\text{read}} v_{r2} = \frac{v_2}{v_1} v_{r1}$
\vdots	\vdots
$T_1 \xrightarrow{\text{read}} P_{r1}$	$T_1 \xrightarrow{\text{read}} v_{r1}$
\vdots	\vdots
\vdots	\vdots

10. Trabajo de flujo estable reversible.

El trabajo hecho durante un proceso depende del camino recorrido así como de las propiedades en los estados finales.

Recuerde que el trabajo de frontera asociado con un sistema cerrado es reversible y puede ser expresado en términos de las propiedades del fluido como:

$$W_b = \int_1^2 P dV$$

Una expresión similar puede ser desarrollada para el trabajo generado por un dispositivo operando en condiciones de estado estable para un proceso internamente reversible:

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev,sal.} = dh + dke + dpe$$

Pero en vista que:

$$\delta q_{int.rev.} = Tds, \quad Tds = dh - vdP$$

$$\delta q_{int.rev.} = dh - vdP$$

$$dh - vdP - \delta w_{rev,sal.} = dh + dke + dpe$$

$$-\delta w_{rev,sal.} = vdP + dke + dpe$$

Lo que tras ser integrado lleva a:

$$w_{rev,sal.} = - \int_1^2 vdP + \Delta ke + \Delta pe$$

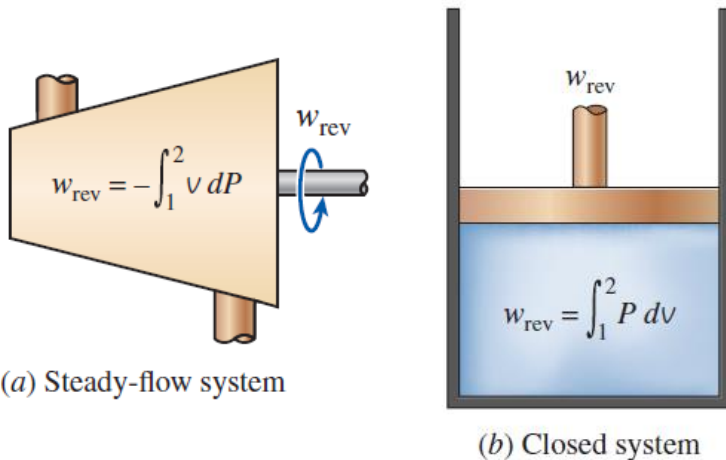
Y que puede reducirse a:

$$w_{rev,sal.} = - \int_1^2 vdP$$

VII. Entropía

10. Trabajo de flujo estable reversible.

En caso de que los cambios de energía cinética y potencial sean despreciables.



(a) Steady-flow system

(b) Closed system

Aquí evidentemente se necesita conocer v como una función de P para un determinado proceso. Cuando el fluido de trabajo es incompresible, el volumen específico permanece constante y la expresión anterior se simplifica de la siguiente manera:

$$w_{rev,sal.} = -v(P_2 - P_1) - \Delta ke - \Delta pe \quad [\text{kJ}/\text{kg}]$$

En el caso de un dispositivo de estado estable que no involucre interacciones de trabajo (tal como una tobera o una sección de una tubería), el término de trabajo es cero, y la expresión anterior podría reescribirse como:

$$0 = v(P_2 - P_1) + \frac{Vel_2^2 - Vel_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

La cuál es conocida como la ecuación de Bernoulli y que solo puede ser aplicada a procesos internamente reversibles y que involucren fluidos incompresibles.

Prueba de que los dispositivos de estado estable proporcionan la mayor cantidad y consumen la menor cantidad de trabajo cuando el proceso es reversible

Considere el balance de energía de un proceso real y de uno reversible:

$$\text{Real: } \delta q_{real} - \delta w_{real} = dh + dke + dpe$$

$$\text{Reversible: } \delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + dke + dpe$$

Por lo tanto:

VII. Entropía

10. Trabajo de flujo estable reversible.

Prueba de que los dispositivos de estado estable proporcionan la mayor cantidad y consumen la menor cantidad de trabajo cuando el proceso es reversible

$$\delta q_{real} - \delta w_{real} = \delta q_{rev} - \delta w_{rev}$$

$$\delta w_{rev} - \delta w_{real} = \delta q_{rev} - \delta q_{real}$$

Y recordando que:

$$\delta q_{rev} = T ds, \quad \left(\frac{\delta q_{real}}{T} \right) \leq ds$$

$$\frac{\delta w_{rev}}{T} - \frac{\delta w_{real}}{T} = ds - \frac{\delta q_{real}}{T}$$

$$\frac{\delta w_{rev}}{T} - \frac{\delta w_{real}}{T} \geq 0$$

Consecuentemente:

$$\delta w_{rev} \geq \delta w_{real}$$

$$w_{rev} \geq w_{real}$$

Aquí si se tratase de una turbina w_{rev} es positivo y por lo tanto el trabajo entregado por ella durante un proceso reversible es mayor que durante un proceso real. En el caso de un compresor o bomba w_{rev} es negativo y se tendría que la demanda de trabajo durante el proceso reversible es menor que durante el proceso real.

11. Minimizando el trabajo del compresor.

Como ya se comentó el trabajo de entrada a un compresor puede ser minimizado al ser ejecutado de forma reversible. En caso tal de que la energía cinética y potencial fueran despreciables, estaría dado por:

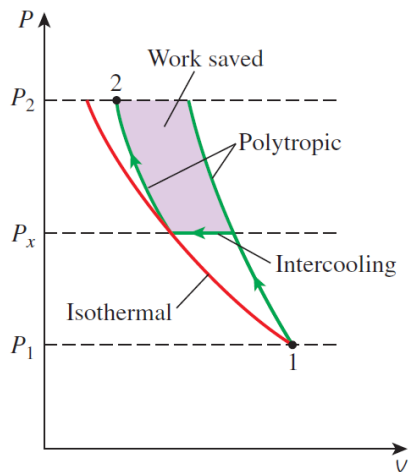
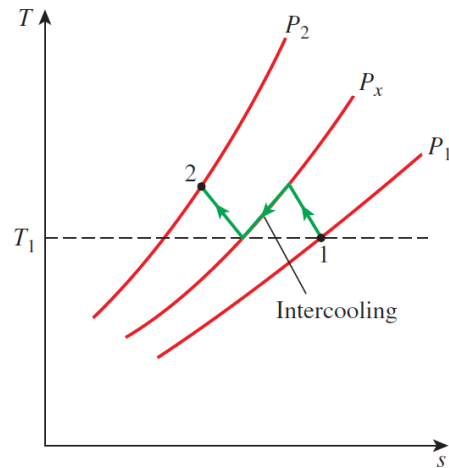
$$w_{rev,ent} = \int_1^2 v dP$$

Una manera de minimizar el trabajo del compresor sería aproximando el proceso a uno reversible al minimizar las irreversibilidades. La segunda alternativa sería mantener la temperatura del gas lo más baja posible durante la compresión ya que el volumen específico del gas es proporcional a su temperatura.

VII. Entropía

11. Minimizando el trabajo del compresor.

Compresión en múltiples etapas con interenfriamiento



Por ejemplo si se tratase de un proceso politrópico ($PV^n = C$) de un gas ideal ($PV = mRT$):

$$w_{rev,ent} = \int_1^2 v dP$$

$$W_{rev,ent} = \int_1^2 V(C)(-n)V^{-n-1}dV = \int_1^2 (C)(-n)V^{-n}dV$$

$$W_{rev,ent} = \left. \frac{-nCV^{-n+1}}{-n+1} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$W_{rev,ent} = \frac{-nC(V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1})}{1-n} = \frac{-n(P_2V_2 - P_1V_1)}{1-n}$$

$$w_{rev,ent} = \frac{nR(T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right]$$

Ya que:

$$PV^n = C \rightarrow P(mRT)^nP^{-n} = C$$

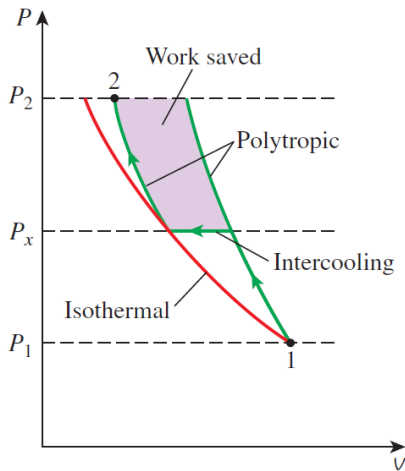
$$(mRT)^nP^{1-n} = C$$

Para la compresión en dos etapas mostrada en el caso anterior:

VII. Entropía

11. Minimizando el trabajo del compresor.

Compresión en múltiples etapas con interenfriamiento



$$W_{rev,ent} = W_{rev,ent,I} + W_{rev,ent,II}$$

$$W_{rev,ent} = \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] + \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_x} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right]$$

En la expresión anterior la única variable es P_x . Por lo tanto el valor que minimiza al trabajo total es determinado al diferenciar esta expresión con respecto a P_x .

$$\frac{dW_{rev,ent}}{dP_x} = 0$$

$$\frac{d}{dP_x} \left\{ \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{(n-1)/n} + \left(\frac{P_2}{P_x} \right)^{(n-1)/n} - 2 \right] \right\} = 0$$

$$\left(\frac{n-1}{n} \right) \left(\frac{1}{P_1} \right) \left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}-1} - \left(\frac{n-1}{n} \right) \left(\frac{P_2}{P_x} \right)^{\frac{n-1}{n}-1} \left(\frac{P_2}{P_x^2} \right) = 0$$

$$\left(\frac{1}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} (P_x)^{-\frac{1}{n}} - (P_2)^{\frac{n-1}{n}} \left(\frac{1}{P_x} \right)^{\frac{2n-1}{n}} = 0$$

$$P_x^2 = P_1 P_2$$

O bien:

$$\boxed{\frac{P_x}{P_1} = \frac{P_2}{P_x}}$$

Para minimizar el trabajo de compresión durante una compresión de dos etapas, el radio de presión en cada etapa de compresión debe ser el mismo.

VII. Entropía

12. Eficiencia isoentrópica de dispositivos de estado estable.

La eficiencia isoentrópica es una medida de la desviación de un proceso real de su correspondiente proceso isoentrópico idealizado.

Turbinas

$$\eta_T = \frac{\text{Trabajo real}}{\text{Trabajo isoentrópico}} = \frac{w_a}{w_s}$$

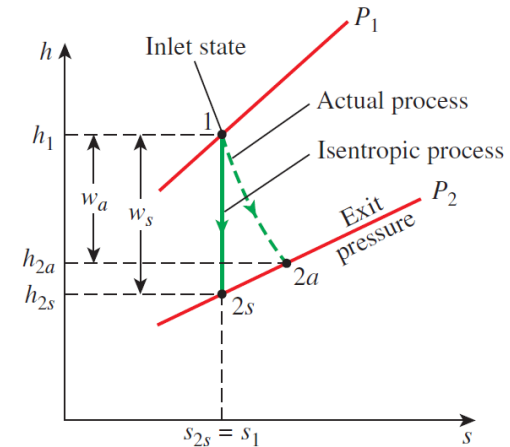
En caso tal de que la energía cinética y potencial del flujo fueran despreciables en comparación con el cambio de entalpía, la eficiencia quedaría definida como:

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$

Los subíndices a y s hacen referencia a procesos reales e isoentrópicos, respectivamente.

Compresores

$$\eta_c = \frac{\text{Trabajo isoentrópico}}{\text{Trabajo real}} = \frac{w_s}{w_a}$$



En caso tal de que la energía cinética y potencial del flujo fueran despreciables en comparación con el cambio de entalpía, la eficiencia quedaría definida como:

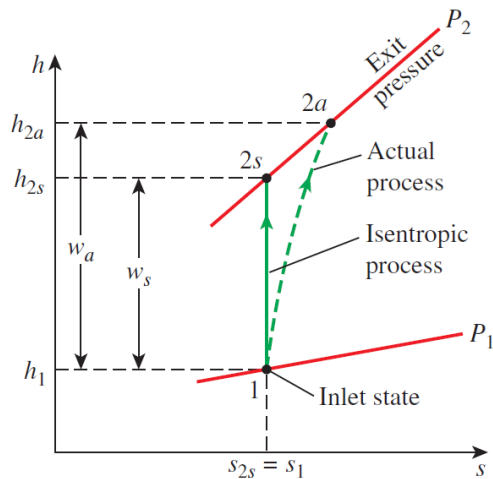
$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

En caso de que exista enfriamiento del gas a medida que se da la compresión se puede definir la eficiencia isoterma. Para detalles refiérase a la sección 7.12 del texto.

VII. Entropía

12. Eficiencia isoentrópica de dispositivos de estado estable.

Compresores



Bombas

$$\eta_P = \frac{\text{Trabajo isoentrópico}}{\text{Trabajo real}} = \frac{w_s}{w_a}$$

En caso tal de que la energía cinética y potencial del flujo fuesen despreciables en comparación con el cambio de entalpía, la eficiencia quedaría definida como:

$$\eta_P \cong \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

Aquí el cambio de entalpía se aproxima al producto del volumen específico y al cambio de presión:

$$Tds = dh - vdP = 0$$

$$\Delta h = v\Delta P$$

Ya que al ser un fluido incompresible v es constante.

Toberas

$$\eta_N = \frac{\text{Energía cinética real}}{\text{Energía cinética isoentrópica}} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

Las toberas son dispositivos que prácticamente no involucran interacciones de trabajo y el fluido experimenta cambios de energía potencial que se pueden considerar despreciables. Sí además, la energía cinética de entrada es pequeña en comparación de la de salida del balance de energía para este dispositivo de estado estable se tendrá:

$$h_1 \cong h_{2a} + \frac{V_{2a}^2}{2}$$

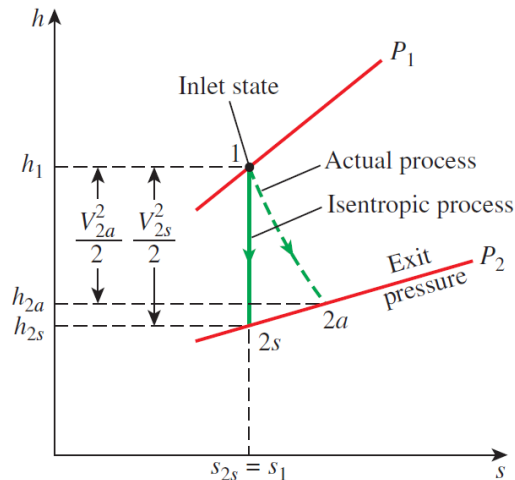
VII. Entropía

12. Eficiencia isoentrópica de dispositivos de estado estable.

Toberas

Por lo tanto la eficiencia isoentrópica en término de las entalpías estaría dada por:

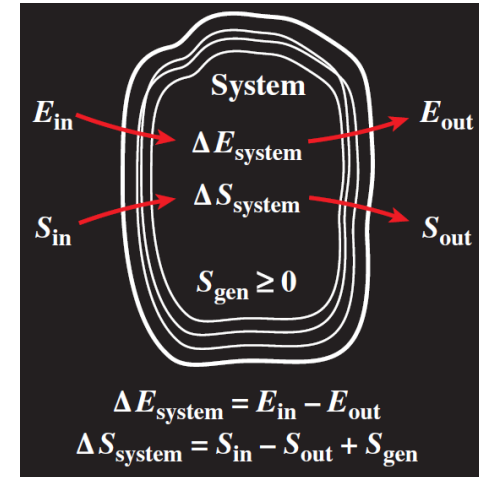
$$\eta_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



13. Balance de entropía.

$$S_{entrada} - S_{salida} + S_{gen} = \Delta S_{sistema}$$

$$\Delta S_{sistema} = S_2 - S_1$$



Donde el subíndice dos indica el estado final y el uno el estado inicial.

Mecanismos de transferencia de entropía, $S_{entrada}$, S_{salida}

1. Transferencia de entropía por transferencia de calor.

$$S_{calor} = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)$$

Ha de comentarse que no hay transferencia de entropía por trabajo.

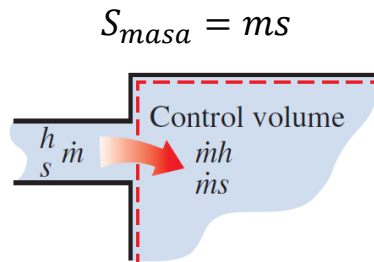
VII. Entropía

13. Balance de entropía.

Mecanismos de transferencia de entropía,

$S_{entrada}, S_{salida}$

2. Transferencia de entropía por flujo másico.



Generación de entropía

Durante cualquier proceso real hay generación de entropía. Irreversibilidades como fricción, mezcla de sustancias, reacciones químicas, transferencia de calor producto de diferencias finitas de temperatura, expansión o compresión no restringida provocan que se genere entropía.

Caso particulares

-Para procesos de estado estable:

$$\Delta S_{sistema} = S_2 - S_1 = 0$$

-Para procesos reversibles:

$$S_{gen} = 0$$

-Para procesos adiabáticos:

$$S_{calor} = 0$$

-Para procesos sin transferencia de masa:

$$S_{masa} = 0$$

-Para procesos de estado estable, adiabáticos y reversibles, una sola entrada y una sola salida:

$$S_{entrada} - S_{salida} = m(s_{entrada} - s_{salida}) = 0$$