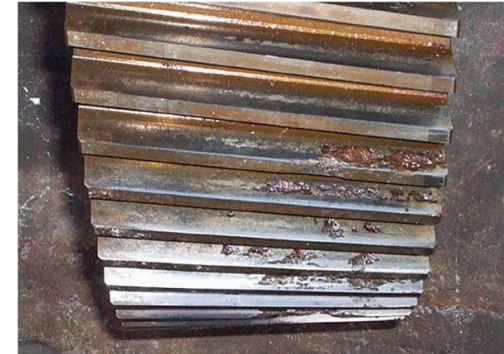


VI. Engranés rectos y helicoidales

Objetivos:

1. Discutir las ecuaciones de la AGMA (*American Gear Manufacturers Association*) empleadas para el diseño de engranes rectos o helicoidales.
2. Comprender como se realiza el diseño de una transmisión empleando engranes rectos o helicoidales.

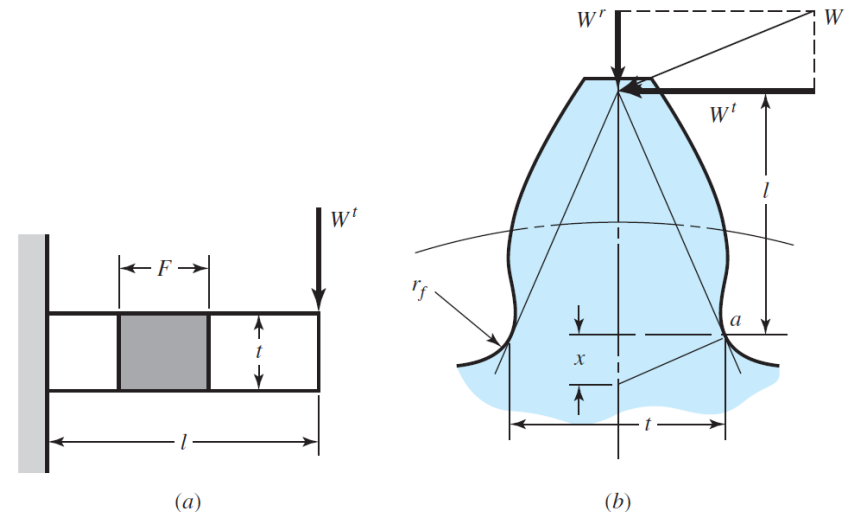


1. Introducción

Este capítulo está orientado al diseño de engranes rectos y helicoidales para que resistan fallas por flexión y por picadura de los dientes. La tabla 14-1 de su libro de texto presenta gran parte de la nomenclatura empleada por la AGMA.

2. Ecuación de flexión de Lewis.

Lewis introdujo una ecuación para estimar los esfuerzos asociados a la flexión en dientes de engranes helicoidales. Para derivar la ecuación de Lewis observe la siguiente figura.



VI. Engranajes rectos y helicoidales

2. Ecuación de flexión de Lewis.

En la figura (a) se muestra una viga en cantiléver de sección rectangular de dimensión $F \times t$, de longitud l , y sujeta a una carga W^t en un extremo. De la teoría clásica de vigas se sabe que el esfuerzo normal σ a la sección rectangular de dimensión $F \times t$ estará dado por:

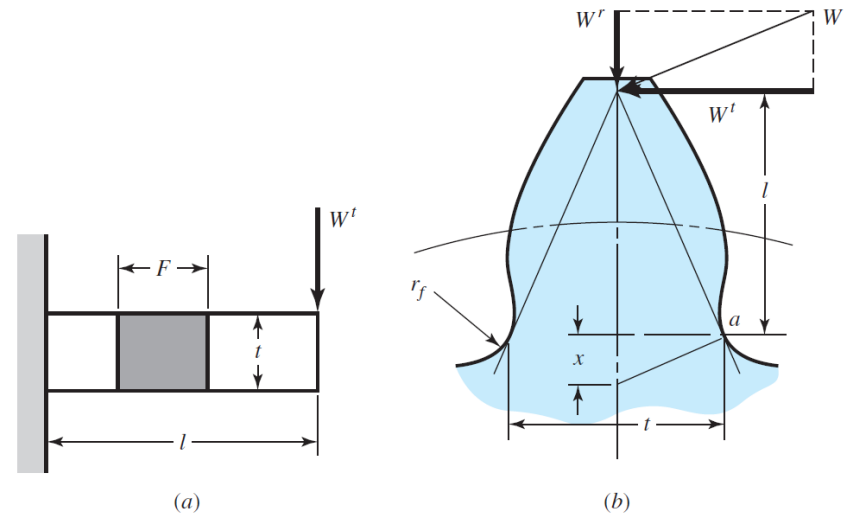
$$\sigma = \frac{M}{I/c}$$

Dónde: M es el momento flector, y es igual a $W^t l$, c es la distancia al extremo de la viga medida desde su centro, y es igual a $t/2$, e I es el segundo momento de área de la sección transversal en torno a uno de los eje que es perpendicular al eje axial.

$$I = \frac{F t^3}{12}$$

Por lo tanto:

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{W^t l}{F t^3 / 12} \left(\frac{t}{2} \right)$$



$$\sigma = \frac{6W^t l}{F t^2}$$

Refiriéndose ahora a la figura (b), si suponemos que el esfuerzo máximo en el diente ocurre en el punto a , por similitud de triángulos se puede escribir que:

$$\frac{t/2}{l} = \frac{x}{t/2} \rightarrow x = \frac{t^2}{4l}$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

2. Ecuación de flexión de Lewis.

Lo cual puede ser sustituido en la ecuación de esfuerzo tras hacer ciertas manipulaciones algebraicas:

$$\sigma = \frac{6W^t l}{F t^2} = \frac{W^t}{F} \frac{1}{t^2/6l} = \frac{W^t}{F} \frac{1}{t^2/4l} \frac{1}{4/6}$$

$$\sigma = \frac{W^t}{F x} \frac{1}{2/3 p}$$

Considerando que $y = (2x)/(3p)$, la expresión anterior podría re escribirse como:

$$\sigma = \frac{W^t}{F p y}$$

El factor y es llamado el factor de forma de Lewis.

La expresión deducida para el esfuerzo también puede ser expresada en términos del paso diametral, en vez de en términos del paso circular, recordando que $p = \pi/p$:

$$\sigma = \frac{W^t \pi}{F p y \pi} = \frac{W^t P}{F Y}$$

$$\text{Donde } Y = \frac{2\pi x}{3p} = \frac{2xP}{3}.$$

Debe entenderse que al emplear la ecuación anterior solo se está considerando la flexión del diente y no se esta tomando en cuenta la compresión producto de la componente radial. Los valores de Y en función del número de dientes para un ángulo de presión de 20° se encuentran tabulados en la tabla 14-2 de su libro de texto. El uso de esta ecuación también implica que el diente no comparte la carga (relación de contacto de 1) y que la mayor fuerza se ejerce en la punta del diente. Sin embargo, tras examinar dientes en movimiento los investigadores han encontrado que las cargas máximas ocurren realmente en el medio del diente.

VI. Engranés rectos y helicoidales

2. Ecuación de flexión de Lewis.

Efectos dinámicos

Cuando un par de dientes están siendo impulsados a velocidades moderadas o altas y se genera ruido, habrán efectos dinámicos. Es decir la carga aumentará producto de la rotación del engrane. Una de las formas de corregir el esfuerzo es empleando un factor de velocidad el cual es designado como K_v . Este factor se determina de forma experimental, por ejemplo, si un par de engranes fallan a una carga tangencial de 500 lbf cuando la velocidad lineal de paso es cero, y luego fallan a 250 lbf ante una cierta velocidad V_1 , entonces el factor de velocidad que se designa es 2.

De acuerdo a las normas de la AGMA, este factor depende tanto del proceso de manufactura del diente como de la velocidad lineal de paso V .

En el sistema inglés (V en ft/min):

$$K_v = \frac{600 + V}{600} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado})$$

$$K_v = \frac{1200 + V}{1200} \quad (\text{perfil cortado o fresado})$$

$$K_v = \frac{50 + \sqrt{V}}{50} \quad (\text{perfil generado con fresa madre})$$

$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{V}}{78}} \quad (\text{perfil esmerilado})$$

En el SI (V en m/s):

$$K_v = \frac{3.05 + V}{3.05} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado})$$

$$K_v = \frac{6.1 + V}{6.1} \quad (\text{perfil cortado o fresado})$$

$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{V}}{3.56} \quad (\text{perfil generado con fresa madre})$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

2. Ecuación de flexión de Lewis.

Efectos dinámicos

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{V}}{5.56}} \quad (\text{perfil esmerilado})$$

Tras introducir el factor de velocidad en la ecuación de Lewis nos queda:

$$\sigma = K_v \frac{W^t P}{F Y}$$

La ecuación de Lewis tras introducir este factor constituye la base de la ecuación de esfuerzo flector que usa la AGMA hoy día.

3. Durabilidad superficial

La falla superficial más común (desgaste) que se observa en los engranes es la picadura, la cual es una falla por fatiga superficial debido a continuas repeticiones de elevados niveles de esfuerzo de contacto.

Otras fallas superficiales incluyen el rayado (debido a falta de lubricación) y la abrasión (debido a la presencia de material extraño de alta dureza).

Para obtener una expresión para los esfuerzos de contacto superficiales se emplea la teoría de Hertz, en donde ya no se considera contacto puntual o lineal sino sobre un área (vea la sección 3-19 de su libro de texto).

Tras emplear la teoría de Hertz se deduce la siguiente ecuación para el esfuerzo de contacto superficial σ_c :

$$\sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v W}{F} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2}$$
$$\sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v W^t}{F \cos \phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2}$$

Donde: K_v es el factor de velocidad, F el ancho de la cara del engrane, ϕ el ángulo de presión, r_1 es el radio de curvatura del diente del piñón en el punto de paso, r_2 es el radio de curvatura del diente de la rueda en el punto de paso, y C_p es el coeficiente elástico definido por la AGMA.

VI. Engranajes rectos y helicoidales

3. Durabilidad superficial

El signo negativo de σ_c se debe a que es un esfuerzo de compresión.

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

Aquí: E se refiere al módulo de elasticidad y ν la razón de Poisson.

$$r_1 = \frac{d_p \sin \phi}{2}$$

$$r_2 = \frac{d_G \sin \phi}{2}$$

En las últimas expresiones los sub índices p y G se refieren a piñón y rueda respectivamente.

Esta ecuación es la base de la ecuación de esfuerzo por contacto que emplea la AGMA.

4. Ecuaciones de esfuerzo de la AGMA

En la metodología de la AGMA, hay dos ecuaciones fundamentales de esfuerzo, una para el esfuerzo asociado a la flexión y la otra para el esfuerzo de contacto.

Esfuerzo asociado a la flexión σ

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J} \quad \text{Sistema inglés}$$

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} \quad SI$$

Donde:

W^t es la carga tangencial o transmitida en lbf (N), K_0 es el factor de sobrecarga, K_v es el factor dinámico, K_s es el factor de tamaño, P_d es el paso diametral transversal, en dientes por pulgadas, m_t es el módulo métrico transversal, en mm,

VI. Engranés rectos y helicoidales

4. Ecuaciones de esfuerzo de la AGMA

Esfuerzo asociado a la flexión σ

Donde:

F (b) es el ancho de la cara del elemento más angosto, en pulgadas (mm), K_m (K_H) es el factor de distribución de carga, K_B es el factor del espesor del aro, J (Y_j) es el factor geométrico de resistencia a la flexión (que incluye el factor de concentración de esfuerzo en la raíz del entalle K_f).

Esfuerzo de contacto (resistencia a la picadura) σ_c

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}} \quad \text{Sistema inglés}$$

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{w1} b Z_I}} \quad SI$$

Donde W^t , K_0 , K_v , K_s , F , y b son los mismos términos previamente definidos y:

C_p (Z_E) es el coeficiente elástico en $\sqrt{lbf/in^2}$ ($\sqrt{N/mm^2}$), C_f (Z_R) es el factor de condición superficial, d_p (d_{w1}) es el diámetro de paso del piñón, en pulgadas (mm), I (Z_I) es el factor geométrico para la resistencia a la picadura.

La evaluación de cada uno de estos factores se explica en la sección de factores de corrección de esfuerzos.

5. Ecuaciones de resistencia de la AGMA

En vez de usar el término resistencia, la AGMA utiliza el término valores permitidos de esfuerzo. Dichos valores han de ser comparados con el esfuerzo asociados a la flexión y al esfuerzo de contacto para garantizar que el diseño sea satisfactorio.

VI. Engranés rectos y helicoidales

5. Ecuaciones de resistencia de la AGMA

La resistencia a la flexión y al contacto, S_t y S_c respectivamente, son obtenidas de gráficas o tablas existentes para diferentes materiales y luego son modificadas por varios factores para producir los valores límites permitidos para el esfuerzo asociado a la flexión y el esfuerzo asociado al contacto. Estas gráficas y tablas están basadas en: carga unidireccional, ciclos de esfuerzo de magnitud 10^7 , y una confiabilidad de 99%. Ha de decirse de igual forma, que cuando se tienen cargas en dos sentidos (alternante) como en el caso de engranes libres, la AGMA recomienda utilizar el 70% de los valores de S_t leídos.

Esfuerzo asociado a la flexión permitido σ_{perm}

$$\sigma_{perm} = \frac{S_t Y_N}{S_F K_t K_R} \quad \text{Sistema inglés}$$

$$\sigma_{perm} = \frac{S_t Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z} \quad SI$$

Donde:

S_t es la resistencia a la flexión (valor permitido de esfuerzo asociado a la flexión según AGMA), en lbf/in^2 (N/mm^2). Vea las figuras 14-2, 14-3, 14-4 y las tablas 14-3, 14-4 de su libro de texto. Y_N es el factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión, K_t (Y_θ) es el factor asociado a la temperatura, K_R (Y_Z) es el factor de confiabilidad, S_F es el factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo asociado a la flexión.

Esfuerzo de contacto permitido $\sigma_{c,perm}$

$$\sigma_{c,perm} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R} \quad \text{Sistema inglés}$$

$$\sigma_{c,perm} = \frac{S_c Z_N Z_W}{S_H Y_\theta Y_Z} \quad SI$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

5. Ecuaciones de resistencia de la AGMA

Esfuerzo de contacto permitido $\sigma_{c,perm}$

Donde:

S_c es la resistencia al contacto (valor permitido de esfuerzo de contacto según AGMA), en lbf/in^2 (N/mm^2). Vea las figuras 14-5 y las tablas 14-5, 14-6, y 14-7 de su libro de texto. Z_N es el factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto, C_H (Z_W) es el factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura, K_t (Y_θ) es el factor asociado a la temperatura, K_R (Y_Z) es el factor de confiabilidad, S_H es el factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo de contacto.

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factores geométricos, J (Z_J), I (Z_I)

El propósito de los factores geométricos es el de tomar en cuenta la forma del diente dentro de las ecuaciones de esfuerzo (de forma análoga al factor Y en la ecuación de Lewis).

a) Factor geométrico relacionado al esfuerzo asociado a la flexión J (Y_J).

Este factor depende tanto de la forma del diente como de la distancia de la raíz del diente al punto de contacto más elevado en el diente. Este factor también incluye el efecto de la concentración de esfuerzo en el diente y la relación de repartición de la carga en el diente (ver ecuación 14-20 del libro de texto).

Los valores de J para engranes rectos con un ángulo de presión de 20° pueden ser encontrados en la figura 14-6. Para engranes helicoidales con un ángulo de presión normal de 20° , los valores de J pueden ser leídos de las figuras 14-7 y 14-8.

b) Factor geométrico relacionado al esfuerzo de contacto I (Y_I).

A este factor también se le conoce como factor geométrico de resistencia a la picadura.

VI. Engranés rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Este factor contabiliza el efecto al considerar el radio de curvatura instantáneo de los dientes en el punto de contacto (en el caso de engranes helicoidales para la línea de contacto).

La siguiente expresión permite determinar este factor geométrico tanto para engranes rectos como helicoidales:

$$I = \frac{\cos\phi_t \sin\phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} \quad \text{Engranés externos}$$

$$I = \frac{\cos\phi_t \sin\phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} \quad \text{Engranés internos}$$

Donde: ϕ_t es el ángulo de presión para engranes rectos o el ángulo de presión transversal para engranes helicoidales, $m_G = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P}$ (N es el número de dientes, d el diámetro de paso, y los sub índices G y P significan rueda y piñón de forma respectiva) es la razón de velocidad,

m_N es la relación de repartición de carga ($m_N = 1$ para engranes rectos, y $m_N = p_N/0.95Z$).

En las expresiones anteriores $p_N = p_n \cos\phi_n$ y

$$Z = [(r_P + a)^2 - r_{bP}^2]^{1/2} + [(r_G + a)^2 - r_{bG}^2]^{1/2} - (r_P + r_G) \sin\phi_t$$

Donde p_N es el paso normal medido en el círculo base, p_n es el paso circular normal, ϕ_n es el ángulo de presión normal, Z es el longitud de la línea de acción en el plano transversal, r_P es el radio de paso del piñón, r_G es el radio de paso de la rueda, a es la cabeza, r_{bP} es el radio del círculo base del piñón, r_{bG} es el radio del círculo base de la rueda. Aquí recuerde que el radio de un círculo base $r_b = r \cos\phi_t$.

Se hace la salvedad que sí $[(r_P + a)^2 - r_{bP}^2] > (r_P + r_G) \sin\phi_t$ o sí $[(r_G + a)^2 - r_{bG}^2] > (r_P + r_G) \sin\phi_t$, entonces Z debe ser aproximado a su último término.

VI. Engranés rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Coeficiente elástico C_p (Z_E)

Recuerde que:

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

El valor de C_p también lo puede leer de la tabla 14-8 del libro de texto.

Factor dinámico K_v

Este factor se usa para tomar en cuenta imprecisiones en la fabricación y acoplamiento de engranes en movimiento, lo que causa una desviación de la velocidad angular uniforme que un par de engranes se supone debe tener.

La AGMA usa el número de nivel de exactitud en la transmisión Q_s , para cuantificar la calidad de los engranes (tolerancias) y así dividirlos en clases diferentes específicas.

En este sentido Q_s de 3 a 7 se utiliza para denotar a engranes de calidad comercial, y Q_s de 8 a 12 para denotar a engranes de calidad de precisión.

El valor de K_v puede ser determinado a partir de las ecuación 14-27 y 14-28 o bien a partir de la figura 14-9 de su libro de texto.

Factor de sobrecarga K_o

Este factor se utiliza para tomar en cuenta la posibilidad de que se apliquen cargas externas que excedan la carga transmitida W^t . Los valores de K_o se basan en la experiencia de campo que se tenga en una aplicación en particular (vea la tabla de la figura 14-17 y 14-18 de su libro de texto).

VI. Engranés rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor de condición superficial $C_f (Z_R)$

Este factor solo se usa en la ecuación de esfuerzo de contacto y depende del acabado superficial, de si existen o no esfuerzo residuales, y de los efectos plásticos (endurecimiento producto del trabajo).

Actualmente no existen estándares para este factor, así que a menos de que se diga lo contrario debe suponer que el mismo es igual a la unidad.

Factor de tamaño K_S

Este factor se usa para tomar en cuenta la no uniformidad de las propiedades materiales producto del tamaño. De forma similar al factor de condición superficial aún no existen estándares para este factor; sin embargo su libro de texto recomienda emplear la siguiente ecuación para estimar dicho factor:

$$K_S = 1.192 \left(\frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0.0535}$$

Dónde: F es el espesor de la cara, P es el paso diametral, y Y es el factor de Lewis (ver tabla 14-2).

En caso tal de que el valor de K_S calculado sea inferior a la unidad, debe usar $K_S = 1$.

Factor de distribución de carga $K_m (K_H)$

El factor de distribución de carga se utiliza para tomar en cuenta el hecho de que existe la posibilidad de que la distribución de carga no sea uniforme a lo largo de la línea de contacto.

Una de las causas principales de que la distribución no sea uniforme es la desalineación del eje del engrane producto de la deformación de los ejes a los cuáles están sujetos los engranes. Otra causa de que la distribución no sea uniforme tiene que ver con imprecisiones en la fabricación y el acoplamiento de engranes.

VI. Engranajes rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor de distribución de carga K_m (K_H)

La siguiente expresión para determinar el factor K_m sólo es válida si:

- ✓ $F/d_p \leq 2$.
- ✓ $F \leq 40 \text{ in}$.
- ✓ Los engranes están montados entre dos cojinetes.
- ✓ Se da el contacto, a lo largo del ancho total del elemento más angosto.

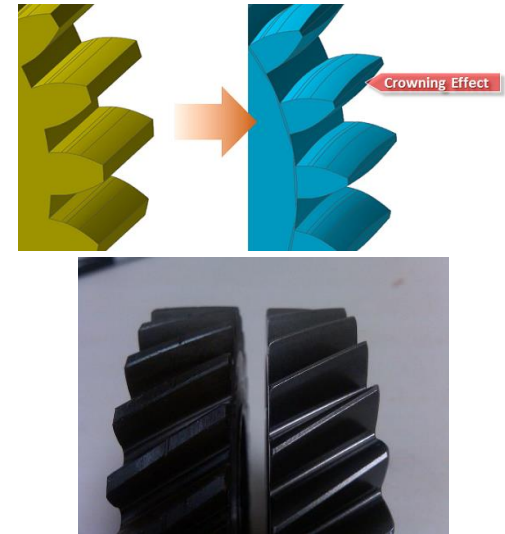
$$K_m = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Donde:

$$C_{mc} = \begin{cases} 1 & \text{Para dientes no coronados} \\ 0.8 & \text{Para dientes coronados} \end{cases}$$



$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d_p} - 0.025 & F \leq 1 \text{ in} \\ \frac{F}{10d_p} - 0.0375 + 0.0125F & 1 \text{ in} < F \leq 17 \text{ in} \\ \frac{F}{10d_p} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2 & 17 \text{ in} < F \leq 40 \text{ in} \end{cases}$$



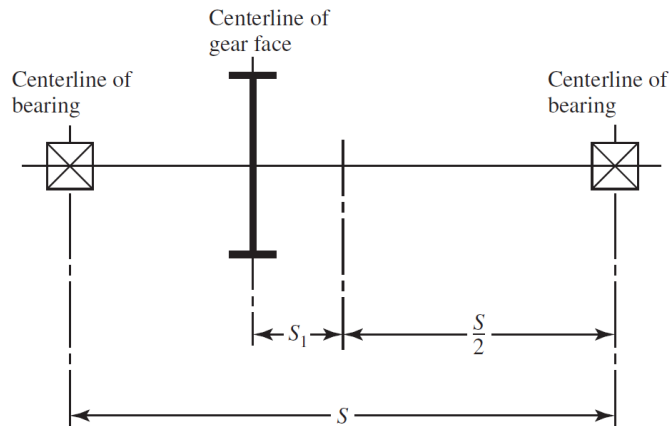
VI. Engranés rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor de distribución de carga K_m (K_H)

En la expresión anterior cuando $\frac{F}{10d_p} < 0.05$, se debe usar $\frac{F}{10d_p} = 0.05$. El factor C_{pf} tiene que ver con el ancho de la cara y la existencia de desalineamiento.

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \text{Para piñón montado con } S_1/S < 0.175 \\ 1.1 & \text{Para piñón montado con } S_1/S \geq 0.175 \end{cases}$$



El factor C_{pm} tiene que ver con a que posición está el piñón con respecto a los cojinetes.

$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$

El factor C_{ma} tiene que ver con la precisión durante la manufactura, y los valores de A , B , y C pueden ser encontrado en la tabla 14-9 del libro de texto. Podría también leer el valor de C_{ma} de la figura 14-11 del texto.

$$C_e = \begin{cases} 0.8 & \text{Para engranes ajustados durante el ensamble} \\ 1 & \text{Para todas las otras condiciones} \end{cases}$$

Factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura C_H (Z_W)

Generalmente el piñón tiene una menor cantidad de dientes que la rueda, y consecuentemente sus dientes están sujetos a más ciclos de esfuerzo de contacto. Para compensar esta diferencia es común de que el piñón se vea sujeto a algún tratamiento térmico de forma tal de que se aumente su dureza.

VI. Engranajes rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura $C_H (Z_W)$

En este sentido, C_H es un factor que se usa para tomar en cuenta esta diferencia entre las durezas, y solo debe ser usado para la rueda, por lo tanto C_H para el piñón es igual a la unidad.

$$C_H = 1 + A'(m_G - 1)$$

Donde:

$$A' = 8.98 \times 10^{-3} \left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8.29 \times 10^{-3} \quad 1.2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1.7$$

Aquí H_{BP} y H_{BG} , son la dureza Brinell del piñón y de la rueda de forma respectiva; y m_G es la razón de velocidad. La expresión anterior esta graficada en la figura 14-12 de su libro de texto.

En caso tal de que $\frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2$, $A' = 0$ y cuando $\frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1.7$, $A' = 0.00698$

Cuando se tengan piñón con dureza Rockwell C48 o mayores, con ruedas endurecidas por completo (de 180 a 400 Brinell), el valor de C_H esta dado por:

$$C_H = 1 + B'(450 - H_{BG})$$

Donde:

$$B' = 0.00075e^{-0.0112f_P}$$

Aquí f_P es el acabado superficial del piñón. Para este caso los valores de C_H pueden ser leído de la figura 14-13 del libro de texto.

Factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión Y_N y factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto Z_N .

Las resistencias S_t y S_c de la AGMA están basadas en ciclos de carga de 10^7 .

VI. Engranajes rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión Y_N y factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto Z_N .

Los factores Y_N y Z_N se utilizan para modificar las resistencias de la AGMA para vidas diferentes a las 10^7 ciclos.

Los valores para Y_N en función del número de ciclos que se desea puede encontrarlos en la figura 14-14 del texto, en tanto que los valores para Z_N puede leerlos en la figura 14-15 del libro de texto.

Factor de confiabilidad K_R (Y_Z)

Las resistencias S_t y S_c están basadas en una confiabilidad del 0.99. El factor de confiabilidad es usado para modificar las resistencias de AGMA para confiabilidades diferentes al 0.99.

Algunos valores de K_R para ciertos valores de confiabilidad R pueden ser encontrados en la tabla 14-10 del libro de texto. Para valores diferentes a los que aparecen tabulados, los valores de K_R pueden ser encontrados como:

$$K_R = \begin{cases} 0.658 - 0.0759 \ln(1 - R) & 0.5 < R < 0.99 \\ 0.5 - 0.109 \ln(1 - R) & 0.99 < R < 0.9999 \end{cases}$$

Factor asociado a la temperatura K_t (Y_θ)

Este factor es usado para modificar las resistencias de la AGMA para tomar en cuenta el efecto de operar a temperaturas elevadas.

Para valores de temperatura hasta los 250°F (120°C), $K_t = 1$. Para temperaturas superiores a los 250°F será mayor a 1; sin embargo no existe data disponible para tales condiciones.

VI. Engranés rectos y helicoidales

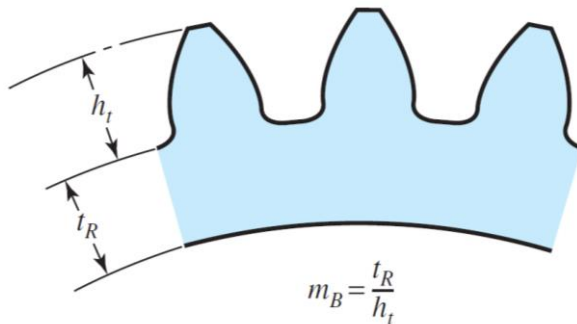
6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor del espesor del aro K_B

Cuando el espesor del aro no es suficiente, este no proveerá suficiente apoyo para el diente, lo que causará un incremento en el esfuerzo asociado a la flexión.

$$K_B = \begin{cases} 1.6 \ln \frac{2.242}{m_B} & m_B < 1.2 \\ 1 & m_B \geq 1.2 \end{cases}$$

Donde $m_B = t_R/h_t$ es la relación de apoyo, vea la siguiente figura. La figura 14-16 del texto puede usarla para determinar K_B .



Factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo asociado a la flexión S_F y factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo de contacto S_H

Un factor de seguridad es empleado para contabilizar situaciones que no se pueden cuantificar y que pueden afectar el nivel de esfuerzos. Cuando se diseña un acoplamiento de engranes, los factores de seguridad se convierten en factores de diseño, y dicho factor de seguridad representa la razón entre la resistencia y el esfuerzo.

a) Factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo asociado a la flexión S_F

$$S_F = \frac{(S_t Y_N)/(K_t K_R)}{\sigma}$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

6. Factores de corrección de esfuerzo y resistencia de las ecuaciones de la AGMA

Factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo asociado a la flexión S_F y factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo de contacto S_H

$$S_F = \frac{\text{Resistencia a la flexión corregida}}{\text{esfuerzo asociado a la flexión corregido}}$$

Aquí S_F está relacionado linealmente a W^t , ya que σ depende linealmente de W^t .

b) Factor de seguridad de la AGMA relacionado al esfuerzo de contacto S_H

$$S_H = \frac{(S_C Z_N C_H) / (K_t K_R)}{\sigma_c}$$

$$S_H = \frac{\text{Resistencia al contacto corregida}}{\text{esfuerzo de contacto corregido}}$$

Aquí recuerde que C_H para el piñón es igual a 1. Tenga presente que S_H no está relacionado linealmente a W^t , ya que σ no depende linealmente de W^t .

Producto de la diferencia en cómo se relaciona S_F y S_H con la carga transmitida, si se desea comparar dichos valores en un análisis, se debe:

- ✓ Comparar S_F con S_H^2 para engranes de contacto lineal (dientes rectos no coronados) o helicoidal.
- ✓ Comparar S_F con S_H^3 para engranes de contacto esférico (dientes coronados).

7. Análisis

La descripción del procedimiento a seguir basado en los estándares de la AGMA es altamente detallada. Las figuras 14-17 y 14-18 de su libro de texto dan la “ruta de camino (*road map*)” en donde se listan las ecuaciones de la AGMA para determinar los esfuerzos y resistencias así como los factores de seguridad.

VI. Engranajes rectos y helicoidales

7. Análisis

Debe observarse que la mayoría de los términos que aparecen en las ecuaciones tendrán el mismo valor ya sea que se trate del piñón o de la rueda. Y los factores y propiedades que pueden ser diferentes entre el piñón y la rueda son los siguientes: el factor de tamaño K_S , el factor geométrico relacionado al esfuerzo asociado a la flexión J , el factor del espesor del aro K_B , la resistencia a la flexión S_t , la resistencia al contacto S_c , el factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión Y_N , y el factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto Z_N .

Ha de decirse que el diseño óptimo se obtiene cuando todos los diferentes valores de los factores de seguridad son iguales; sin embargo, suele ser preferible tener factores de seguridad asociados a la flexión que sean ligeramente mayores a los factores de seguridad asociados al desgaste; ya que la flexión y consecuente ruptura del diente es más peligroso que el desgaste superficial.

Vea la sección 14-18 de su libro de texto y los ejemplos 14-6 y 14-7 también del texto.

SPUR GEAR BENDING
Based on ANSI/AGMA 2001-D04 (U.S. customary units)

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

$$W' = \frac{33\,000 H}{V}$$

1 [or Eq. (a), Sec. 14-10]; p. 751

Gear bending stress equation Eq. (14-15)

$$\sigma = W' K_o K_s K_t \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

Eq. (14-30); p. 751
Eq. (14-40); p. 756

Fig. 14-6; p. 745
Eq. (14-27); p. 748

Table below

$0.99(S_t)_{10}^7$ Tables 14-3, 14-4; pp. 740, 741

Gear bending endurance strength equation Eq. (14-17)

$$\sigma_{all} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

Fig. 14-14; p. 755

Table 14-10, Eq. (14-38); pp. 756, 755

1 if $T < 250^\circ\text{F}$

Bending factor of safety Eq. (14-41)

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

Remember to compare S_F with S_{Hf}^2 when deciding whether bending or wear is the threat to function. For crowned gears compare S_F with S_{Hf}^3 .

Table of Overload Factors, K_o

Power source	Driven Machine		
	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25

SPUR GEAR WEAR
Based on ANSI/AGMA 2001-D04 (U.S. customary units)

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

$$W^t = \frac{33\,000 H}{V}$$

Gear contact stress equation Eq. (14-16)

$$\sigma_c = C_p \left(W^t K_o K_v K_s K_m K_f \frac{K_m C_f}{d_p F} \right)^{1/2}$$

Eq. (14-13), Table 14-8; pp. 736, 749

1 [or Eq. (a), Sec. 14-10]; p. 751

Eq. (14-30); p. 751

1

Eq. (14-23); p. 747

Eq. (14-27); p. 748

Table below

Gear contact endurance strength Eq. (14-18)

$0.99(S_c)_{10^7}$ Tables 14-6, 14-7; pp. 743, 744

Fig. 14-15; p. 755

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

Table 14-10, Eq. (14-38); pp. 756, 755

1 if $T < 250^\circ\text{F}$

Wear factor of safety Eq. (14-42)

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

Gear only

Remember to compare S_F with S_H^2 when deciding whether bending or wear is the threat to function. For crowned gears compare S_F with S_H^3 .

Table of Overload Factors, K_o

Power source	Driven Machine		
	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25

VI. Engranés rectos y helicoidales

8. Diseño de un acoplamiento de engrane

Para realizar el diseño de engranes que buscan acoplarse, hay dos grupos de categorías en las cuales podemos dividir las decisiones por tomar.

Decisiones a priori

- ✓ Función: carga, velocidad, confiabilidad, vida, factor de sobrecarga.
- ✓ Riesgo no cuantificable: factor de diseño.
- ✓ Sistema de dientes: ϕ , ψ , cabeza, raíz, radio de entalle de la raíz.
- ✓ Relación de engranes $m_G: N_G, N_P$.
- ✓ Número de calidad Q_v .

Decisiones de diseño

a) Asociadas al tamaño de los engranes

- ✓ Paso diametral, P_d .
- ✓ Ancho de la cara, F .

b) Asociadas a la resistencia de los engranes

- ✓ Material del piñón, dureza del núcleo, dureza superficial.

- ✓ Material de la corona, dureza del núcleo, dureza superficial.

Se hace la salvedad que durante el diseño, muy probablemente se requerirá hacer algunas iteraciones hasta obtener un diseño satisfactorio. Aquí el orden en que se realicen los cálculos facilitará la cantidad de trabajo que requiere hacer durante el proceso iterativo.

Estrategia de diseño sugerida

1. Seleccione un paso diametral de prueba, P .
2. Tome al ancho de la cara $F = 4\pi/P$ (el ancho de la cara debe estar en el siguiente rango: $3\pi/P \leq F \leq 5\pi/P$)
3. Comience el análisis asociado a la flexión.
 - 3.1. Piñón: encuentre el esfuerzo asociado a la flexión σ , tome en vez de la carga transmitida W^t , el producto de la carga transmitida y el factor de diseño $n_d W^t$.

VI. Engranés rectos y helicoidales

8. Diseño de un acoplamiento de engrane

Estrategia de diseño sugerida

a) Seleccione un material y una dureza para el núcleo.

b) Determine F , al tomar que $\sigma = \sigma_{perm}$. Si F no está dentro del rango regrese a la sección a) o al punto 1.

c) Seleccione un valor para F ligeramente mayor al valor calculado y compruebe el factor de seguridad S_F .

3.2. Corona: Encuentre una dureza para el núcleo de forma tal que $(S_F)_G = (S_F)_P$.

a) Seleccione un material y una dureza para el núcleo.

b) Encuentre el esfuerzo σ y luego compruebe el factor de seguridad.

4. Comience el análisis asociado al desgaste por picadura.

4.1. Piñón: encuentre el esfuerzo de contacto σ_c , tome en vez de la carga transmitida W^t , el producto de la carga transmitida y el factor de diseño $n_d W^t$.

a) Encuentre el valor de la resistencia al contacto S_C de manera tal que $\sigma_c = \sigma_{c,perm}$.

b) Determine la dureza superficial necesaria y seleccione una ligeramente mayor.

c) Compruebe que el factor de seguridad S_H^2 sea ligeramente inferior a S_F .

4.2. Corona: Encuentre una dureza superficial de forma tal que $(S_H)_G = (S_H)_P$.

a) Seleccione una dureza superficial mayor.

b) Compruebe que el factor de seguridad S_H^2 sea ligeramente inferior a S_F .

Vea el ejemplo 14-8 del libro de texto.

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Suposiciones: Cada uno de los engranes se encuentra justo en medio de dos cojinetes; cuando se menciona que los engranes están hechos para estar montados de manera rígida y exacta se entiende que los mismos serán ajustados durante el ensamblaje; el factor de condición superficial, el de temperatura, el de sobre carga, y el de espesor del aro será igual a la unidad.

Ecuaciones básicas:

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J}, \sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}}$$
$$S_F = \frac{S_t}{\sigma_{perm}} \frac{Y_N}{K_t K_R}, S_H = \frac{S_c}{\sigma_{c,perm}} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R}$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

En primer lugar se determinará la carga transmitida W^t

$$P_t = P_n \cos \psi = 6 \cos 30^\circ = 5.196 \text{ diente s/i n}$$

$$d_P = \frac{N_P}{P_t} = \frac{16 \text{ dientes}}{5.196 \text{ diente s/i n}} = 3.079 \text{ in}$$

$$d_G = \frac{N_G}{P_t} = \frac{48 \text{ dientes}}{5.196 \text{ diente s/i n}} = 9.238 \text{ in}$$

$$W^t = \frac{H}{\pi d_p n_p}$$

$$W^t = \frac{5 \text{ hp}}{\pi \left(3.079 \text{ in} \cdot \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \right) (300 \text{ rev/min}) \left(\frac{33000 \text{ lbf} \cdot \text{ft}/\text{min}}{1 \text{ hp}} \right)}$$

$$W^t \cong 682.314 \text{ lbf}$$

Para determinar el esfuerzo AGMA y los factores de seguridad asociado a la flexión tanto para el piñón como para la rueda se requiere de los factores de corrección.

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factores geométricos, J, I

Para un ángulo de hélice de 30° y, para 16 dientes (piñón) y para 48 dientes (rueda) de la figura 14.7 se lee que:

$$J'_P \cong 0.46, J'_G \cong 0.52$$

Y de la figura 14.8 se leen los factores modificadores:

$$J_P \cong 0.94 J'_P \cong 0.43, J_G \cong 0.985 J'_G \cong 0.51$$

Ahora se determinará el factor I

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t} \rightarrow \phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right)$$

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} \right) \cong 22.80^\circ$$

$$m_G = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P} = \frac{48}{16} \cong 3$$

$$m_N = p_N / 0.95 Z$$

$$p_n = \frac{\pi}{P_n} = \frac{\pi}{6} \cong 0.524$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factores geométricos, J, I

$$p_N = p_n \cos \phi_n = 0.524 \cos 20^\circ \cong 0.492$$

$$Z = [(r_P + a)^2 - r_{bP}^2]^{1/2} + [(r_G + a)^2 - r_{bG}^2]^{1/2} - (r_P + r_G) \sin \phi_t$$

$$r_P = \frac{3.079 \text{ in}}{2} \cong 1.540 \text{ in}, r_G = \frac{9.238 \text{ in}}{2} \cong 4.619 \text{ in}$$

$$r_{bP} = r_P \cos \phi_t = (1.540 \text{ in}) \cos 22.80^\circ \cong 1.420 \text{ in}$$

$$r_{bG} = r_G \cos \phi_t = (4.619 \text{ in}) \cos 22.80^\circ \cong 4.258 \text{ in}$$

De la tabla 13-4, para dientes helicoidales:

$$a = \frac{1}{P_n} = \frac{1}{6} \cong 0.167$$

Por lo tanto:

$$Z = [(1.540 + 0.167)^2 - 1.420^2]^{1/2} + [(4.619 + 0.167)^2 - 4.258^2]^{1/2} - (1.540 + 4.619) \sin 22.80^\circ \cong 0.7459$$

$$m_N = \frac{p_N}{0.95Z} = \frac{0.492}{0.95(0.7459)} \cong 0.694$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factores geométricos, J, I

$$I = \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1}$$

$$I = \frac{(\cos 22.8^\circ) \sin 22.8^\circ}{2(0.694)} \frac{3}{3 + 1} \cong 0.193$$

Coefficiente elástico C_p

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

De la tabla 14-8 considerando que ambos engranes son de acero: $E_p = E_G = 30 \times 10^6 \text{ psi}$, $\nu_p = \nu_G = 0.30$

$$C_p = \left[\frac{1}{2\pi \left(\frac{1 - 0.30^2}{30 \times 10^6 \text{ psi}} \right)} \right]^{1/2} \cong 2290.60 \sqrt{\text{psi}}$$

Factor dinámico K_v

A partir de las ecuaciones 14-27 y 14-28 para una calidad de 6 y una velocidad lineal de:

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor dinámico K_v

$$V = \pi \left(3.079 \text{ in} \cdot \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \right) (300 \text{ rev/min})$$
$$\cong 241.82 \text{ ft/min}$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$B = 0.25(12 - 6)^{2/3} \cong 0.825$$

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$A = 50 + 56(1 - 0.825) \cong 59.8$$

$$K_v = \left(\frac{59.8 + \sqrt{241.82}}{59.8} \right)^{0.825} \cong 1.21$$

Factor de sobre carga K_o

Como no se dispone de información concerniente a este factor se supondrá que es igual a 1.

Factor de condición superficial C_f

Se supondrá $C_f = 1$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor de tamaño K_s

$$K_S = 1.192 \left(\frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0.0535}$$

De la tabla 14-2 se lee el factor de forma de Lewis tanto para el piñón como para la rueda.

$$Y_P = 0.296, Y_G = 0.4056 \text{ (valor interpolado)}$$

Y para un ancho de cara de 2 pulgadas y un paso diametral transversal de 5.196 dientes/in:

$$K_{SP} = 1.192 \left(\frac{2\sqrt{0.296}}{5.196} \right)^{0.0535} \cong 1.096$$

$$K_{SG} = 1.192 \left(\frac{2\sqrt{0.4056}}{5.196} \right)^{0.0535} \cong 1.106$$

Factor de distribución de carga K_m

$$\checkmark \quad \frac{F}{d_P} = \frac{2 \text{ in}}{3.079 \text{ in}} \leq 2$$

$$\checkmark \quad F = 2 \text{ in} \leq 40 \text{ in}$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor de distribución de carga K_m

$$K_m = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Los engranes no están coronados por lo tanto $C_{mc} = 1$.

$$C_{pf} = \frac{F}{10d_p} - 0.0375 + 0.0125F \quad 1 \text{ in} < F \leq 17 \text{ in}$$

$$C_{pf} = \frac{2}{10(3.079)} - 0.0375 + 0.0125(2) \cong 0.0525$$

Al suponer que los engranes están justo en medio de los cojinetes $S_1 = 0$:

$$C_{pm} = 1$$

De la figura 14-11 del libro de texto para engranes con alojamiento comercial (curva 2)

$$C_{ma} \cong 0.15$$

Al ser ajustados durante el ensamblaje:

$$C_e = 0.8$$

$$K_m = 1 + 1(0.0525 \cdot 1 + 0.15 \cdot 0.8) \cong 1.173$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura C_H

Al tener la misma dureza ambos engranes $\frac{H_{BP}}{H_{BG}} = 1$, y por lo tanto:

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2, A' = 0$$

$$C_{HG} = 1 + A'(m_G - 1) = 1$$

Factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión Y_N y factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto Z_N

Para una vida de magnitud de 10^8 de acuerdo con la figura 14-14, considerando la peor condición se tendrá que:

$$Y_N = 1.6831N^{-0.0323}$$

Donde N en esta ecuación es el número de ciclos.

$$Y_{NP} = 1.6831(1 \times 10^8)^{-0.0323} \cong 0.928$$

VI. Engranajes rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión Y_N y factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto Z_N

En vista de que en el punto de paso

$$V = |\omega_P r_P| = |\omega_G r_G|$$

Y recordando que: $\omega = 2\pi n$, $r = d/2$, $P = N/d$

$$|n_P N_P| = |n_G N_G|$$

$$n_G = n_P \frac{N_P}{N_G}$$

$$\left(\frac{\text{Ciclos o revoluciones}}{\text{tiempo}} \right)_G = \left(\frac{\text{Ciclos o revoluciones}}{\text{tiempo}} \right)_P \frac{N_P}{N_G}$$

Y para un mismo tiempo de operación

$$\text{Ciclos o revoluciones}_G = \text{Ciclos o revoluciones}_P \frac{N_P}{N_G}$$

$$\text{Ciclos o revoluciones}_G = \frac{1 \times 10^8}{3}$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo asociado a la flexión Y_N y factor de ciclos de esfuerzo relacionado con el esfuerzo de contacto Z_N

$$Y_{NG} = 1.6831 \left(\frac{1 \times 10^8}{3} \right)^{-0.0323} \cong 0.962$$

Y de acuerdo con la figura 14-15, considerando la peor condición se tendrá que:

$$Z_N = 2.466N^{-0.056}$$

$$Z_{NP} = 2.466(1 \times 10^8)^{-0.056} \cong 0.879$$

$$Z_{NG} = 2.466 \left(\frac{1 \times 10^8}{3} \right)^{-0.056} \cong 0.935$$

Factor de confiabilidad K_R

$$K_R = 0.658 - 0.0759 \ln(1 - R) \quad 0.5 < R < 0.99$$

$$K_R = 0.658 - 0.0759 \ln(1 - 0.90) \cong 0.83$$

Factor asociado a la temperatura K_t

Se supondrá que este factor es igual a la unidad.

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Factor del espesor del aro K_B

Al desconocerse el espesor del aro se supondrá que $m_B = t_R/h_t \geq 1.2$, por lo tanto:

$$K_B = 1$$

Determinación de σ y σ_c

$$\sigma = W^t K_0 K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J}$$

$$W^t \cong 682.314 \text{ lbf}, K_0 = 1, K_v = 1.21,$$

$$K_{SP} = 1.096, K_{SG} = 1.106, P_t = 5.196 \frac{\text{dientes}}{\text{in}},$$

$$F = 2 \text{ in}, K_m \cong 1.173, K_B = 1, J_P \cong 0.43, J_P \cong 0.51$$

$$\sigma_P = (682.314)(1)(1.21)(1.096) \left(\frac{5.196}{2} \right) \left(\frac{1.173 \cdot 1}{0.43} \right)$$

$$\sigma_P \cong 6412.82 \text{ psi}$$

$$\sigma_G = (682.314)(1)(1.21)(1.106) \left(\frac{5.196}{2} \right) \left(\frac{1.173 \cdot 1}{0.51} \right)$$

$$\sigma_G \cong 5456.22 \text{ psi}$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_0 K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}}$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Determinación de σ y σ_c

$$C_p \cong 2290.60\sqrt{psi}, d_p = 3.079 \text{ in}, C_f = 1, I \cong 0.193$$

$$\sigma_{cP} = (2290.60) \sqrt{(682.314)(1)(1.21)(1.096) \left(\frac{1.173}{3.079 \cdot 2} \right) \frac{1}{0.193}}$$

$$\sigma_{cP} \cong 68452.59 \text{ psi}$$

$$\sigma_{cG} = (2290.60) \sqrt{(682.314)(1)(1.21)(1.106) \left(\frac{1.173}{3.079 \cdot 2} \right) \frac{1}{0.193}}$$

$$\sigma_{cG} \cong 68764.16 \text{ psi}$$

Determinación de S_F y S_H

De la figura 14-2 y 14-5 se encuentran las expresiones para calcular los valores de esfuerzo permitidos no corregidos S_t y S_c (acero grado 1, dureza Brinell de 200 para ambos engranes)

$$S_t = (77.3H_B + 12800)psi$$

$$S_c = (322H_B + 29100)psi$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Determinación de S_F y S_H

$$S_{tP} = S_{tG} = (77.3 \cdot 200 + 12800) \text{psi} \cong 28260 \text{psi}$$

$$S_{cP} = S_{cG} = (322 \cdot 200 + 29100) \text{psi} \cong 93500 \text{psi}$$

$$S_F = \frac{S_t}{\sigma_{perm}} \frac{Y_N}{K_t K_R}$$

$$Y_{NP} \cong 0.928, Y_{NG} \cong 0.962, K_t = 1, K_R \cong 0.83, \sigma_{perm} = \sigma$$

$$S_{FP} = \left(\frac{28260}{6412.82} \right) \left(\frac{0.928}{1 \cdot 0.83} \right)$$

$$S_{FP} \cong 4.93$$

$$S_{FG} = \left(\frac{28260}{5456.22} \right) \left(\frac{0.962}{1 \cdot 0.83} \right)$$

$$S_{FG} \cong 6.00$$

$$S_H = \frac{S_c}{\sigma_{c,perm}} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R}$$

$$Z_{NP} \cong 0.879, Z_{NG} \cong 0.935, C_{HG} = 1, \sigma_{c,perm} = \sigma_c$$

VI. Engranés rectos y helicoidales

9. Ejemplo

Un controlador de engranes con alojamiento comercial se compone de un piñón con 16 dientes que impulsa una corona de 48 dientes. La velocidad del piñón es de 300 rev/min, y el ancho de cara de 2 pulgadas. Los engranes son de acero grado 1, endurecido completamente a 200 Brinell, con normas de calidad número 6, sin coronar y hechos para estar montados de manera rígida y exacta. Suponga una vida de 10^8 ciclos para el piñón y una confiabilidad 0.90 para ambos engranes. Determine los esfuerzos de flexión y contacto AGMA, así como los factores de seguridad correspondientes si se va a transmitir una potencia de 5 hp. Considere que los engranes son helicoidales, cada uno con un ángulo de paso normal de 20° , un ángulo de hélice de 30° , y un paso diametral normal de 6 dientes/pulgada.

Desarrollo:

Determinación de S_F y S_H

$$S_{HP} = \left(\frac{93500}{68452.59} \right) \left(\frac{0.879}{1} \right) \left(\frac{1}{0.83} \right)$$

$$S_{HP} \cong 1.45$$

$$S_{HG} = \left(\frac{93500}{68764.16} \right) \left(\frac{0.935}{1} \right) \left(\frac{1}{0.83} \right)$$

$$S_{HG} \cong 1.53$$