

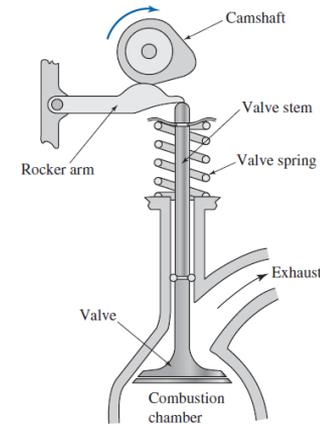
# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## Objetivos:

1. Identificar los diferentes tipos de levas y seguidores.
2. Crear el diagrama de desplazamiento del seguidor a partir de criterios pre establecidos para el movimiento de seguidores.
3. Comprender los beneficios de los diferentes esquemas de movimiento de los seguidores.
4. Usar ecuaciones para construir los diagramas de desplazamientos de seguidores.
5. Construir el perfil de levas de disco de forma gráfica con los diferentes tipos de seguidores.
6. Construir el perfil de levas cilíndricas de forma gráfica.

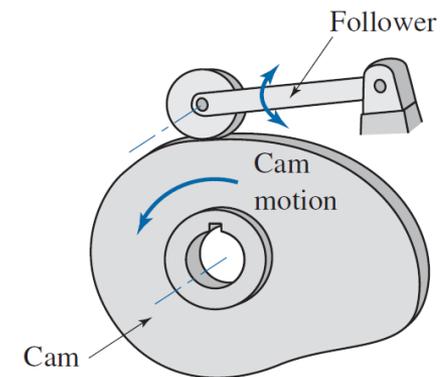
## 1. Introducción.

Una leva es un mecanismo que dirige a un componente llamado seguidor. Desde un punto de vista funcional, un arreglo de leva y seguidor es muy similar a los eslabonamientos. Aquí la leva acepta un movimiento de entrada (al igual que lo hace la manivela) e imparte un movimiento resultante a un seguidor.



## 2. Tipos de levas.

*-Levas de discos o platos.*

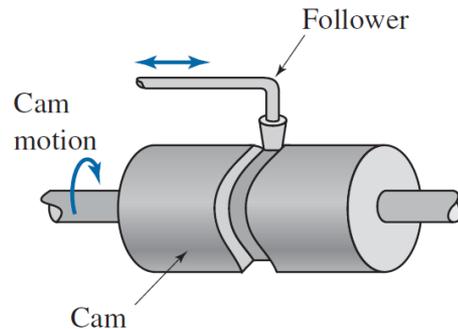


(a) Plate Cam

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

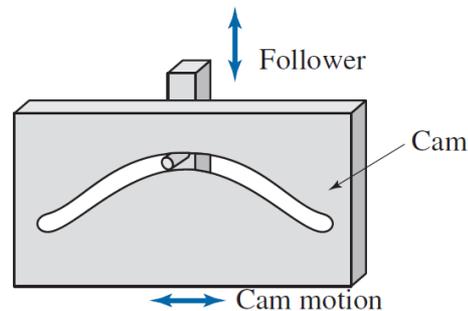
## 2. Tipos de levas.

-Levas cilíndricas o de tambor.



(b) Cylindrical Cam

-Leva lineal.



(c) Linear Cam

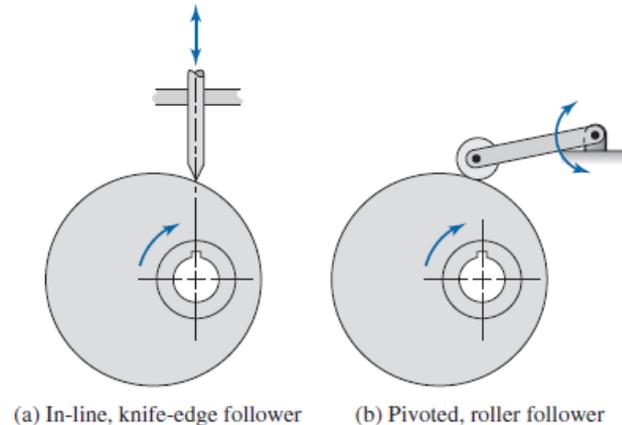
## 3. Tipos de seguidores.

Los seguidores son clasificados por su movimiento, forma, y posición.

Clasificación de seguidores de acuerdo a su movimiento

-Seguidores en movimiento traslacional.

-Seguidores pivotados.



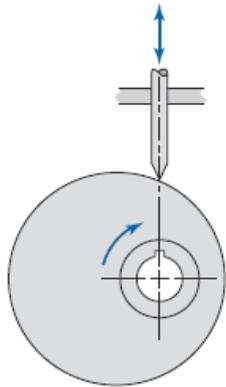
# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 3. Tipos de seguidores.

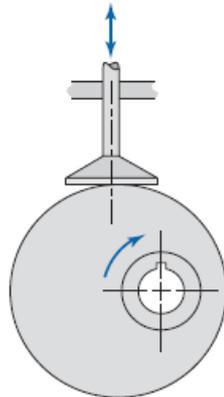
Clasificación de seguidores de acuerdo a su posición

-Seguidores en línea.

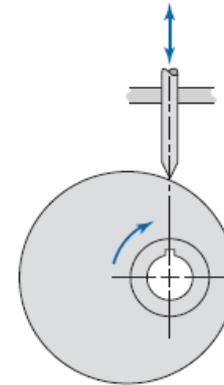
-Seguidores no en línea.



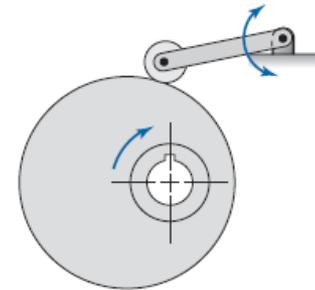
(a) In-line, knife-edge follower



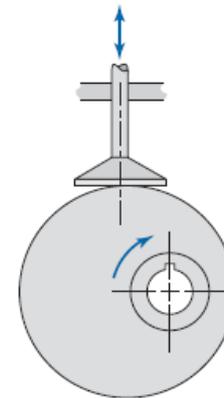
(c) Offset, flat-face follower



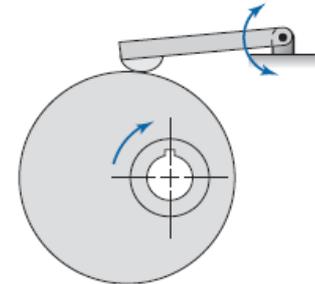
(a) In-line, knife-edge follower



(b) Pivoted, roller follower



(c) Offset, flat-face follower



(d) Pivoted, spherical-face follower

Clasificación de seguidores de acuerdo a su forma

-Seguidor con borde afilado (tipo cuchillo)

-Seguidor con rodillo.

-Seguidor con cara plana.

-Seguidor con cara esférica.

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 4. Movimiento pre escrito del seguidor.

Una característica única de las levas es que pueden impartir un movimiento muy distintivo al seguidor. Por supuesto, este movimiento del seguidor depende la tarea requerida y puede ser pre escrito a detalle. Una vez se determina el movimiento deseado para el seguidor solo es cuestión de manufacturar una leva que permita efectuar dicho movimiento.

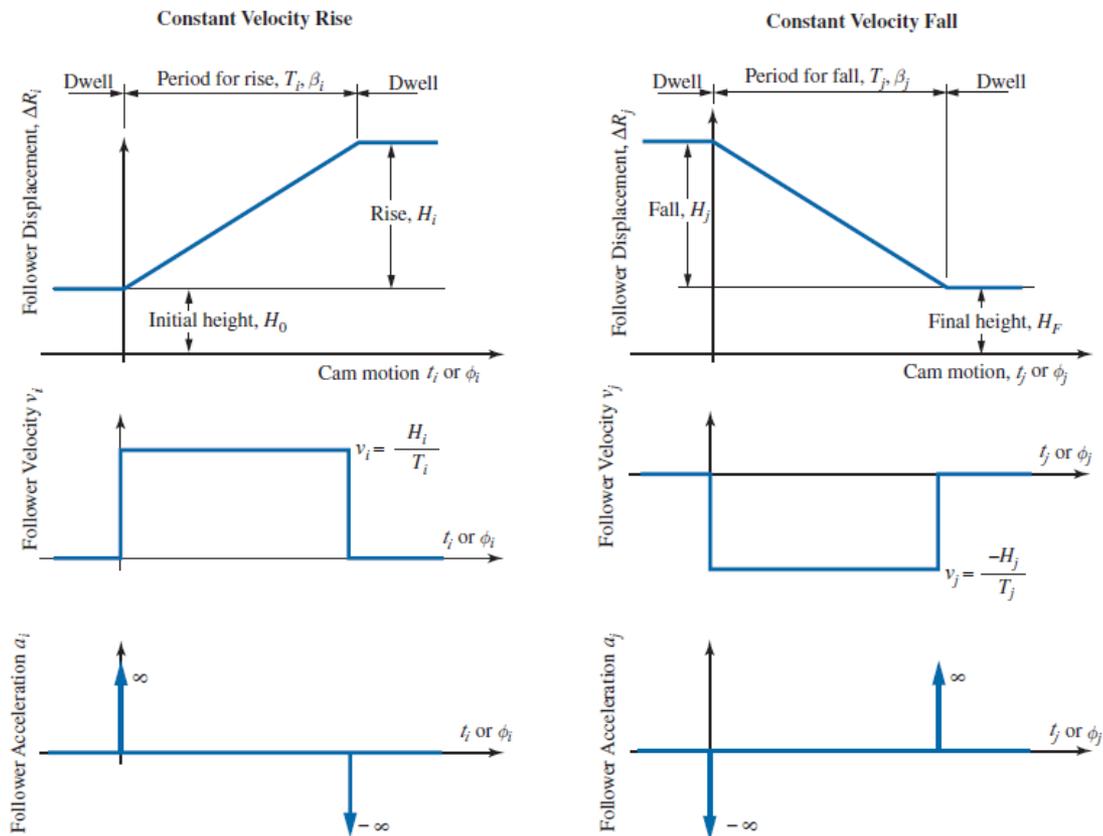
## 5. Esquemas de movimiento del seguidor.

Velocidad constante

Aceleración constante

Movimiento armónico

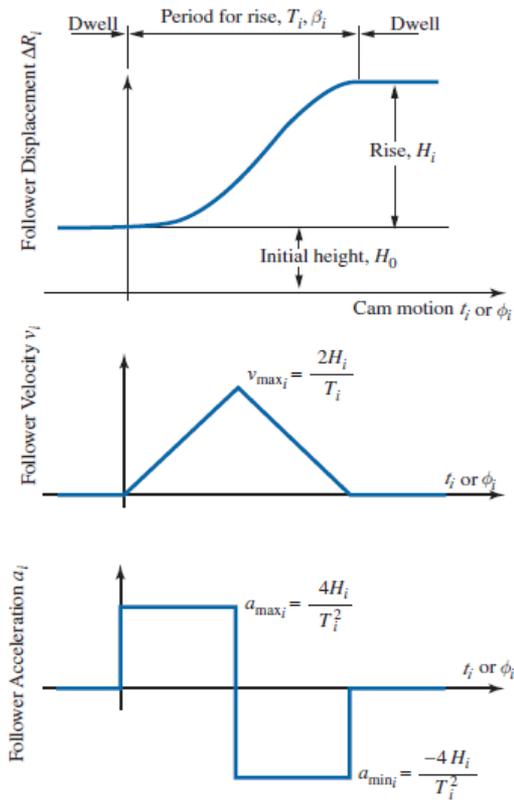
Movimiento cicloidal



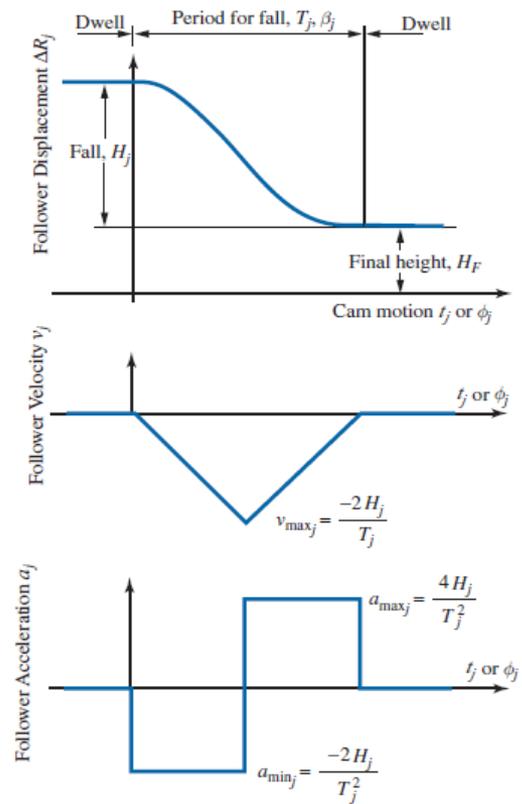
**TABLE 9.1 Cam Follower Kinematics for Constant Velocity Motion**

	Rise	Fall
Displacement:	$\Delta R_i = H_0 + \frac{H_i t_i}{T_i} = H_0 + \frac{H_i \phi_i}{\beta_i}$	$\Delta R_j = H_F + H_j \left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right) = H_F + H_j \left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)$
Velocity:	$v_i = \frac{H_i}{T_i} = \frac{H_i \omega}{\beta_i}$	$v_j = \frac{-H_j}{T_j} = \frac{-H_j \omega}{\beta_j}$
Acceleration:	$a = 0$ ( $\infty$ at transitions)	$a = 0$ ( $\infty$ at transitions)

Constant Acceleration Rise



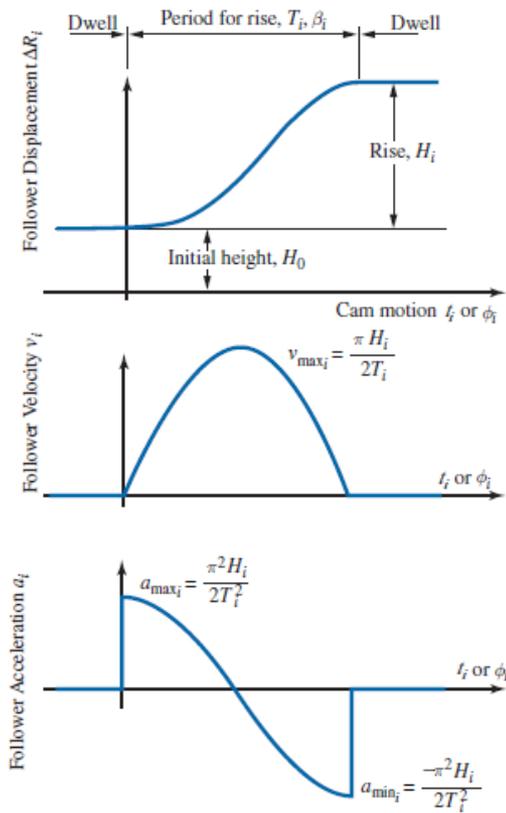
Constant Acceleration Fall



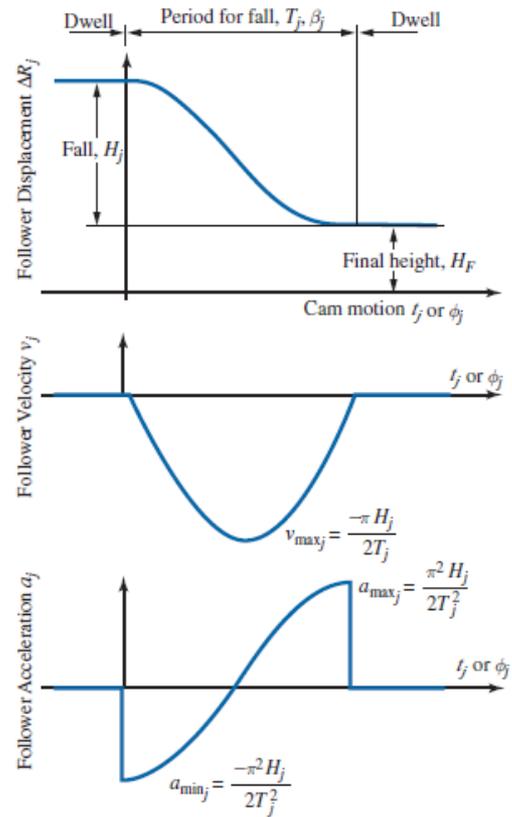
**TABLE 9.2 Cam Follower Kinematics for Constant Acceleration Motion**

	Rise	Fall
For $0 < t < 0.5 T$ ( $0 < \phi < 0.5 \beta$ ):		
Displacement:	$\Delta R_i = H_0 + 2H_i \left( \frac{t_i}{T_i} \right)^2$ $= H_0 + 2H_i \left( \frac{\phi_i}{\beta_i} \right)^2$	$\Delta R_j = H_F + H_j - 2H_j \left( \frac{t_j}{T_j} \right)^2$ $= H_F + H_j - 2H_j \left( \frac{\phi_j}{\beta_j} \right)^2$
Velocity:	$v_i = \frac{4H_i t_i}{T_i^2} = \frac{4H_i \omega \phi_i}{\beta_i^2}$	$v_j = \frac{-4H_j t_j}{T_j^2} = \frac{-4H_j \omega \phi_j}{\beta_j^2}$
Acceleration:	$a_i = \frac{4H_i}{T_i^2} = \frac{4H_i \omega^2}{\beta_i^2}$	$a_j = \frac{-4H_j}{T_j^2} = \frac{-4H_j \omega^2}{\beta_j^2}$
For $0.5 T < t < T$ ( $0.5 \beta < \phi < \beta$ ):		
Displacement:	$\Delta R_i = H_0 + H_i - 2H_i \left( 1 - \frac{t_i}{T_i} \right)^2$ $= H_0 + H_i + 2H_i \left( 1 - \frac{\phi_i}{\beta_i} \right)^2$	$\Delta R_j = H_F + 2H_j \left( 1 - \frac{t_j}{T_j} \right)^2$ $= H_F + 2H_j \left( 1 - \frac{\phi_j}{\beta_j} \right)^2$
Velocity:	$v_i = \frac{4H_i}{T_i} \left( 1 - \frac{t_i}{T_i} \right) = \frac{4H_i \omega}{\beta_i} \left( 1 - \frac{\phi_i}{\beta_i} \right)$	$v_j = \frac{-4H_j}{T_j} \left( 1 - \frac{t_j}{T_j} \right) = \frac{-4H_j \omega}{\beta_j} \left( 1 - \frac{\phi_j}{\beta_j} \right)$
Acceleration:	$a_i = \frac{-4H_i}{T_i^2} = \frac{-4H_i \omega^2}{\beta_i^2}$	$a_j = \frac{4H_j}{T_j^2} = \frac{4H_j \omega^2}{\beta_j^2}$

### Harmonic Rise

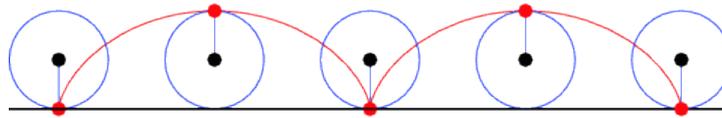


### Harmonic Fall



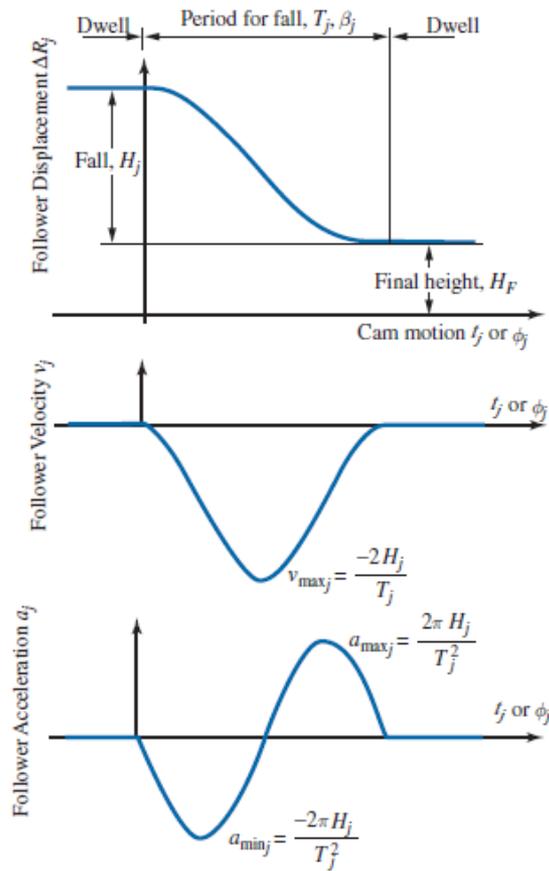
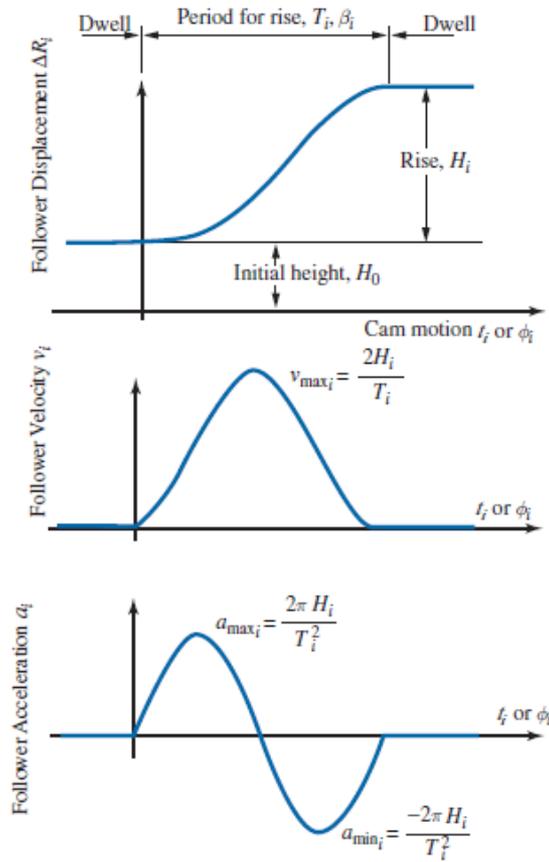
**TABLE 9.3 Cam Follower Kinematics for Harmonic Motion**

	Rise	Fall
Displacement:	$\Delta R_i = H_0 + \frac{H_i}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi t_i}{T_i} \right) \right]$ $= H_0 + \frac{H_i}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi \phi_i}{\beta_i} \right) \right]$	$\Delta R_j = H_F + \frac{H_j}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi t_j}{T_j} \right) \right]$ $= H_F + \frac{H_j}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi \phi_j}{\beta_j} \right) \right]$
Velocity:	$v_i = \frac{\pi H_i}{2T_i} \left[ \sin \left( \frac{\pi t_i}{T_i} \right) \right]$ $= \frac{\pi H_i \omega}{2\beta_i} \left[ \sin \left( \frac{\pi \phi_i}{\beta_i} \right) \right]$	$v_j = \frac{-\pi H_j}{2T_j} \left[ \sin \left( \frac{\pi t_j}{T_j} \right) \right]$ $= \frac{-\pi H_j \omega}{2\beta_j} \left[ \sin \left( \frac{\pi \phi_j}{\beta_j} \right) \right]$
Acceleration:	$a_i = \frac{\pi^2 H_i}{2T_i^2} \left[ \cos \left( \frac{\pi t_i}{T_i} \right) \right]$ $= \frac{\pi^2 H_i \omega^2}{2\beta_i^2} \left[ \cos \left( \frac{\pi \phi_i}{\beta_i} \right) \right]$	$a_j = \frac{-\pi^2 H_j}{2T_j^2} \left[ \cos \left( \frac{\pi t_j}{T_j} \right) \right]$ $= \frac{-\pi^2 H_j \omega^2}{2\beta_j^2} \left[ \cos \left( \frac{\pi \phi_j}{\beta_j} \right) \right]$



Cycloidal Rise

Cycloidal Fall



**TABLE 9.4 Cam Follower Kinematics for Cycloidal Motion**

	Rise	Fall
Displacement:	$\Delta R_i = H_0 + H_i \left[ \frac{t_i}{T_i} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi t_i}{T_i} \right) \right]$ $= H_0 + H_i \left[ \frac{\phi_i}{\beta_i} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi \phi_i}{\beta_i} \right) \right]$	$\Delta R_j = H_F + H_j \left[ 1 - \frac{t_j}{T_j} + \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi t_j}{T_j} \right) \right]$ $= H_F + H_j \left[ \frac{\phi_j}{\beta_j} - \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{2\pi \phi_j}{\beta_j} \right) \right]$
Velocity:	$v_i = \frac{H_i}{T_i} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi t_i}{T_i} \right) \right]$ $= \frac{H_i \omega}{\beta_i} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi \phi_i}{\beta_i} \right) \right]$	$v_j = \frac{-H_j}{T_j} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi t_j}{T_j} \right) \right]$ $= \frac{-H_j \omega}{\beta_j} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi \phi_j}{\beta_j} \right) \right]$
Acceleration:	$a_i = \frac{2\pi H_i}{T_i^2} \left[ \sin \left( \frac{2\pi t_i}{T_i} \right) \right]$ $= \frac{2\pi H_i \omega^2}{\beta_i^2} \left[ \sin \left( \frac{2\pi \phi_i}{\beta_i} \right) \right]$	$a_j = \frac{-2\pi H_j}{T_j^2} \left[ \sin \left( \frac{2\pi t_j}{T_j} \right) \right]$ $= \frac{-2\pi H_j \omega^2}{\beta_j^2} \left[ \sin \left( \frac{2\pi \phi_j}{\beta_j} \right) \right]$

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 5. Esquemas de movimiento del seguidor.

### Esquemas combinados de movimiento

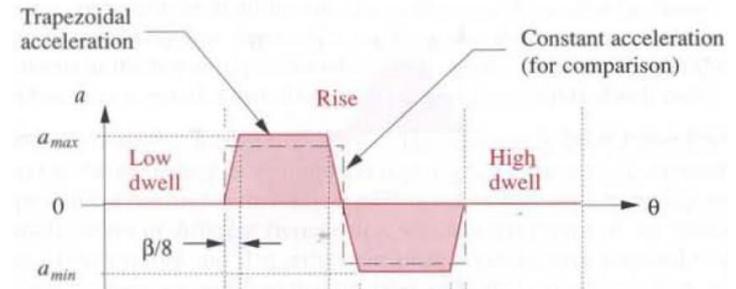
Al seleccionar un esquema particular de movimiento, el propósito principal es el de minimizar las fuerzas dinámicas inducidas durante el intervalo de subida o bajada. Esto se logra al minimizar la magnitud de la aceleración del seguidor y al mantenerla continúa.

Adicionalmente, la energía cinética almacenada por el seguidor es proporcional al cuadrado de la velocidad; por lo tanto, minimizar la velocidad máxima es otra consideración a tomar en cuenta al seleccionar un determinado esquema de movimiento.

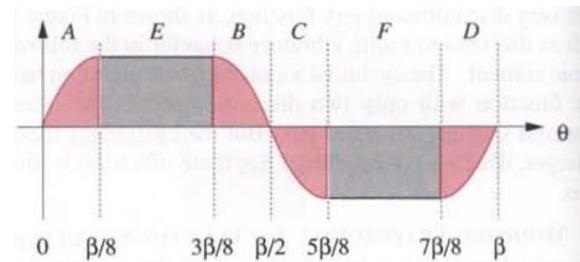
A parte de estos fines, para aplicaciones de alta velocidad es prudente evitar cambios abruptos en la aceleración para minimizar el nivel de vibraciones.

Algunos esquemas modificados comunes incluyen:

- ✓ Aceleración trapezoidal.



- ✓ Aceleración trapezoidal modificada.

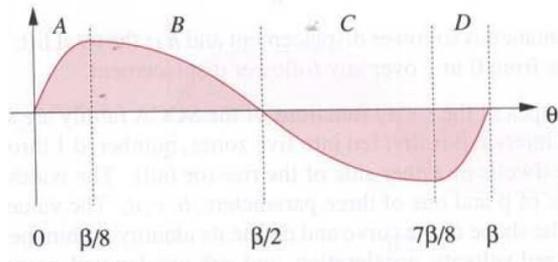


- ✓ Desplazamiento polinomial 3-4-5.
- ✓ Desplazamiento polinomial 4-5-6-7.
- ✓ Aceleración sinusoidal modificada.

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 5. Esquemas de movimiento del seguidor.

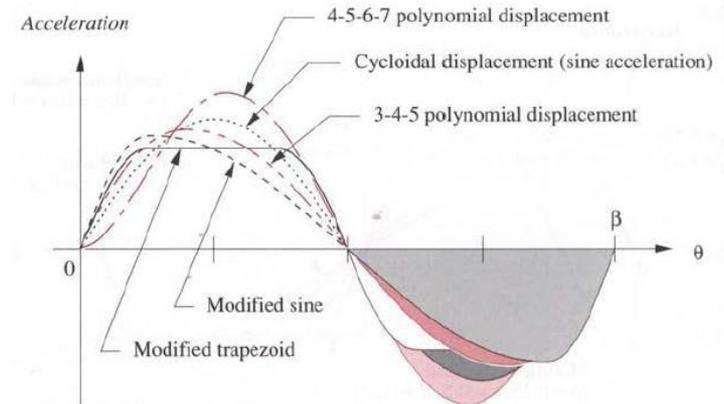
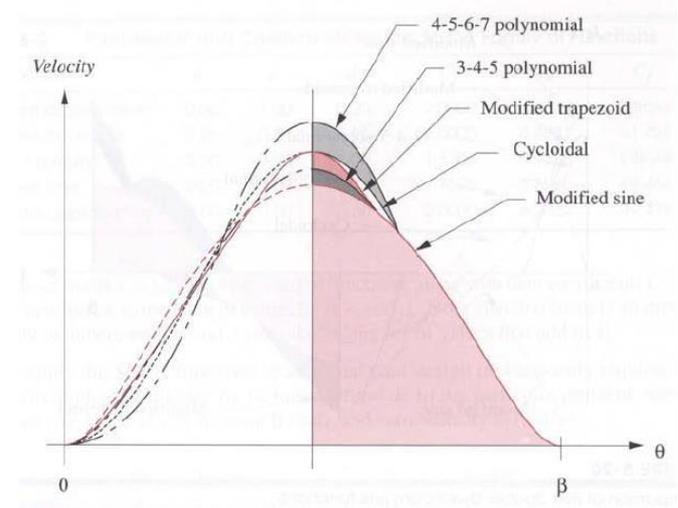
### Esquemas combinados de movimiento



En la siguiente tabla se comparan los diferentes esquemas de movimiento. Aquí se dan los valores máximos en función de la elevación  $H$  y el periodo del intervalo  $T$ .

TABLE 9.5 Motion Scheme Comparisons

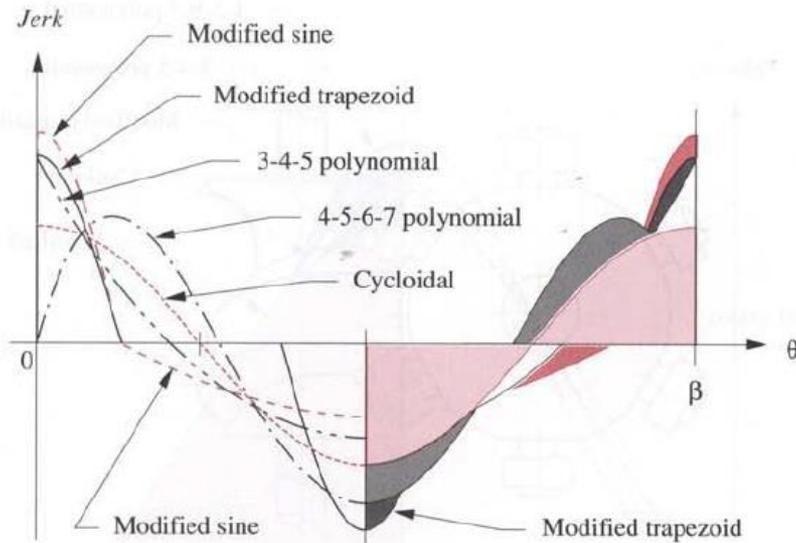
Motion Scheme	Peak Velocity	Peak Acceleration	Peak Jerk
Constant Velocity	1.000 $H/T$	$\infty$	$\infty$
Constant Acceleration	2.000 $H/T$	4.000 $H/T^2$	$\infty$
Harmonic	1.571 $H/T$	4.945 $H/T^2$	$\infty$
Cycloidal	2.000 $H/T$	6.283 $H/T^2$	40 $H/T^3$
Trapezoidal	2.000 $H/T$	5.300 $H/T^2$	44 $H/T^3$
Modified Trapezoidal	2.000 $H/T$	4.888 $H/T^2$	61 $H/T^3$
3-4-5 Polynomial	1.875 $H/T$	5.777 $H/T^2$	60 $H/T^3$
4-5-6-7 Polynomial	2.188 $H/T$	7.526 $H/T^2$	52 $H/T^3$
Modified Sine	1.760 $H/T$	5.528 $H/T^2$	69 $H/T^3$



# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 5. Esquemas de movimiento del seguidor.

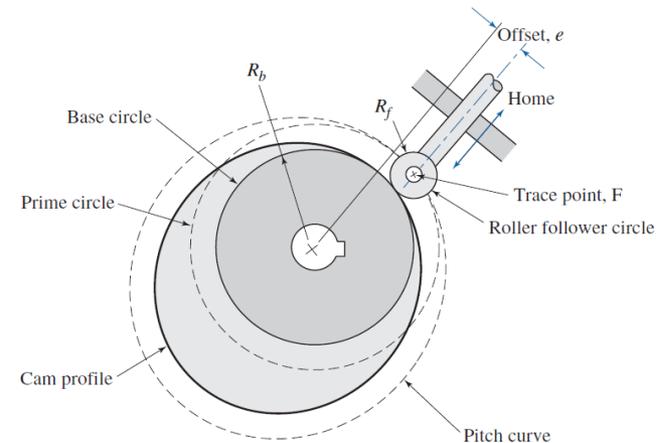
### Esquemas combinados de movimiento



## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Nomenclatura típica de la leva.

*Círculo base de radio  $R_b$ .* Es el círculo más pequeño centrado sobre el eje de rotación de la leva y tangente a la superficie de la leva.

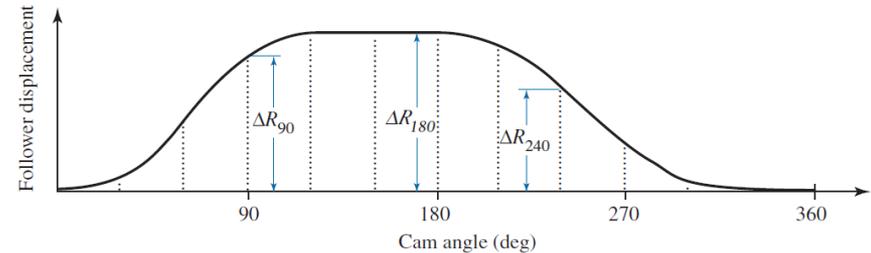
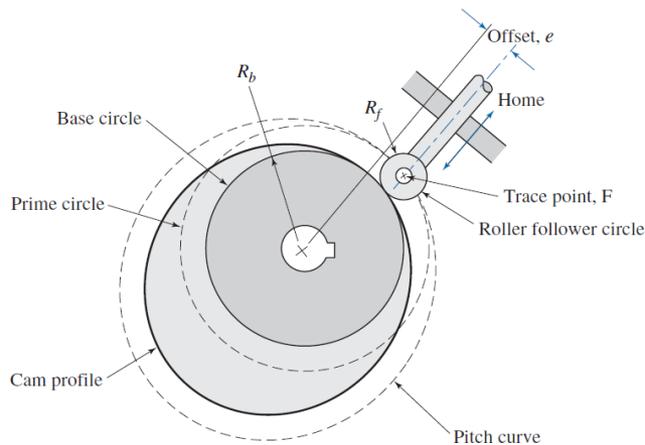


*Punto de traza.* Punto que sirve como una referencia para determinar la posición efectiva del seguidor. En un seguidor tipo cuchillo es el punto de contacto entre la leva y el seguidor. Para seguidores con rodillo es el punto de pivote del rodillo. Para seguidores con cara plana o esférica, es un punto seleccionado en la superficie de contacto del seguidor.

*Posición inicial.* Es la posición de la leva que corresponde a una orientación de  $0^\circ$  en el diagrama de desplazamiento.

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.



*Círculo primario.* Es un círculo dibujado a través del punto de traza de seguidor mientras la leva se encuentra en su posición inicial.

*Curva de paso.* Es el camino recorrido por el centro del seguidor.

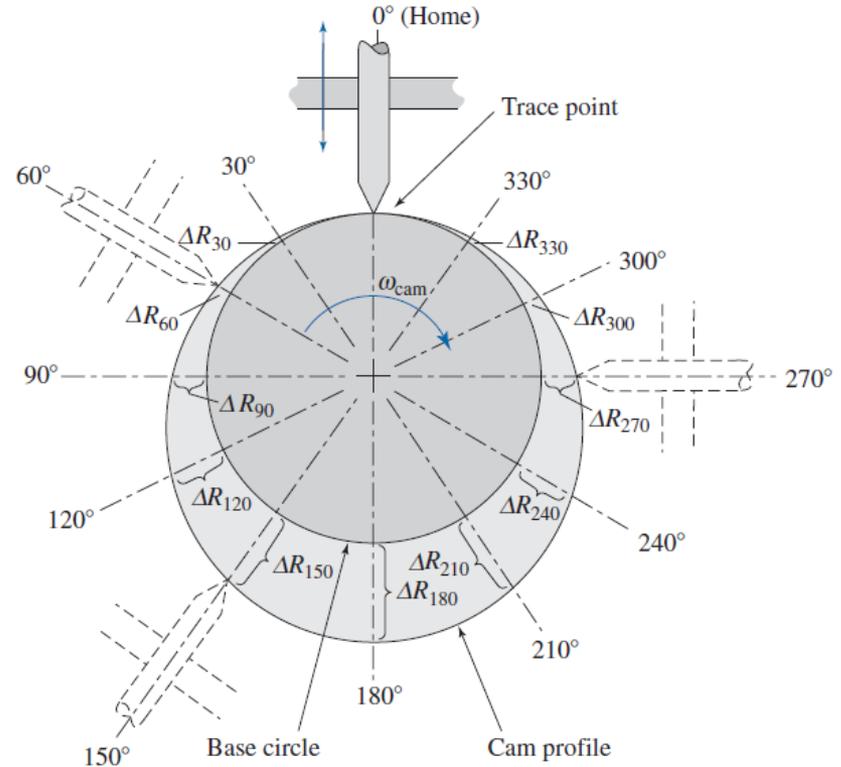
A continuación se describirá la construcción gráfica de las levas, en función del tipo de seguidor que se esté considerando, para el siguiente diagrama del seguidor.

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

Seguidor traslacional en línea con borde afilado (tipo cuchillo)

1. Dibujar el círculo base. Su tamaño suele ser función de restricciones espaciales presentes en la aplicación.
2. Dibujar el seguidor en la posición inicial.
3. Dibujar líneas radiales desde el centro de leva, correspondientes a los ángulos de leva identificados en el diagrama de desplazamiento.
4. Transferir los desplazamientos del diagrama de desplazamientos a las líneas radiales. Los desplazamientos se miden desde el círculo base.
5. Dibujar el perfil de leva a través de estos desplazamientos prescritos.

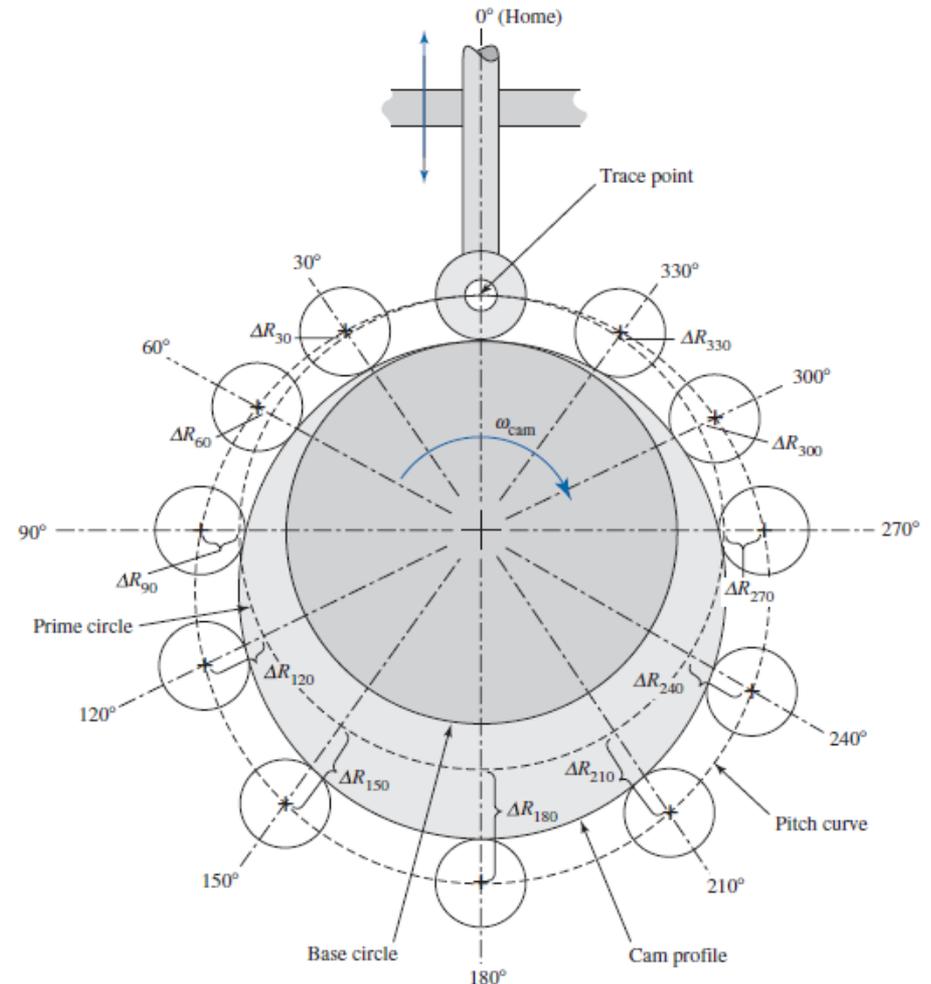


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor traslacional en línea con rodillo

1. Dibujar el círculo base. Su tamaño suele ser función de restricciones espaciales presentes en la aplicación.
2. Dibujar el rodillo del seguidor de radio  $R_f$  en la posición inicial, tangente al círculo base.
3. Dibujar líneas radiales desde el centro de leva, correspondientes a los ángulos de leva identificados en el diagrama de desplazamiento.
4. Identificar el punto de traza en la posición inicial. En el caso de un seguidor con rodillo, este punto está en el centro del rodillo.
5. Dibujar el círculo primario a través del punto de traza en su posición inicial.

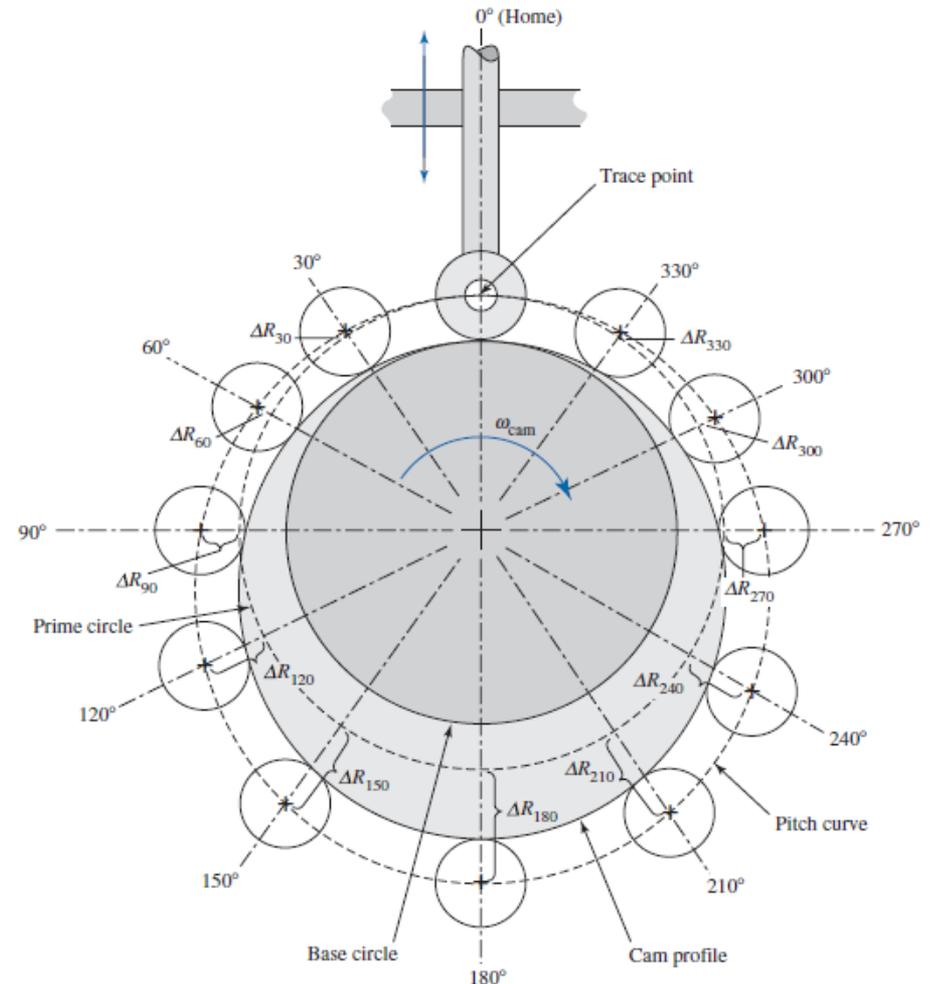


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor traslacional en línea con rodillo

- Transferir los desplazamientos del diagrama de desplazamientos a las líneas radiales. Los desplazamientos se miden desde el círculo primario.
- Dibujar el perfil del rodillo de radio  $R_f$ , centrado en los desplazamientos prescritos que fueron identificados en el paso anterior.
- Dibujar el perfil de leva, consistente de una curva tangente al rodillo en los desplazamientos prescritos.

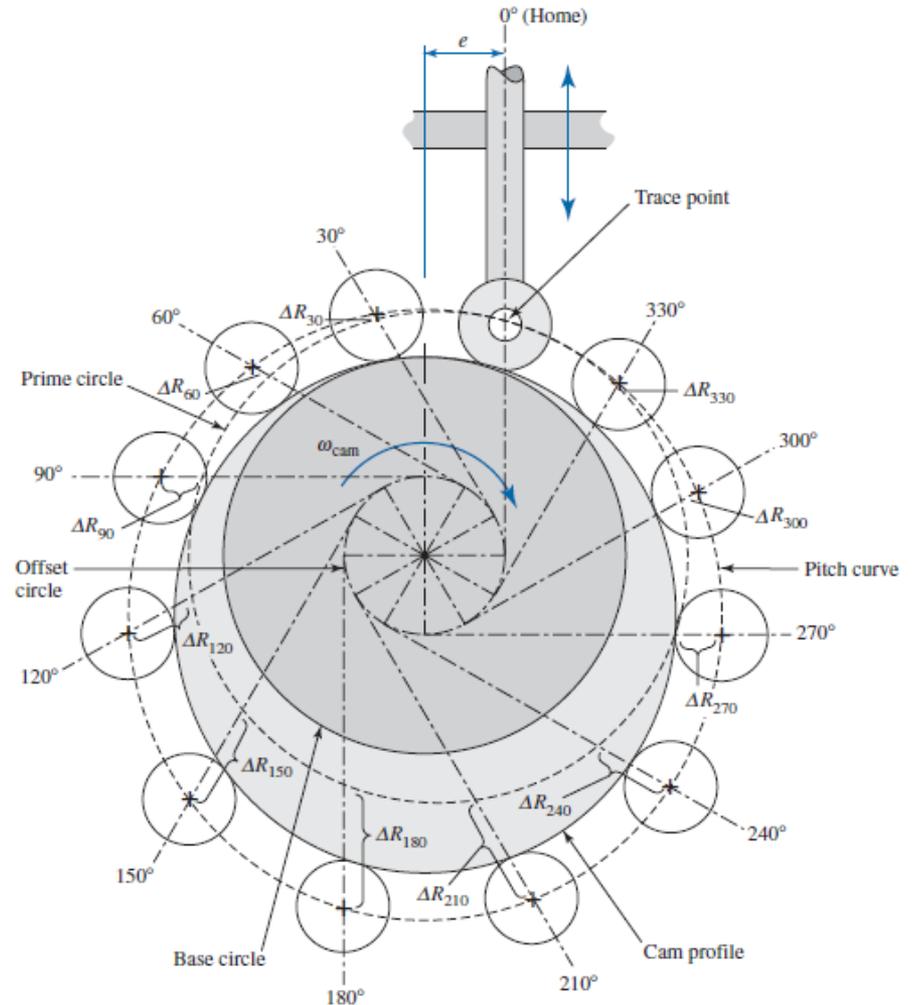


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor traslacional no en línea con rodillo

1. Dibujar el círculo base. Su tamaño suele ser función de restricciones espaciales presentes en la aplicación.
2. Dibujar la línea de centro del seguidor en su posición inicial.
3. Dibujar el círculo primario, cuyo radio es igual a la suma del radio círculo base y del radio del rodillo del seguidor.
4. Dibujar el rodillo del seguidor de radio  $R_f$  en la posición inicial, centrado donde la línea de centro del seguidor intersecta el círculo primario.
5. Identificar el punto de traza en la posición inicial. En el caso de un seguidor con rodillo, este punto está en el centro del rodillo.

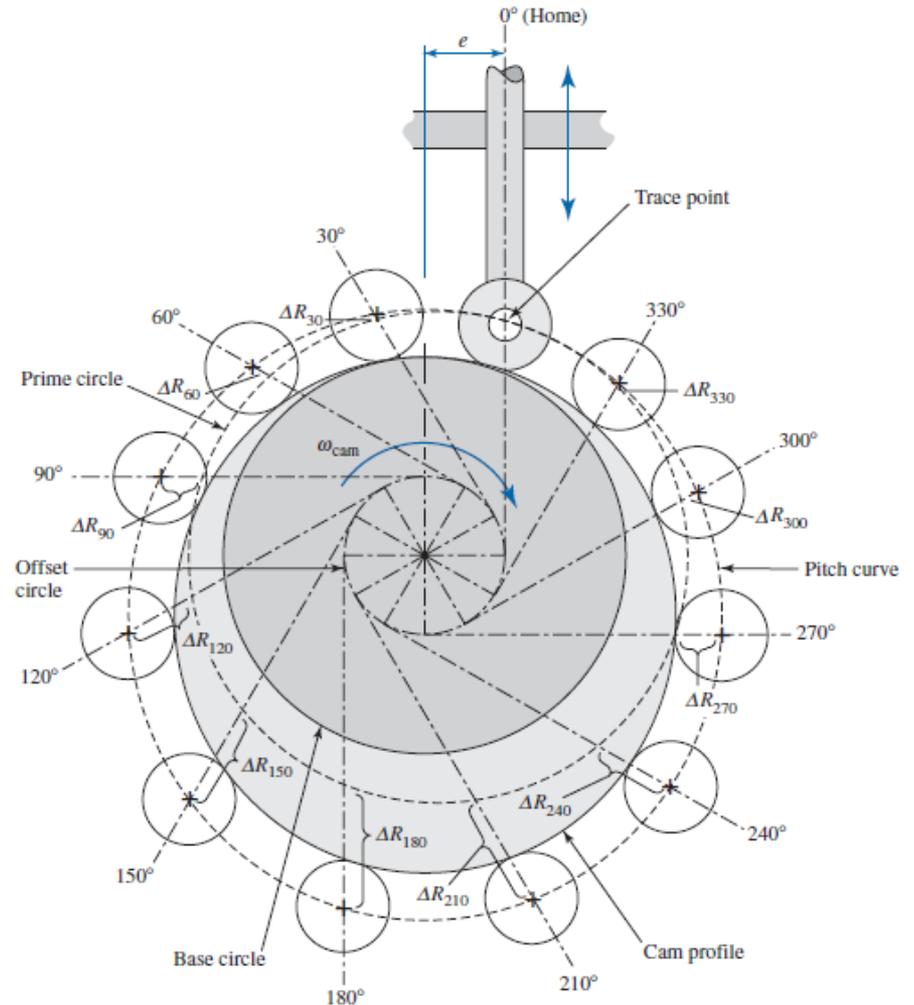


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor traslacional no en línea con rodillo

6. Dibujar un círculo no alineado de radio  $e$ , centrado en el eje de rotación de la leva. Este círculo será tangente a la línea de centro del seguidor.
7. Dibujar líneas tangentes al círculo no alineado, correspondientes a los ángulos de referencia de la leva en el diagrama de desplazamiento.
8. Transferir los desplazamientos del diagrama de desplazamiento a las líneas dibujadas en el paso anterior. Medir los desplazamientos desde el círculo primario.
9. Dibujar el perfil del rodillo de radio  $R_f$  centrado en los desplazamientos prescritos identificados en el paso anterior.
10. Dibujar el perfil de leva, consistente de una curva tangente al rodillo en los desplazamientos prescritos.

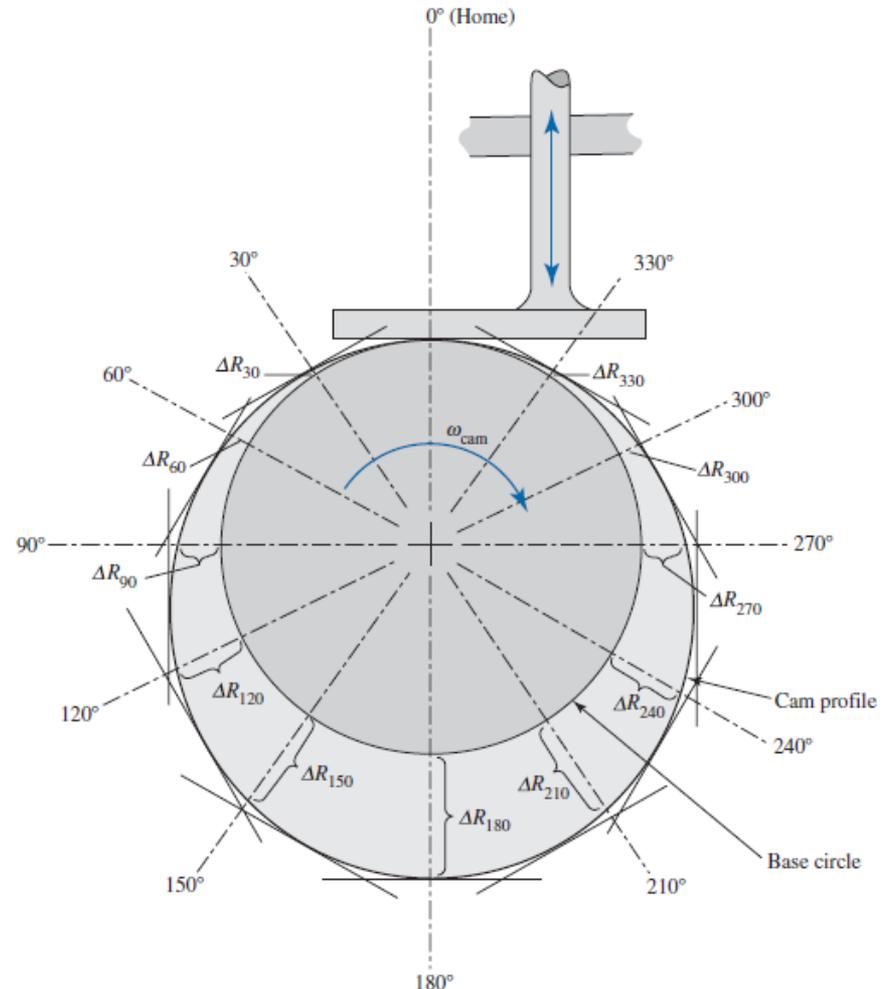


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor traslacional con cara plana

1. Dibujar el círculo base. Su tamaño suele ser función de restricciones espaciales presentes en la aplicación. En este tipo de seguidor este círculo también es el círculo primario.
2. Dibujar el seguidor en su posición inicial, tangente al círculo base.
3. Dibujar líneas radiales desde el centro de la leva, correspondientes a los ángulos de leva en el diagrama de desplazamientos.
4. Transferir los desplazamientos del diagrama de desplazamiento a las líneas radiales, medidos desde el círculo base.
5. Dibujar el perfil del seguidor con cara plana al construir líneas perpendiculares a las líneas radiales en los desplazamientos prescritos.
6. Dibujar el perfil de la leva, consistente de una curva tangente a los perfiles del seguidor de cara plana.

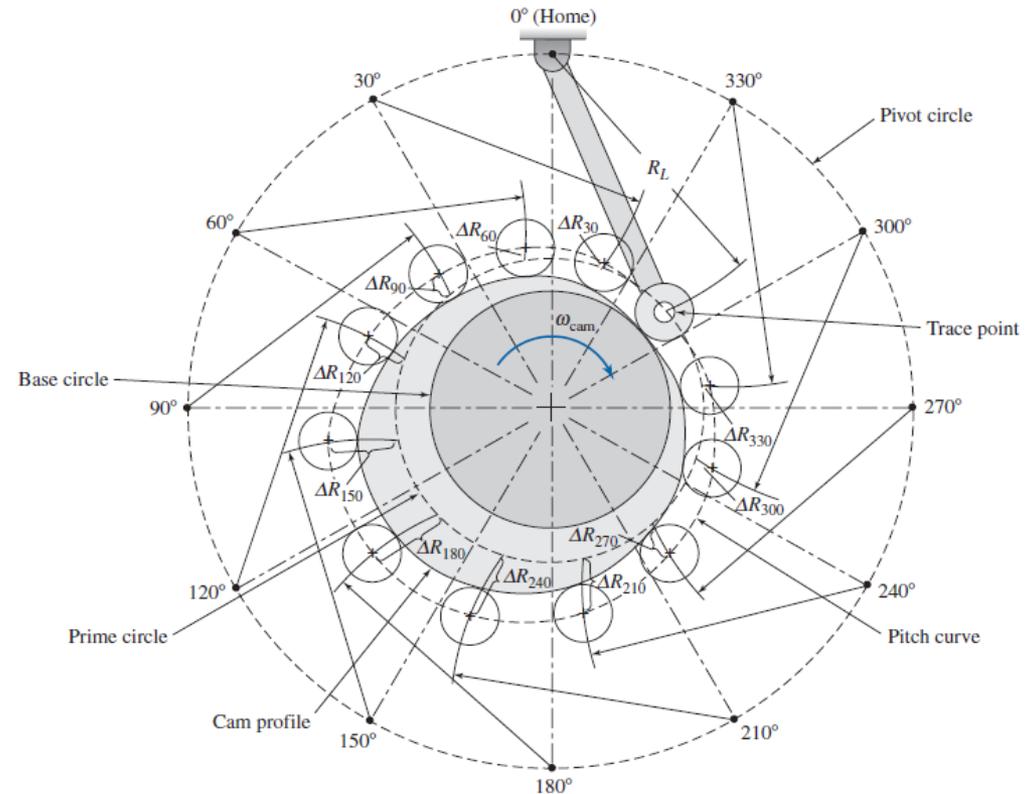


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor pivotado con rodillo

1. Dibujar el círculo base. Su tamaño suele ser función de restricciones espaciales presentes en la aplicación.
2. Dibujar el círculo primario, cuyo radio es igual a la suma del radio círculo base y del radio del rodillo del seguidor.
3. Dibujar el círculo de pivote de radio  $R_p$ . La distancia entre el punto de pivote y el eje de la leva también suele ser función de restricciones espaciales presentes en la aplicación.
4. Localizar la posición inicial del pivote.
5. Dibujar un arco, centrado en el punto de pivote, con un radio igual a la longitud del eslabón pivotado del seguidor,  $R_L$ .
6. Dibujar el rodillo del seguidor de radio  $R_f$  en suposición inicial, centrado en donde el arco dibujado en el paso anterior intercepta el círculo primario.

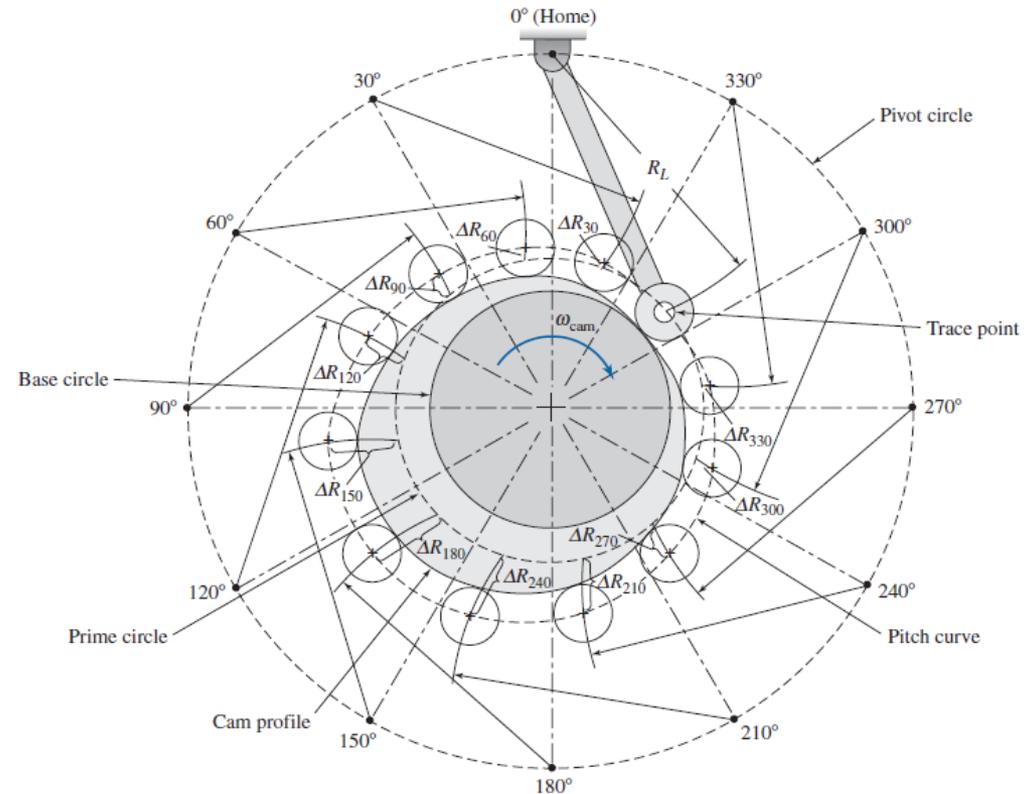


# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 6. Diseño gráfico del perfil de leva.

### Seguidor pivotado con rodillo

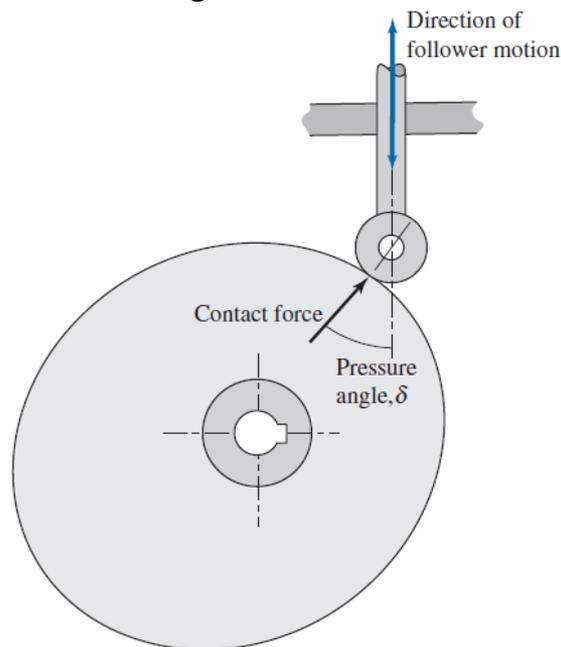
7. Dibujar líneas radiales desde el centro de la leva al círculo de pivote, correspondiente a los ángulos de la leva en el diagrama de desplazamiento.
8. Para cada uno de los puntos correspondientes a las líneas del paso anterior, dibujar un arco con un radio igual a la longitud del eslabón pivotado del seguidor,  $R_L$ , hacía afuera del círculo primario.
9. Transferir los desplazamientos del diagrama de desplazamientos a los arcos dibujados en el paso anterior. Mida los desplazamientos desde el círculo primario.
10. Dibujar el perfil del rodillo de radio  $R_f$  centrado en los desplazamientos prescritos identificados en el paso anterior.
11. Dibujar el perfil de leva, consistente de una curva tangente al rodillo en los desplazamientos prescritos.



# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

## 7. Ángulo de presión.

El ángulo de presión,  $\delta$  en la siguiente figura, en cualquier punto sobre el perfil de la leva, es el ángulo entre el movimiento del seguidor y la dirección a la cual la leva lo está impulsando. Más precisamente, es el ángulo entre el recorrido del movimiento del seguidor y la línea perpendicular al perfil de la leva en el punto de contacto con el seguidor.



Una vez construido el perfil de la leva, la magnitud del ángulo de presión puede ser visualizada al observar la localización del punto de contacto en relación a la línea de centro del seguidor.

Las regiones en donde el perfil de la leva exhibe una mayor curvatura deben ser identificadas. El ángulo de presión en esta región se debe mantener lo más pequeño posible y no exceder los  $30^\circ$ .

La magnitud del ángulo de presión puede decrecer al:

- Incrementar el tamaño del círculo base.
- Disminuir la magnitud del desplazamiento del seguidor.
- Incrementar el ángulo de rotación de la leva prescrito para la subida o bajada del seguidor.
- Disminuir la cantidad de desalineamiento entre el seguidor y la leva.
- Modificar el esquema de movimiento del seguidor.

# VI. Diseño y análisis cinemático de levas

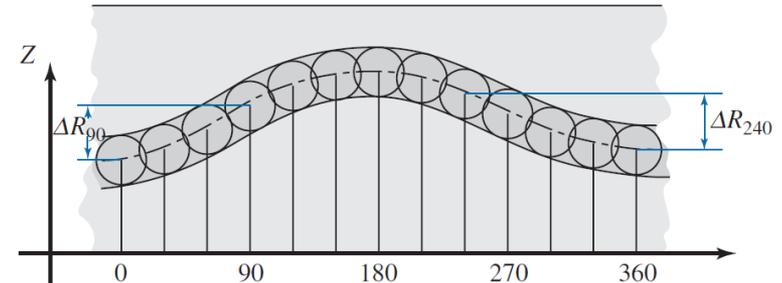
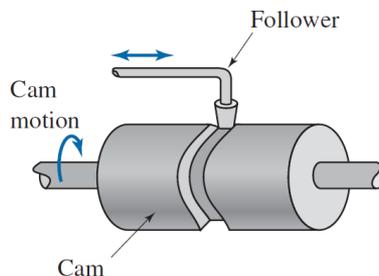
## 8. Limitaciones del diseño.

El diseño del perfil de la leva solo puede comenzar una vez se haya decidido el tipo de seguidor y la localización y tamaño del círculo base. Estas decisiones usualmente dependen de la magnitud de las fuerzas transmitidas y las restricciones espaciales que se tengan.

## 9. Diseño analítico del perfil de levas de disco.

Su libro de texto presenta algunas ecuaciones útiles para el diseño analítico de perfiles de levas de disco. Para ver la deducción de estas ecuaciones refiérase a la sección 6.8 del libro *Mechanism Design, Vol 1: Analysis and Synthesis* de A. Erdman, G. Sandor, y S. Kota.

## 10. Diseño gráfico de levas cilíndricas.



1. Dibuje una línea recta igual a la circunferencia de la leva cilíndrica.
2. Divida esta línea en secciones correspondientes a los ángulos de referencia de la leva en el diagrama de desplazamiento.
3. Transfiera los desplazamientos del diagrama de desplazamiento a las líneas correspondientes a los ángulos de referencia de la leva.
4. Dibuje el seguidor en los desplazamientos prescritos.
5. Dibuje el perfil de la leva, consistente de una curva tangente al perfil del seguidor en los desplazamientos prescritos.