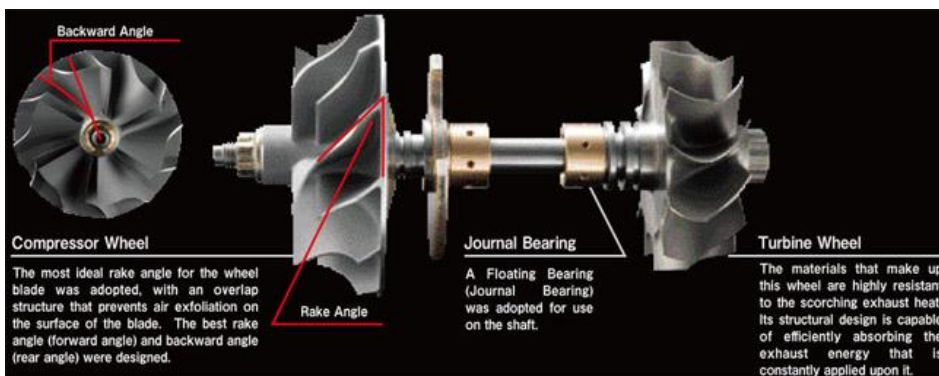


# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## Objetivo:

1. Definir que es la lubricación y describir los principales tipos de lubricación.
2. Definir que es un cojinete de contacto deslizante.
3. Recordar la definición de velocidad y el flujo de Couette.
4. Derivar la ecuación de Petroff.
5. Comprender la diferencia entre la lubricación hidrodinámica y la de frontera.
6. Analizar la teoría asociada a la lubricación hidrodinámica.
7. Describir las consideraciones de diseño a la hora de diseñar cojinetes de contacto deslizante.
8. Discutir brevemente acerca de las cargas a las que se ven sujetas estos cojinetes y los materiales empleados para su confección.
9. Describir los tipos de cojinetes.



# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 1. Definición y tipos de lubricación

*¿Qué es la lubricación?*

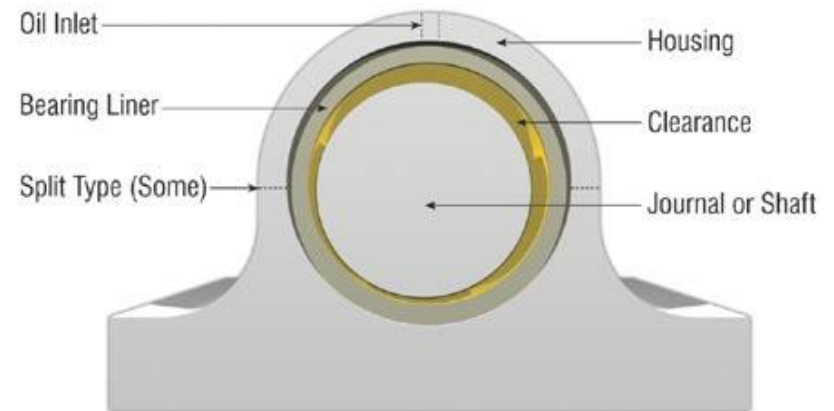
La lubricación es el proceso o técnica empleada para reducir la fricción, desgaste, y calor entre superficies cercanas y que presentan movimiento relativo, por medio de un lubricante que se encuentra entre dichas superficies.

*¿Qué es un cojinete de contacto deslizante?*

Los cojinetes de contacto deslizante son aquellos en donde el movimiento relativo es deslizante, y en donde un eje o árbol rota libremente dentro de un buje o carcasa metálica; existiendo un lubricante que separa al eje y al buje. En estos cojinetes no existen elementos rodantes.

*Aplicaciones*

Estos tipos de cojinetes son utilizados en condiciones de operación extrema (altas cargas, altas velocidades rotacionales, y elevadas temperaturas).



*¿Cuáles son los tipos de lubricación?*

Se pueden identificar cinco formas de lubricación:

- Hidrodinámica. En este tipo, las superficies del cojinete están separadas por una película gruesa de lubricante (para prevenir el contacto metal con metal). Aquí la presión de la película es creada por la superficie móvil que fuerza al lubricante a una zona acuñada.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 1. Definición y tipos de lubricación

*¿Cuáles son los tipos de lubricación?*

- Hidrostática. En este tipo, el lubricante es forzado en el cojinete a una presión lo suficientemente alta para separar las superficies (aquí el movimiento relativo de las superficies no es requerido).
- Elastohidrodinámica. En este tipo, el lubricante es introducido entre superficies que están en contacto rodante (como los cojinetes de contacto rodante o en medio de engranes que están en contacto).
- De frontera. Este es un caso especial de la lubricación hidrodinámica en donde el espesor de la película es reducido de forma considerable al punto de que prácticamente es la capa límite la que separa a las superficies. Esto pasa producto del incremento de la carga, de la reducción del lubricante que es suplido, de la reducción en la velocidad rotacional, o bien producto de la reducción de la viscosidad.
- Película sólida. En este tipo, materiales solidos autolubricantes, como el grafito, son usado en el cojinete. Este tipo de lubricación solo se usa cuando se debe operar a elevadas temperaturas.

## 2. Viscosidad

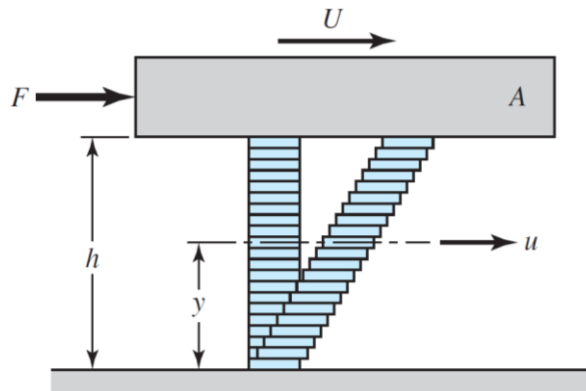
Como recordará, cuando dos cuerpos sólidos están en contacto y se mueven de forma relativa, una fuerza de fricción se desarrollará entre las superficies en contacto en dirección opuesta al movimiento.

Esta situación es similar cuando un fluido se mueve de forma relativa a un sólido. Puede apreciar, por ejemplo, que nos movemos sin dificultad alguna en aire pero no en agua; y es aparente que existe alguna propiedad que representa la resistencia interna de un fluido al movimiento. Dicha propiedades es la viscosidad.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 2. Viscosidad

Considere la figura mostrada a continuación. Aquí se tienen dos superficies, en donde una está fija y la otra se mueve a una velocidad  $U$  producto de la fuerza  $F$  aplicada, y en medio de ellas se encuentra una película de lubricante de espesor  $h$ .



Aquí el esfuerzo cortante  $\tau$  sobre la película de lubricante producto de la fuerza  $F$  será igual a:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Donde  $A$  es el área paralela a la fuerza aplicada  $F$ .

Para este caso en particular se conoce que la variación de la componente de la velocidad en la dirección del movimiento,  $u$ , es lineal y que solo es función de  $y$  (vea las suposiciones del flujo unidimensional y bidimensional de Couette):

$$u = f(y) = ay + b$$

Teniendo presente que  $u(0) = 0$ , y que  $u(h) = U$

$$u = \frac{U}{h}y$$

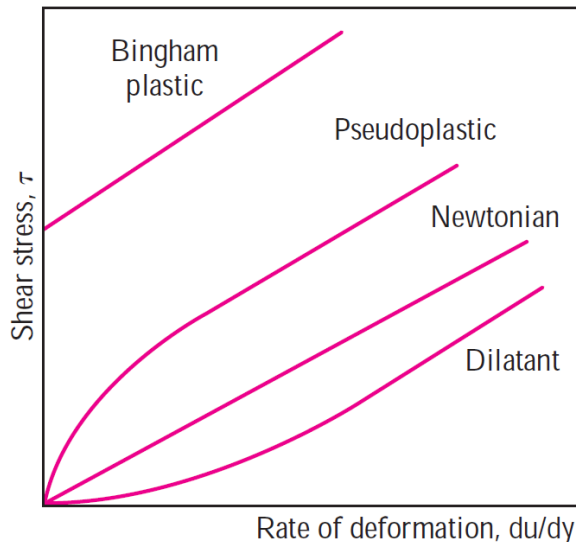
Como recordará de su curso de mecánica de fluidos, de tratarse de un fluido Newtoniano, el esfuerzo cortante estará relacionado de forma lineal con el gradiente de velocidad en la dirección perpendicular al plano que constituye el área paralela a la fuerza aplicada.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica o absoluta.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 2. Viscosidad



Las unidades de la viscosidad dinámica son las siguientes:

Sistema Internacional:  $\mu = [Pa \cdot s]$

Sistema Ingles:  $\mu = \left[ \frac{lbf \cdot s}{in^2} \right] = [reyn]$

$1 reyn \cong 6895 Pa \cdot s$

El método estándar de la Sociedad América de Ingenieros Mecánicos (ASTM) para determinar la viscosidad se basa en el uso de un instrumento llamado el Viscosímetro Universal de Saybolt.

Este método consiste en medir el tiempo en segundos que le toma recorrer a un lubricante de 60 mL, a una determinada temperatura, un tubo de 17.6 mm de diámetro y 12.25 mm de longitud. La viscosidad resultante de este experimento es llamada la viscosidad cinemática, que como recordara es la razón entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido.

En el pasado la viscosidad cinemática era expresada en término de  $cm^2/s$ , y a dicha unidad se le conoce como Stokes ( $St$ ).

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 2. Viscosidad

La siguiente ecuación es empleada para determinar la viscosidad en  $cSt$  a partir de los datos obtenidos al utilizar el Viscosímetro Universal de Saybolt:

$$Z_k = \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right)$$

Donde  $Z_k$  es la viscosidad en  $cSt$  y  $t$  el tiempo en segundos que demoran en fluir los 60 mL de lubricante a través del tubo a una determinada temperatura.

La expresión anterior se deriva de la ley de Hagen-Poiseuille.

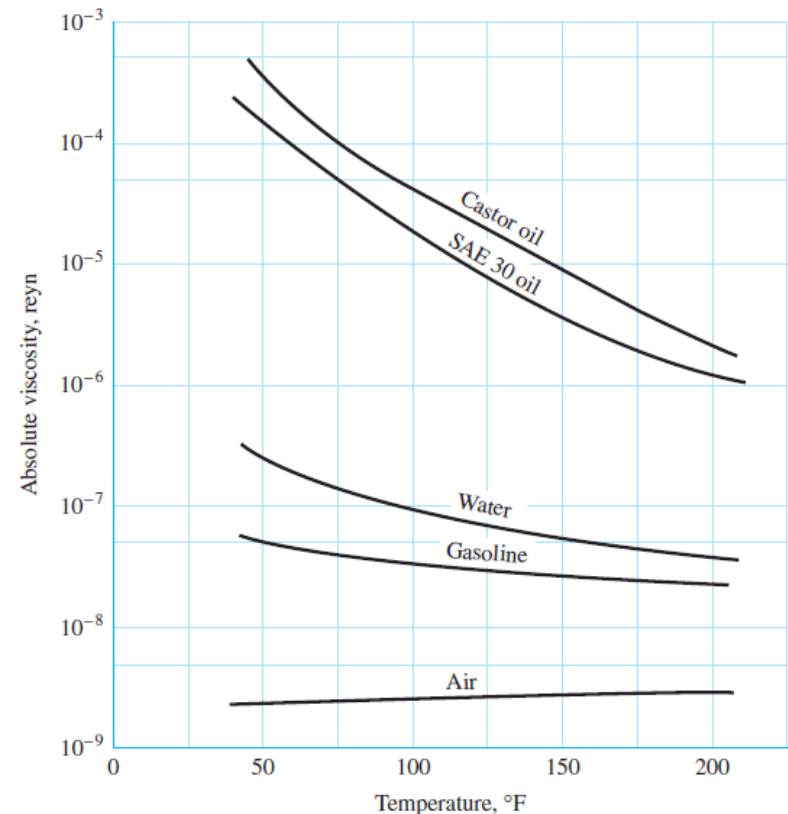
La expresión anterior podría convertirse a unidades de  $m^2/s$

$$m^2/s = (1 \times 10^{-6})cSt$$

$$v = (1 \times 10^{-6})Z_k = \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right) \times (1 \times 10^{-6})$$

$$\mu = \rho \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right) \times (1 \times 10^{-6})$$

La siguiente figura muestra como varia la viscosidad dinámica ante diferentes temperaturas.



# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

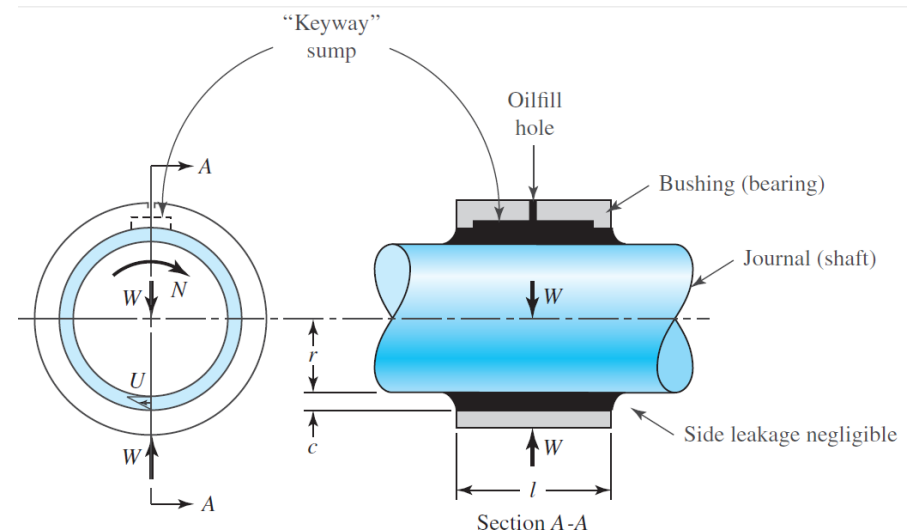
## 3. Ecuación de Petroff

La ecuación de Petroff da el coeficiente de fricción,  $f$ , de los cojinetes de contacto deslizante. Esta ecuación está basada en la suposición de que el eje es concéntrico con respecto al buje. Y a pesar de que el eje no es concéntrico, el coeficiente de fricción estimado por esta ecuación resulta ser bastante preciso.

Considere un eje de radio  $r$  que rota dentro de un cojinete a una velocidad rotacional  $N$  y que la holgura  $c$  que existe entre el eje y el buje está llena de lubricante. También considere que el cojinete tiene una longitud  $l$ , que no hay pérdidas de lubricante en el cojinete, y que todas las medidas están dadas en pulgadas.

Suponiendo que la rotación del eje este dada en  $rev/s$ , la velocidad del lubricante  $U$  en  $in/s$  (que es igual a la velocidad superficial del eje) estaría dada por:

$$U = \omega r = 2\pi Nr$$



Y aquí el esfuerzo cortante estaría dado por:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{U}{h}$$

$$\tau = \mu \frac{2\pi Nr}{c}$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 3. Ecuación de Petroff

Y el torque,  $T$ , estaría dado por el producto de la fuerza, asociada a  $\tau$ , y del brazo  $r$ :

$$T = (\tau A)(r) = \left( \mu \frac{2\pi Nr}{c} \right) (2\pi rl)(r) = \mu \frac{4\pi^2 Nr^3 l}{c}$$

Si consideramos que una fuerza,  $W$ , en libras fuerza está actuando sobre el cojinete, entonces la presión,  $P$ , en libras fuerza por pulgada cuadrada de área proyectada estaría dada por:

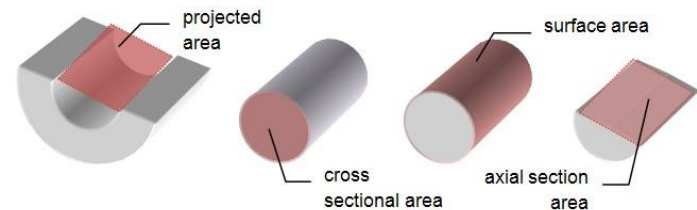
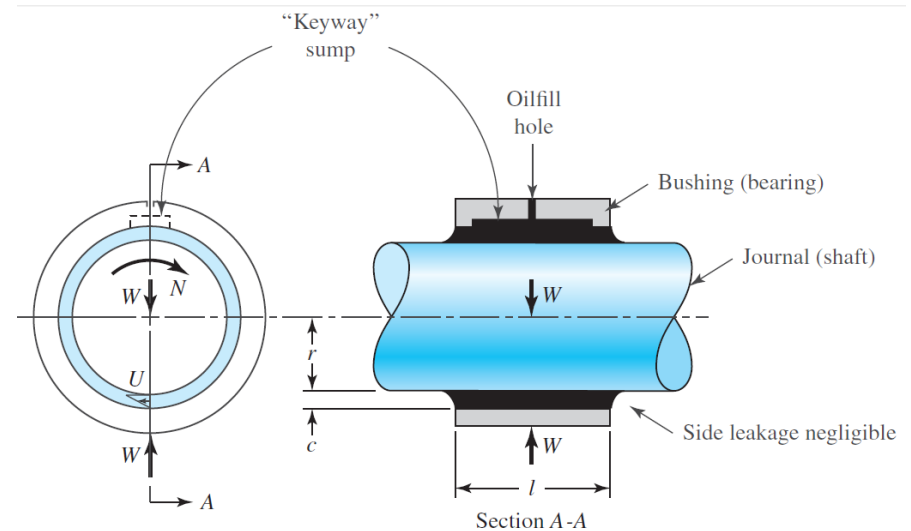
$$P = \frac{W}{2rl}$$

Sí consideramos que la fuerza de fricción está dada por  $fW$ , el torque asociado a dicha fuerza sería:

$$T = fWr = f(2Pr l)(r) = 2r^2 flP$$

Lo que a su vez es igual a:

$$\mu \frac{4\pi^2 Nr^3 l}{c} = 2r^2 flP$$





# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 3. Ecuación de Petroff

$$f = \mu \frac{2\pi^2 N r}{P c}$$

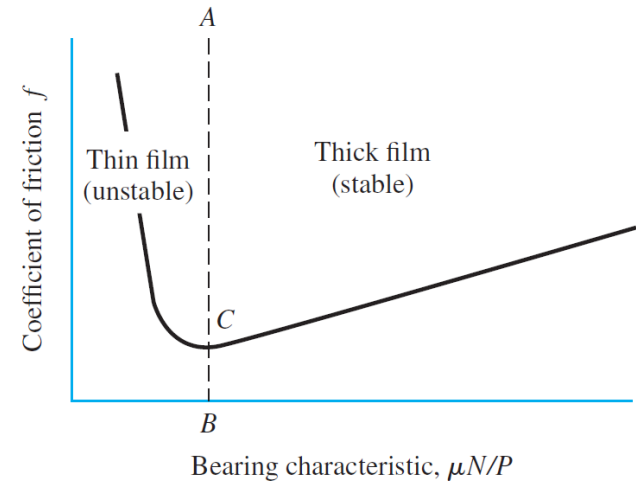
A esta ecuación se le conoce como la ecuación de Petroff. Y las cantidades  $\mu N/P$ , y  $r/c$  (razón de holgura radial) son parámetros de importancia en la lubricación.

La ecuación de Petroff también se puede re escribir en términos del número característico del cojinete o número de Sommerfeld ( $S$ ).

$$f \frac{r}{c} = 2\pi^2 \frac{\mu N}{P} \left(\frac{r}{c}\right)^2 = 2\pi^2 S$$

## 4. Lubricación estable

La diferencia entre la lubricación hidrodinámica y la de frontera puede ser explicada por medio del siguiente gráfico obtenido de data experimental. Aquí se gráfica el cambio en el coeficiente de fricción *vs.* la característica del cojinete  $\mu N/P$ . Dicho gráfico fue obtenido por S.A. Mckee y T.R. Mckee.



Suponga que se está operando a la derecha del punto  $C$  y repentinamente se incrementa la temperatura del lubricante. Al pasar esto la viscosidad disminuye y consecuentemente el valor de  $\mu N/P$  y de  $f$  también disminuye. Esta disminución en el factor de fricción implica que el calor disipado producto de la fricción ahora será inferior y la temperatura disminuirá; aumentando la viscosidad y auto ajustándose la curva. A esta región se le conoce como la región de lubricación estable y corresponde al comportamiento del fluido cuando existe lubricación hidrodinámica.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 4. Lubricación estable

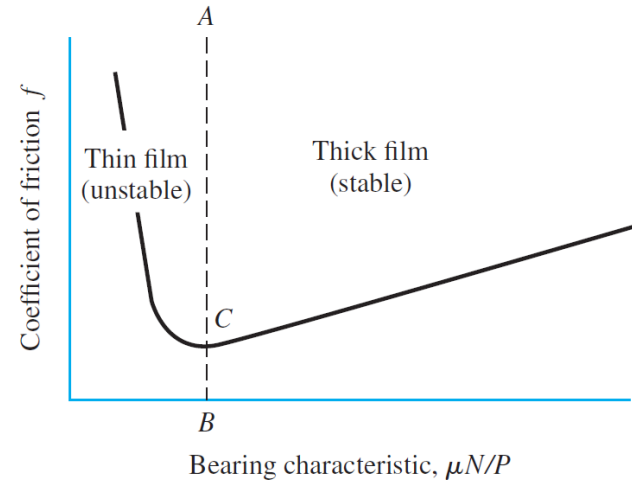
$$T \uparrow \Rightarrow \frac{\mu N}{P} \downarrow \Rightarrow f \downarrow \Rightarrow T \downarrow$$

Por el contrario al operar a la izquierda del punto *C*, si la temperatura se incrementa, la viscosidad decaerá pero el factor de fricción aumentará, lo que implica mayor disipación producto de la fricción, mayor incremento de temperatura y una continua disminución en el valor de la viscosidad. Esta región corresponde a la lubricación inestable y esta asociada al comportamiento del fluido cuando se da lubricación de frontera.

$$T \uparrow \Rightarrow \frac{\mu N}{P} \downarrow \Rightarrow f \uparrow \Rightarrow T \uparrow$$

Debido a lo anterior, los hermanos Mckee llegaron a la conclusión de que para garantizar que se dé lubricación hidrostática se debe cumplir la siguiente desigualdad.

$$\frac{\mu N}{P} \geq 1.7 \times 10^{-6} \left[ \text{reyn} \times \frac{\text{rev}}{\text{s}} \times \frac{\text{in}^2}{\text{lbf}} \right]$$



## 5. Lubricación hidrodinámica o de película gruesa

Ahora analizaremos la formación de una película de lubricante en un cojinete de contacto deslizante.

Suponga que el cojinete comienza a rotar en dirección horaria mientras está seco, el eje rotará hacia la derecha del cojinete tal como se ve en la figura (a).

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 5. Lubricación hidrodinámica o de película gruesa

Una vez el lubricante es introducido, el eje bombeará al lubricante alrededor del cojinete, forzándolo a un espacio acunado, lo que a su vez hace que el eje se mueva hacia el otro lado del cojinete (lado izquierdo en la figura b).

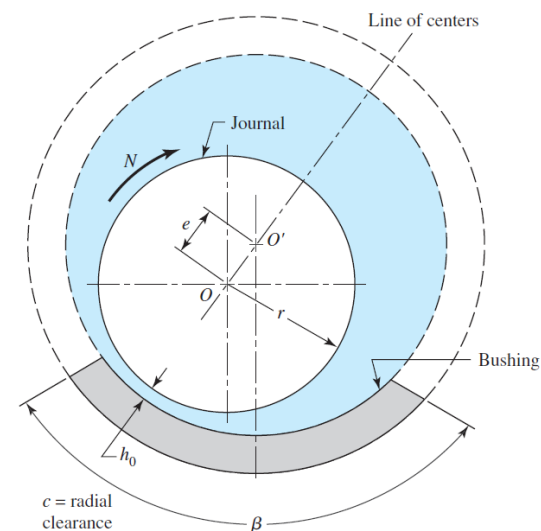
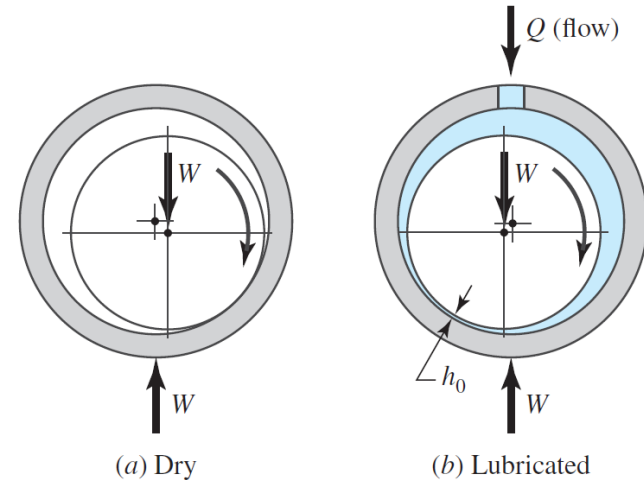
El espesor mínimo de película,  $h_0$ , ocurre ligeramente desplazado del extremo inferior del cojinete (para rotación en el sentido de las manecillas del reloj, el desplazamiento sería hacia la izquierda tal como se ve en la figura b).

La nomenclatura de un cojinete es mostrada a continuación:

- La holgura radial,  $c = r_{bujete} - r_{eje}$ .
- La excentricidad,  $e = c - h_0$ , es la distancia entre los centros del buje y del eje.

Se suele definir también la relación de excentricidad,

$$\epsilon: \quad \epsilon = \frac{e}{c} = 1 - \frac{h_0}{c}$$



# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 5. Lubricación hidrodinámica o de película gruesa

En los cojinetes de contacto deslizante se puede tener:

- Cojinetes completos. El buje encierra completamente al eje.
- Cojinetes parciales. El ángulo  $\beta$  (ver la figura anterior) describe la longitud angular del buje parcial.

## 6. Teoría hidrodinámica

La presente teoría se basa en los experimentos conducidos por Tower (durante su estudio de chumaceras de ferrocarriles) que luego fueron explicados por el modelo matemático desarrollado por Reynolds.

Las suposiciones realizadas por Reynolds fueron las siguientes:

- Flujo estable, estado estable.

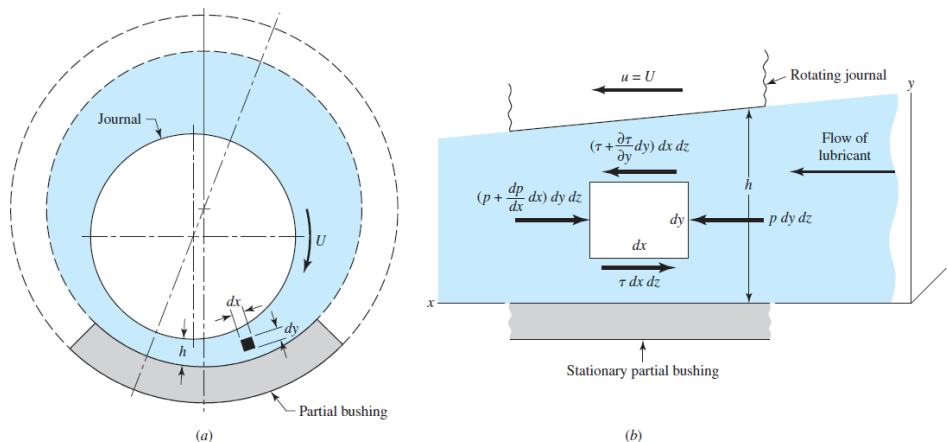
- El espesor de la película de lubricante es bastante pequeño en comparación con el radio del cojinete, y por lo tanto la curvatura puede ser ignorada.
- El lubricante es un fluido Newtoniano, incompresible, y de viscosidad constante.
- Las fuerzas producto de la inercia del lubricante pueden ser despreciadas  $\left(\frac{d(m\vec{v})_{sistema}}{dt} = 0\right)$ .
- La presión de la película del lubricante es constante en la dirección axial y vertical  $\left(\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0\right)$ .
- El cojinete tiene longitud infinita en la dirección axial  $\left(\dot{Q}_z = \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} = 0\right)$ , lo que implica que no puede haber flujo de lubricante en esa dirección. Producto de esta suposición, en términos generales,  $\frac{\partial}{\partial z}$  de cualquier variable es igual a cero.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 6. Teoría hidrodinámica

- La velocidad de cualquier partícula en el lubricante solo depende de las coordenadas  $x$  y  $y$ .
- Este es un flujo paralelo, y la componente de la velocidad en la dirección  $y$  se asumen cero.

A continuación se selecciona un elemento de lubricante de la película de dimensiones  $dx, dy, dz$  y se analiza la conservación de momento lineal en la dirección  $x$ .



Recordando la forma integral del principio de conservación de momento lineal.

$$\sum F = \frac{d}{dt} \int_{VC} \rho \vec{V} dV + \int_{SC} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = \frac{d(m\vec{V})_{sistema}}{dt}$$

$$\sum F_{cuerpo} + \sum F_{superficie} + \sum F_{otras} = 0$$

$$\sum F_{superficie} = 0$$

$$\sum F_x = p dy dz + \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz - \left[ \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz + \tau dx dz \right] = 0$$

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz = \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 6. Teoría hidrodinámica

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

Recordando que para un fluido Newtoniano:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} y + C_1$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + C_1 y + C_2$$

Donde en general  $C_1$  y  $C_2$  son funciones de  $x$  ya que se ha supuesto que  $u = f(x, y)$ .

Recordando que de acuerdo a la condición de no deslizamiento:

$$u(y = 0) = 0, u(y = h) = U$$

Se tendrá que:

$$C_2 = 0, C_1 = \frac{U}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} h$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + \left( \frac{U}{h} - \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} h \right) y$$

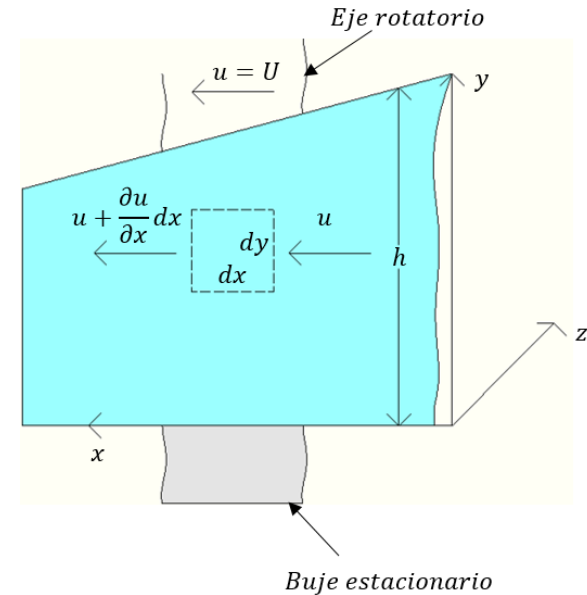
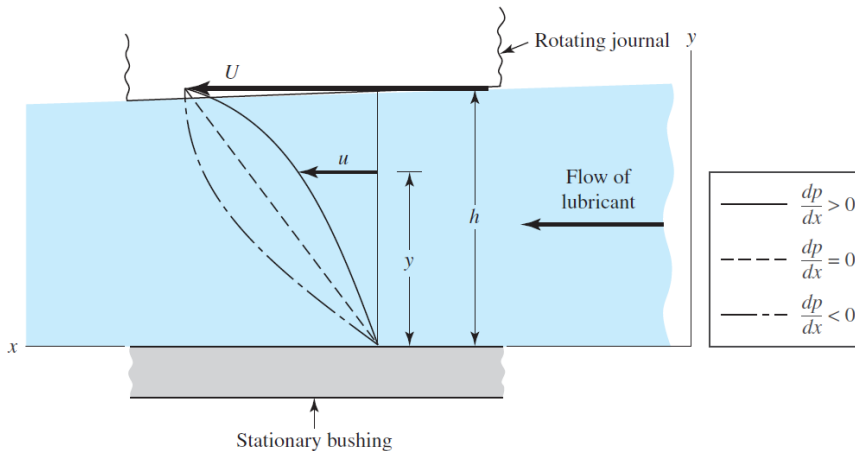
$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - hy) + \frac{U}{h} y$$

Lo que implica que la componente en  $x$  de la velocidad depende del valor que tome el gradiente de velocidad, y cuando la presión sea un máximo ( $dp/dx = 0$ )

$$u \Big|_{p_{max}} = \frac{U}{h} y$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 6. Teoría hidrodinámica



Recordando la forma integral del principio de conservación de masa:

$$\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0$$

$$\int_{SC} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0$$

$$\int_{SC} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0$$

$$\int_A -u dA + \int_A \left( u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) dA = 0$$

$$\int_A \frac{\partial u}{\partial x} dx dA = 0$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 6. Teoría hidrodinámica

Lo cuál para un espesor unitario en la dirección z:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \int_{z=0}^{z=1} \int_{y=0}^{y=h} u \, dy \, dz \right] dx = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \int_{z=0}^{z=1} \int_{y=0}^{y=h} \left( \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - hy) + \frac{U}{h} y \right) dy \, dz \right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \int_{z=0}^{z=1} \left( \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left( \frac{y^3}{3} - \frac{hy^2}{2} \right) + \frac{U}{h} \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=0}^{y=h} dz \right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \int_{z=0}^{z=1} \left( \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left( -\frac{h^3}{6} \right) + \frac{Uh}{2} \right) dz \right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} + \frac{Uh}{2} \right) = \frac{d}{dx} \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} + \frac{Uh}{2} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{dp}{dx} \right) = 6U \frac{dh}{dx}$$

La cuál representa la ecuación clásica de Reynolds para el flujo unidimensional.

Un desarrollo similar puede realizarse cuando el cojinete tiene longitud finita,  $\frac{\partial p}{\partial z} \neq 0$ ,  $\dot{Q}_z \neq 0$ ,  $\frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} \neq 0$ ,  $\frac{\partial h}{\partial z} \neq 0$ .

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x}$$

La cuál hasta hace poco se pensaba no tenía solución analítica (vea el siguiente *paper*: <https://www.dropbox.com/s/pykddz1vgck159d/An%20exact%20analytical%20solution%20of%20the%20Reynolds%20equation%20for%20the%20finite%20journal%20bearing%20lubrication%2C%20D.Sfyris%2C%20A.%20Chasalevris.pdf?dl=0>)

Una de las soluciones aproximadas más importantes se debe gracias a Sommerfeld y puede ser expresada de la forma:



# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 6. Teoría hidrodinámica

$$f \frac{r}{c} = \phi \left( \frac{\mu N}{P} \left( \frac{r}{c} \right)^2 \right) = \phi(S)$$

Donde  $\phi$  es una relación funcional, es decir una función que depende de otras funciones. Sommerfeld encontró las funciones para cojinetes completos y parciales bajo la suposición de que no había flujo de aceite en la dirección  $z$ .

## 7. Consideraciones de diseño

Podemos hacer la distinción entre dos grupos de variables en el diseño de cojinetes de contacto deslizante.

- Variables independientes (o de diseño). Son aquellas variables cuyos valores son dados o están bajo el control del diseñador: viscosidad  $\mu$ , carga por unidad de área proyectada  $P$ , número de revolución por segundo  $N$ , y las dimensiones del cojinete  $r, c, l, \beta$  (aunque  $N$  y  $\mu$  a veces pueden ser impuestas al diseñador).

- Variables dependientes. Son aquellas variables que pueden ser controladas de forma indirecta al cambiar una o más de las variables del primer grupo. Estas variables son: el coeficiente de fricción  $f$ , el aumento de temperatura del lubricante  $\Delta T$ , el flujo volumétrico de lubricante  $Q$ , y el espesor mínimo de película del lubricante  $h_0$ .

Este grupo de variables nos dice que tan bien se está desempeñando el cojinete, y consecuentemente podríamos considerarlas como factores del desempeño.

De lo anterior se hace evidente, que el problema fundamental en el diseño de este tipo de cojinetes, es definir los límites satisfactorios para este segundo grupo de variables y ver entonces que valores puede tomar el primer grupo de variables para que estos límites no sean excedidos.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 7. Consideraciones de diseño

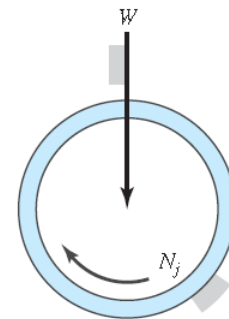
### Velocidad angular significativa

A este punto hemos asumido que solo el eje se encuentra rotando y es la velocidad angular del eje la que se usa para calcular el número de Sommerfeld.

Sin embargo se ha descubierto que la velocidad rotacional a emplear en el número de Sommerfeld depende no solo de la rotación del eje, sino también de la rotación del buje y de la rotación del cojinete.

$$N = |N_j + N_b - 2N_f|$$

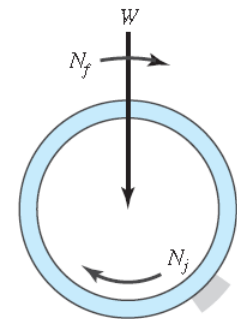
Dónde:  $N_j$  es la velocidad angular del eje ( $rev/s$ ),  $N_b$  la velocidad angular del buje ( $rev/s$ ), y  $N_f$  la velocidad angular del vector fuerza.



$$N_b = 0, N_f = 0$$

$$N = |N_j + 0 - 2(0)| = N_j$$

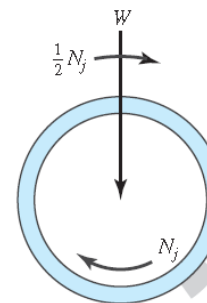
(a)



$$N_b = 0, N_f = N_j$$

$$N = |N_j + 0 - 2N_j| = N_j$$

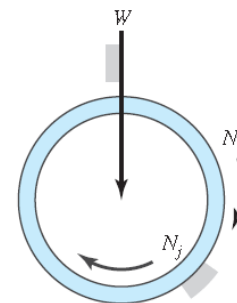
(b)



$$N_b = 0, N_f = \frac{N_j}{2}$$

$$N = |N_j + 0 - 2N_j/2| = 0$$

(c)



$$N_b = N_j, N_f = 0$$

$$N = |N_j + N_j - 2(0)| = 2N_j$$

(d)

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 7. Consideraciones de diseño

Basado en su experiencia, Trumpler introdujo algunas limitaciones para el diseño de los cojinetes de contacto deslizante.

- Espesor mínimo de la película de lubricante  $h_0$ . Cuando comienza la rotación en el cojinete, algunos escombros son generados producto del contacto metal con metal y se mueven con el lubricante. En este sentido, es importante que el espesor mínimo de película sea lo suficientemente grueso como para que los escombros pasen y no bloqueen el flujo de lubricante.

Aquí Trumpler sugiere que:

$$h_0 \geq 0.0002 + 0.00004d \text{ [in]}$$

- Temperatura máxima del lubricante. Cuando la temperatura se incrementa más allá de cierto límite, los componentes más ligeros del lubricante comenzarán a evaporarse, lo cual incrementa la viscosidad y

consecuentemente la fricción. Para aceites ligeros Trumpler sugiere:

$$T_{max} \leq 250^\circ F$$

Ha de decirse que algunos aceites pueden operar a temperaturas más elevadas por lo que siempre es importante verificar con el fabricante del lubricante.

- Carga de arranque. El cojinete de contacto deslizante usualmente consiste de un eje de acero y de un buje que es de algún material menos duro. Sí la carga de arranque es demasiado elevada, el buje será dañado producto del contacto metal con metal. Esto último hizo a Trumpler recomendar la siguiente presión asociada a la carga de arranque

$$\frac{W_{st}}{ld} \leq 300 \text{ psi}$$

Donde  $W_{st}$  es la carga radial durante el arranque,  $l$  la longitud del cojinete, y  $d$  el diámetro del eje.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 7. Consideraciones de diseño

Debe comentarse que generalmente, la carga de arranque suele ser más pequeña que la carga que se tiene durante la operación.

- Factor de diseño de la carga de operación. Para tomar en cuenta las vibraciones externas (vibraciones provenientes de otras máquinas o de temblores), Trumpler usó un factor de diseño para la carga de operación de dos o más:

$$n_d \geq 2$$

## 8. Las relaciones entre las variables

Raimondi y Boyd resolvieron la ecuación de Reynolds de forma numérica y presentaron sus resultados relacionando las diferentes variables por medio de gráficos. Dichos resultados fueron publicados en tres partes, en donde se definieron las variables para razones de longitud-diámetro ( $l/d$ ) de 1:4, 1:2, 1 y para valores de  $\beta$  que iban desde  $60^\circ$  hasta  $360^\circ$ . En el libro de texto sólo aparecen los gráficos para cojinetes completos ( $\beta = 360^\circ$ ) asociados a la tercera y última parte del grupo de publicaciones.

Para ver el resto de los gráficos asociados a los cojinetes parciales refiérase al *paper* original: <https://www.dropbox.com/s/8q0nhja5zv0kxa7/A%20Solution%20for%20the%20finite%20journal%20bearing%20and%20its%20application%20to%20analysis%20and%20design%20III%2C%20A.A.%20Raimondi%2C%20J.%20Boyd.pdf?dl=0>

### Gráficos de viscosidad

En el análisis de Raimondi y Boyd, una de las suposiciones que se hace es que la viscosidad del lubricante es constante a medida que pasa a través del lubricante. Sin embargo, en vista de que se transfiere calor al lubricante, la temperatura del mismo será mayor una vez salga del cojinete, lo que implica una disminución en la viscosidad (de existir lubricación hidrodinámica de película gruesa).

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 8. Las relaciones entre las variables

### Gráficos de viscosidad

Lo anterior, conlleva que al momento de determinar la viscosidad se debe emplear una temperatura promedio  $T_{prom}$ :

$$T_{prom} = T_1 + \frac{\Delta T}{2}$$

Donde  $T_1$  es la temperatura del lubricante al entrar al cojinete y  $\Delta T$  es al aumento de temperatura que se observa al salir del cojinete.

Cuando se conoce  $T_1$ , más no  $\Delta T$ , se requiere emplear un método iterativo para determinar el valor de la viscosidad. Aquí se supone un valor para  $\Delta T$  y con este se encuentra un valor para la viscosidad; con dicho valor de la viscosidad entonces se determina de forma analítica el valor de  $\Delta T$  (al hacer balance de energía en el colector del lubricante). Sí el  $\Delta T$  calculado difiere del supuesto, se asume otro valor de  $\Delta T$  y se continua el proceso de tanteo.

Los gráficos de viscosidad puede apreciarlos en las figuras 12-12, 12-13, y 12-14 de su libro de texto.

La siguiente tabla da algunos parámetros para determinar la viscosidad a partir de la temperatura promedio. Dichos parámetros fueron encontrados tras hacer algunos ajustes en las curvas.

$$\mu = \mu_0 e^{[b/(T_{prom} + 95)]}$$

Aquí  $T_{prom}$  debe ser dado en °F y  $\mu$  en reyn.

Oil Grade, SAE	Viscosity $\mu_0$ , reyn	Constant $b$ , °F
10	0.0158(10 <sup>-6</sup> )	1157.5
20	0.0136(10 <sup>-6</sup> )	1271.6
30	0.0141(10 <sup>-6</sup> )	1360.0
40	0.0121(10 <sup>-6</sup> )	1474.4
50	0.0170(10 <sup>-6</sup> )	1509.6
60	0.0187(10 <sup>-6</sup> )	1564.0

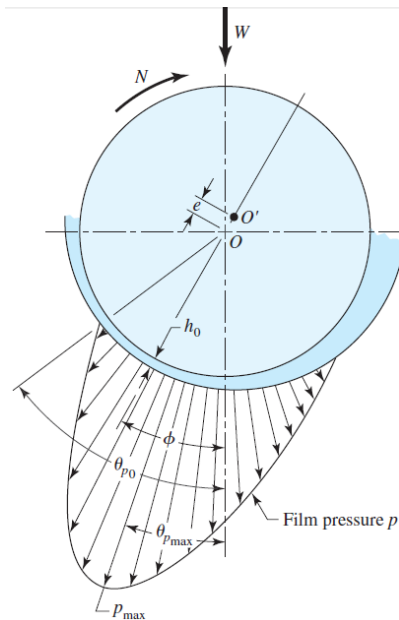
\* $\mu = \mu_0 \exp [b/(T + 95)]$ ,  $T$  in °F.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 8. Las relaciones entre las variables

Variables dependientes en función del número de Sommerfeld  $S$  para diferentes razones de  $l/d$

La siguiente figura expresa la notación usada en los gráficos.



- ✓ Espesor mínimo  $h_0$  y su posición angular  $\phi$ . Los gráficos para determinar estas variables puede encontrarlos en la figura 12-16 y 12-17 de su libro de texto. Ha de comentarse que en la figura 12-17 pueden verse dos líneas punteadas, una corresponde a cuando se tiene máxima carga  $W$  y la otra cuando se tiene mínimo coeficiente de fricción  $f$ ; la zona entre estas dos líneas punteadas generalmente es considerada la localización deseada para el punto de diseño.
- ✓ Coeficiente de fricción  $f$ . El gráfico para determinar esta variable puede encontrarlo en la figura 12-18 de su libro de texto.
- ✓ Flujo de lubricante  $Q$  y razón del flujo que sale por el costado  $Q_s/Q$ . Los gráficos para determinar estas variables puede encontrarlos en la figura 12-19 y 12-20 de su libro de texto.

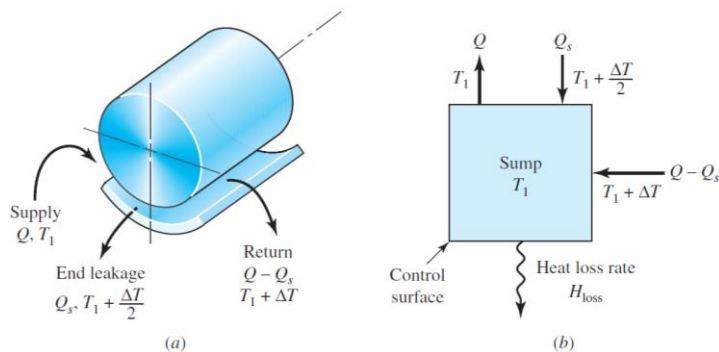
# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 8. Las relaciones entre las variables

### Variables dependientes en función del número de Sommerfeld $S$ para diferentes razones de $l/d$

- ✓ Presión máxima de la película  $p_{max}$ , posición de la presión máxima de la película  $\theta_{p_{max}}$ , y posición de la presión terminal de la película  $\theta_{p_0}$ . La figura 12-21 de su libro de texto permite determinar  $p_{max}$  a partir del número de Sommerfeld y del valor de la presión sobre el área proyectada  $P$ . La figura 12-22 de su libro de texto permite determinar  $\theta_{p_{max}}$  y  $\theta_{p_0}$

### Determinación analítica el valor del incremento de temperatura del lubricante $\Delta T$



- $Q$  = volumetric oil-flow rate into the bearing, in<sup>3</sup>/s
- $Q_s$  = volumetric side-flow leakage rate out of the bearing and to the sump, in<sup>3</sup>/s
- $Q - Q_s$  = volumetric oil-flow discharge from annulus to sump, in<sup>3</sup>/s
- $T_1$  = oil inlet temperature (equal to sump temperature  $T_s$ ), °F
- $\Delta T$  = temperature rise in oil between inlet and outlet, °F
- $\rho$  = lubricant density, lbm/in<sup>3</sup>
- $C_p$  = specific heat capacity of lubricant, Btu/(lbm · °F)
- $J$  = Joulean heat equivalent, in · lbf/Btu
- $H$  = heat rate, Btu/s

Suponiendo que en el volumen de control, tomado en torno al colector, se da estado estable flujo estable, que no hay dispositivos de transferencia o extracción de potencia, y que no hay cambios de energía cinética ni de energía potencial; se podría escribir el balance de energía en el colector de la siguiente forma:

$$\dot{E}_{supply} + H_{loss} = \dot{E}_{end\ leakage} + \dot{E}_{return}$$

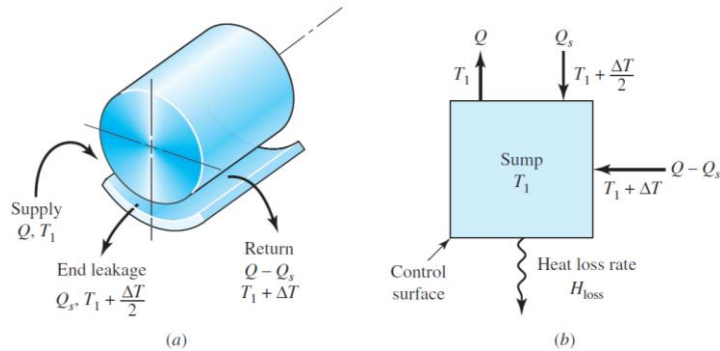
$$H_{loss} = \dot{E}_{end\ leakage} + \dot{E}_{return} - \dot{E}_{supply}$$

Suponiendo de igual forma que los cambios de entalpía se puedan aproximar como el producto del flujo másico del lubricante por el calor específico a presión constante por el cambio de temperatura, se tendrá:

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 8. Las relaciones entre las variables

Determinación analítica el valor del incremento de temperatura del lubricante  $\Delta T$



$$H_{loss} = (\dot{m}h)_{end\ leakage} + (\dot{m}h)_{return} - (\dot{m}h)_{supply}$$

$$H_{loss} = \rho Q_s h_{end\ leakage} + \rho(Q - Q_s)h_{return} - \rho Q h_{supply}$$

$$H_{loss} = \rho Q(h_{return} - h_{supply}) + \rho Q_s(h_{end\ leakage} - h_{return})$$

$$H_{loss} = \rho Q C_p (T_1 + \Delta T - T_1) + \rho Q_s \left( T_1 + \frac{\Delta T}{2} - T_1 - \Delta T \right)$$

$$H_{loss} = \rho Q C_p (\Delta T) - \rho Q_s \frac{\Delta T}{2} = \rho Q C_p \Delta T \left( 1 - \frac{Q_s}{2Q} \right)$$

Ahora bien esta energía térmica perdida en condiciones de estado estable debe ser igual a la potencia que da el eje al fluido:

$$H_{loss} = \dot{W} = \frac{2\pi NT}{J} = \frac{2\pi N}{J} (fWr)$$

Recordando que:

$$W = 2Pr l$$

$$H_{loss} = \frac{4f\pi NPr^2 l}{J} \left( \frac{c}{c} \right) = \left( \frac{4\pi Pr l N c}{J} \right) \left( \frac{rf}{c} \right)$$

Igualando:

$$\rho Q C_p \Delta T \left( 1 - \frac{Q_s}{2Q} \right) = \left( \frac{4\pi Pr l N c}{J} \right) \left( \frac{rf}{c} \right)$$

$$\frac{J\rho C_p \Delta T}{4\pi P} = \frac{rf/c}{\left( 1 - \frac{Q_s}{2Q} \right) \left( \frac{Q}{rlNc} \right)}$$



# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 8. Las relaciones entre las variables

Determinación analítica el valor del incremento de temperatura del lubricante  $\Delta T$

Para lubricantes comunes en base a petróleo se tiene que  $\rho \cong 0.0311 \frac{lbm}{in^3}$ ,  $C_p = 0.42 \frac{Btu}{(lbm \cdot ^\circ F)}$ ,  $J = 778.169 \frac{lb \cdot ft}{Btu} = 9338.028 \frac{lb \cdot in}{Btu}$ ; por lo tanto:

$$\frac{9.71 \Delta T}{P} = \frac{rf/c}{\left(1 - \frac{Q_s}{2Q}\right) \left(\frac{Q}{rlNc}\right)}$$

Donde  $\Delta T$  debe estar en  $^\circ F$  y  $P$  en psi.

La expresión anterior también podría re escribirse para  $\Delta T$  en  $^\circ C$  y  $P$  en Mpa:

$$\left(9.71 \frac{psi}{^\circ F}\right) \left(\frac{6.89457 kPa}{1 psi}\right) \left(\frac{1 \times 10^{-3} MPa}{1 kPa}\right) = 0.06695 \frac{MPa}{^\circ F}$$

Y recordando que una diferencia de temperatura en  $^\circ F$  es igual a 1.8 por una diferencia de temperatura en  $^\circ C$ :

$$0.06695 \frac{MPa}{^\circ F} = 0.121 \frac{MPa}{^\circ C}$$

$$\frac{0.121 \Delta T}{P} = \frac{rf/c}{\left(1 - \frac{Q_s}{2Q}\right) \left(\frac{Q}{rlNc}\right)}$$

El valor de este número adimensional  $\frac{0.121 \Delta T}{P}$  puede ser encontrado en función del número de Sommerfeld para diferentes razones de  $l/D$  en el gráfico de la figura 12-24 de su libro de texto.

### Interpolación

Para razones de  $l/d$  diferentes a las dadas en los gráficos, Raimondi y Boyd sugieren emplear la siguiente ecuación para realizar interpolaciones:

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 8. Las relaciones entre las variables

### Interpolación

$$y = \frac{1}{(l/d)^3} \left[ \begin{array}{l} -\frac{1}{8} \left(1 - \frac{l}{d}\right) \left(1 - 2\frac{l}{d}\right) \left(1 - 4\frac{l}{d}\right) y_{\infty} + \\ \frac{1}{3} \left(1 - 2\frac{l}{d}\right) \left(1 - 4\frac{l}{d}\right) y_1 - \\ \frac{1}{4} \left(1 - \frac{l}{d}\right) \left(1 - 4\frac{l}{d}\right) y_{1/2} + \\ \frac{1}{24} \left(1 - \frac{l}{d}\right) \left(1 - 2\frac{l}{d}\right) y_{1/4} \end{array} \right]$$

Donde  $y$  es la variable dependiente deseada en el intervalo de  $\infty > l/d > \frac{1}{4}$ , y  $y_{\infty}, y_1, y_{\frac{1}{2}}, y_{\frac{1}{4}}$  son las variables correspondientes a los radios  $l/d$  de  $\infty, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ , respectivamente.

## 9. Condiciones de estado estable en cojinetes autocontenidos

Los cojinetes autocontenidos son aquellos en donde el colector del lubricante se mantiene dentro de la carcasa del cojinete y el lubricante es enfriado dentro de dicha carcasa. A este tipo de cojinetes también se les llama cojinetes de bloque o de pedestal. Aquí el colector se expande periféricamente en la mitad superior del cojinete y el buje solo cubre la mitad inferior ( $\beta = 180^\circ$ ), esto último implica que para encontrar los parámetros dependientes debe referirse directamente al *paper* original mencionado previamente.

Ha de decirse también que a medida que el lubricante sale de la mitad inferior, este se mezcla con el contenido del colector, y consecuentemente se transfiere calor a los alrededores.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 9. Condiciones de estado estable en cojinetes autocontenidos

El calor cedido por la carcasa del cojinete hacia los alrededores puede ser estimado por medio de la ley de Newton de enfriamiento:

$$H_{loss} = h_{CR}A(T_b - T_{\infty})$$

Donde:  $H_{loss}$  es la razón de transferencia de calor disipado en  $Btu/h$  o  $J/s$ ,  $h_{CR}$  es el coeficiente global de transferencia de calor, que considera tanto los efectos de la radiación como de la convección, en  $Btu/(h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F)$  o en  $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$ ,  $A$  es el área superficial del cojinete en  $ft^2$  o en  $m^2$ ,  $T_b$  la temperatura superficial de la carcasa en  $^\circ F$  o en  $^\circ C$ , y  $T_{\infty}$  la temperatura de los alrededores en  $^\circ F$  o en  $^\circ C$ .

El coeficiente  $h_{CR}$  depende de muchos factores como: el tipo de material, el acabado superficial, la geometría, la diferencia de temperatura entre la carcasa y los alrededores, la velocidad del aire, entre otros.

Algunos valores representativos para  $h_{CR}$  pueden ser apreciados en la siguiente figura:

$$\bar{h}_{CR} = \begin{cases} 2 \text{ Btu}/(h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F) \\ 2.7 \text{ Btu}/(h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F) \\ 5.9 \text{ Btu}/(h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F) \end{cases}$$

Por otra parte, una expresión similar puede ser escrita para la diferencia de temperatura entre la película del lubricante y la superficie de la carcasa  $T_f - T_b$ . Lo anterior solo es posible, tras suponer que el buje y la carcasa están a una misma temperatura isoterma.

Sí definimos  $\bar{T}_f$  como la temperatura promedio entre la de entrada  $T_s$  y la de salida  $T_s + \Delta T$ ,  $\bar{T}_f = T_s + (\Delta T/2)$ , y teniendo presente que se observa la siguiente proporcionalidad.

$$\bar{T}_f - T_b = \alpha(T_b - T_{\infty})$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 9. Condiciones de estado estable en cojinetes autocontenidos

Donde  $\alpha$  es una constante que depende del sistema de lubricación y de la geometría de la carcasa. Valores representativos para  $\alpha$  puede apreciarlos en la tabla 12-2.

Resolviendo para  $T_b$ :

$$T_b = \frac{\bar{T}_f + \alpha T_\infty}{(1 + \alpha)}$$

Por lo tanto:

$$H_{loss} = h_{cRA} \left( \frac{\bar{T}_f + \alpha T_\infty}{(1 + \alpha)} - T_\infty \right) = \frac{h_{cRA}}{(1 + \alpha)} (\bar{T}_f - T_\infty)$$

El calor anterior, en condiciones de estado estable, será igual a la potencia que da el eje al fluido:

$$H_{gen} = 2\pi NT$$

Recordando de la sección 3 que el torque producto del esfuerzo cortante puede ser definido como:

$$T = \mu \frac{4\pi^2 N r^3 l}{c}$$

$$H_{gen} = \mu \frac{8\pi^3 N^2 r^3 l}{c}$$

Lo cuál con las constantes de conversión apropiadas puede ser expresado en  $Btu/h$  como:

$$H_{gen} = \mu \frac{95.69 N^2 r^3 l}{c}$$

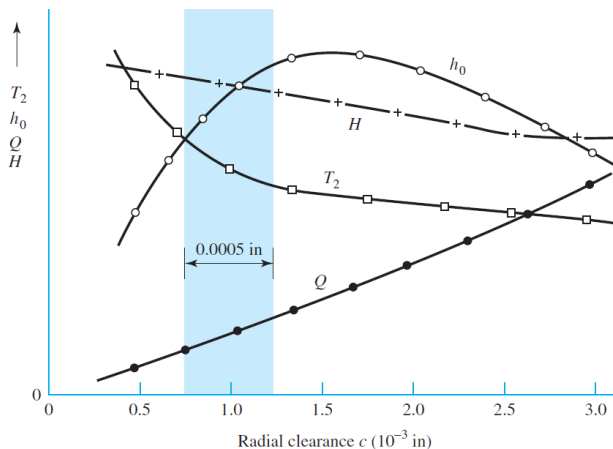
En el análisis de estado estable, la temperatura promedio de la película  $\bar{T}_f$  es desconocida y consecuentemente la viscosidad también es desconocida. Por lo tanto, se debe suponer un valor para  $\bar{T}_f$  (a partir de dicho valor  $\mu$  es encontrado) y con este se puede evaluar tanto  $H_{gen}$  como  $H_{loss}$ . Si estos valores no son iguales, se supone algún otro valor para  $\bar{T}_f$  y se recalcula y compara  $H_{gen}$  y  $H_{loss}$ . Se ha encontrado el valor apropiado de  $\bar{T}_f$  cuando se cumple que  $H_{gen} = H_{loss}$ .

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 10. Holgura

Al diseñar un cojinete de contacto deslizante para lubricación de película gruesa, el diseñador selecciona el lubricante y los valores apropiados para los parámetros del cojinete ( $P, N, r, c, l$ ) que garantizan se dé un desempeño satisfactorio. Sin embargo, la holgura  $c$  es difícil de controlar durante el proceso de manufactura, y puede aumentar producto del desgaste.

La siguiente figura muestra el efecto de la holgura radial (variable independiente en el gráfico) en el desempeño de cojinete (aquí se varía  $T_2, h_0, Q, H$  para el cojinete de los ejemplos 12-1 a 12-4 de su libro de texto).



A partir de la figura anterior se pueden hacer algunas observaciones:

- El flujo del lubricante incrementa con la holgura y esto hace que decrezca el valor de la temperatura de salida del lubricante y la consecuente razón de transferencia de calor.
- El espesor mínimo de película incrementa con la holgura hasta cierto valor y luego decrece (ver figura 12-16, el número de Sommerfeld comienza a decaer al incrementar más rápidamente  $c$  que  $\mu$ ).
- Sí la holgura es muy pequeña, escombros producto del desgaste inicial del buje pueden bloquear el flujo de lubricante, causando sobre calentamiento y falla.

El rango óptimo para la holgura, del cojinete de los ejemplos del 12-1 al 12-4 del texto, es mostrado por el área sombreada en la figura..

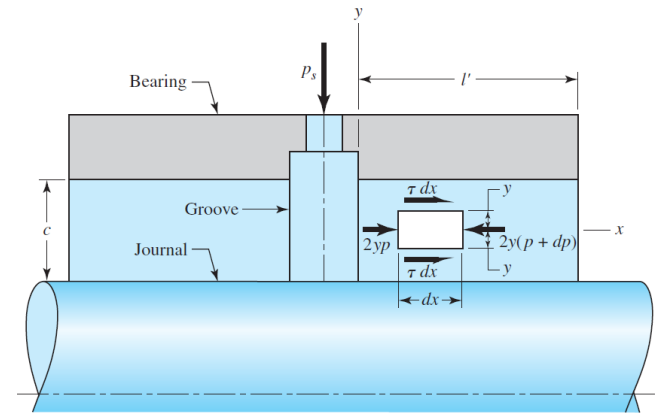
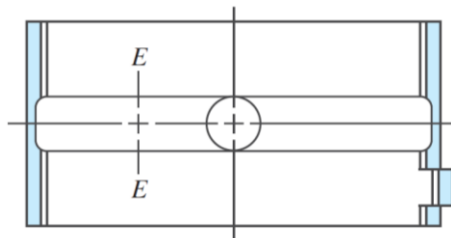
# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 11. Cojinetes en donde el lubricante es introducido a presión

La capacidad de carga de un cojinete autocontenido con circulación natural es bastante restrictiva debido a la capacidad limitada de disipar calor. Para incrementar la disipación de calor, una bomba externa es usada para aumentar el flujo de lubricante a través del cojinete.

La bomba provee al cojinete de lubricante con alta presión incrementando el flujo de lubricante y la capacidad de disipar calor. El colector del lubricante también puede intercambiar calor con otro fluido (agua por ejemplo) para reducir aún más la temperatura.

Comúnmente para forzar un mayor flujo en el cojinete, se suele realizar una ranura circunferencial en el centro del cojinete, con un agujero para suplir el lubricante el cual está localizado en el lado opuesto a la zona de carga.



En este tipo de cojinetes, el lubricante es suplido a alta presión (la presión no es creada producto del deslizamiento de la superficie del eje).

En su libro aparece la derivación para: la velocidad promedio en la dirección "x" como función de la posición angular (ver figura 12-30), el flujo de lubricante en dirección axial, la presión sobre el área proyectada, y el incremento de temperatura del lubricante. Favor revisar dichas derivaciones y las suposiciones bajo las cuales fueron realizadas en la sección 12-11 de su libro de texto.

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 12. Cargas, materiales, y tipos de cojinetes

La tabla 12-5 y la 12-6 proporcionan una guía a la hora de seleccionar cargas aceptables y materiales para el buje del cojinete de contacto deslizante.

Con respecto a los tipos de cojinetes, estos pueden ser tan simples como un agujero maquinado en un miembro fundido de hierro, típicamente de sección transversal circular.

Para más detalles vea la sección 12-11 y 12-12 de su libro de texto.

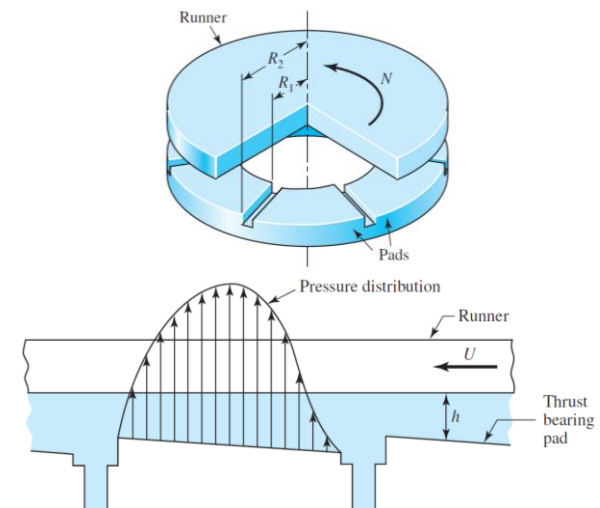
## 13. Cojinetes de empuje

El diseño y análisis de cojinetes de empuje es también una aplicación importante de la teoría de la lubricación; sin embargo en el libro de texto no se incluye un estudio detallado de este tipo de cojinetes y se hace referencia al libro *Cast Bronze Thrust Bearing Design Manual* de Harry C. Rippel para más detalles.

En términos generales, el principio de funcionamiento de los cojinetes de empuje es similar a los de contacto deslizante.

En la siguiente figura se muestra un cojinete de empuje con almohadilla fija que consiste de un disco rotatorio que se desliza sobre una almohadilla fija. Aquí el lubricante se introduce en las ranuras radiales y se bombea hacia el espacio cuneiforme por el movimiento del disco móvil.

La lubricación hidrodinámica se obtiene si la velocidad del disco es continua y los suficientemente elevada y sí el lubricante está disponible en suficiente cantidad.



# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 14. Cojinete de lubricación al límite

Cuando dos superficies se deslizan de forma relativa, una con respecto a la otra, con solo una película parcial del lubricante entre ellas, se dice que existe lubricación al límite, de película delgada, o de frontera.

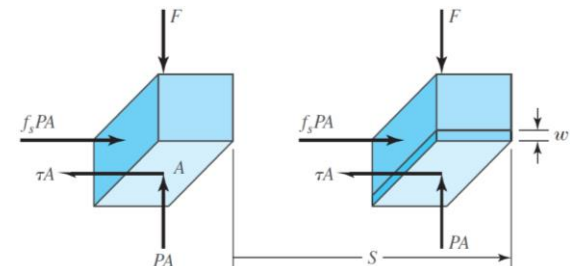
La lubricación al límite ocurre cuando: cojinetes lubricados hidrodinámicamente se encuentran en su posición de arranque o parada, cuando ocurre un incremento de carga, cuando se disminuye el suministro de lubricante, o cuando la velocidad rotacional decrece.

El coeficiente de fricción para superficies con lubricación al límite puede verse reducido al emplear aceites vegetales o animales en combinación con aceites minerales o grasas. Esto último producto de los ácidos dentro de los aceites vegetales o animales, que aparentemente tienen una fuerte afinidad por ciertas superficies metálicas.

También se habla de lubricación de película mixta si el lubricante opera parcialmente bajo condiciones hidrodinámicas y parcialmente bajo condiciones de lubricación de frontera. La condición de lubricación mixta puede ocurrir si el lubricante proporcionado es suplido de forma mecánica, si la viscosidad es muy baja, si la velocidad del eje es muy baja, si existe sobrecarga, si hay desalineamiento del eje o bien si la holgura es muy justa.

### Desgaste lineal deslizante

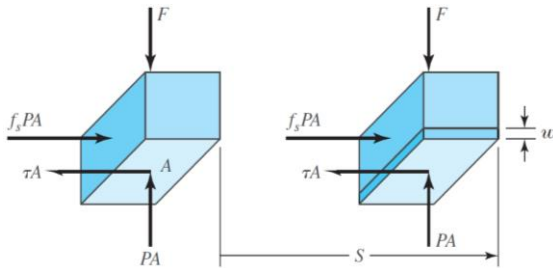
Considere el bloque con área superficial  $A$  que se esta deslizando sobre una superficie fija con una presión de contacto  $P$ , y en donde existe un coeficiente de fricción producto del deslizamiento  $f_s$ , tal como se muestra en la siguiente figura:





# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 14. Cojinete de lubricación al límite



Aquí el trabajo hecho por la fuerza de fricción  $f_s PA$  durante el desplazamiento  $S$  sería  $f_s PAS$  lo que a su vez se puede expresar en términos de la velocidad de deslizamiento  $V$  y el tiempo  $t$ .

El material de volumen removido producto de un desgaste lineal  $w$  sería igual a  $wA$ , y considerando que dicho desgaste sea proporcional al trabajo hecho se tendrá que:

$$wA \propto f_s PAVt \rightarrow wA = KPAVt$$

$$w = KPVt$$

Donde  $K$  es un factor de proporcionalidad, que incluye a  $f_s$ , y que se determina por medio de pruebas de laboratorio.

Dicho factor tienen unidades de  $\left[ \frac{\text{in}^3 \cdot \text{min}}{(\text{lb} \cdot \text{ft} \cdot \text{h})} \right]$  cuando la presión está dada en  $\text{psi}$ , la velocidad en  $\text{ft}/\text{min}$ , y el tiempo en  $\text{h}$ . La tabla 12-8 da los valores de  $K$  dependiendo del material del buje.

Adicionalmente, a la hora de determinar el desgaste  $w$ , se suele incluir un factor modificador  $f_1$  dependiendo del tipo de movimiento, la carga, y la velocidad angular; y un factor  $f_2$  que depende de la temperatura y las condiciones de limpieza del lubricante (vea tablas 12-10 y 12-11).

$$w = f_1 f_2 KPVt$$

### Desgaste del buje

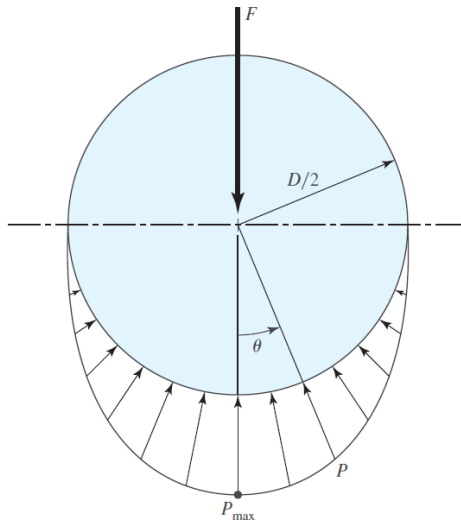
Considere un pasador de diámetro  $D$ , velocidad rotacional  $N$ , longitud del buje  $L$ , y que soporta una carga radial estacionaria  $F$ . Aquí la presión sobre el área proyectada  $P$  estaría dada por:

$$P = \frac{F}{DL}$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 14. Cojinete de lubricación al límite

### Desgaste del buje



Sí  $N$  esta dada en revoluciones por minutos, y  $D$  en pulgadas; entonces la velocidad en pies por minuto podría expresarse como:

$$V = \frac{2\pi r N}{12} = \frac{\pi D N}{12}$$

Y el producto  $PV$ , en  $psi \cdot ft/min$ :

$$PV = \frac{F}{DL} \left( \frac{\pi D N}{12} \right) = \frac{F \pi N}{12L}$$

Ahora bien, si se observa la figura anterior, se puede ver que la distribución de presión  $p$  realmente depende de la posición angular  $\theta$ :

$$p = P_{max} \cos \theta, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

Y la componente vertical de la fuerza sobre el área diferencial sería  $p dA \cos \theta$ , lo cual es igual a  $p(L(D/2)d\theta) \cos \theta = P_{max}(L(D/2)d\theta) \cos^2 \theta$ , lo cual tras ser integrado de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$  es igual a  $F$ .

$$F = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} P_{max} \left( \frac{LD}{2} \right) \cos^2 \theta d\theta$$

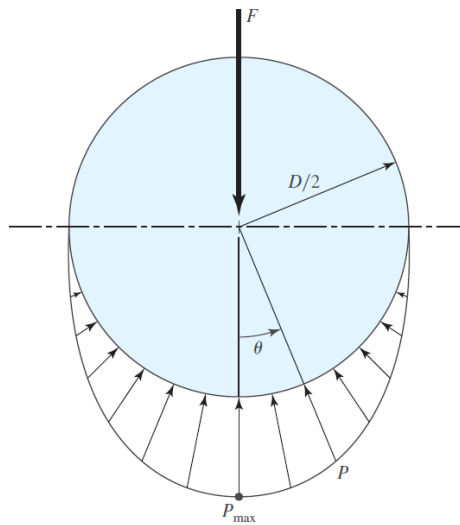
$$F = P_{max} \left( \frac{LD}{2} \right) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{(1 + \cos 2\theta)}{2} d\theta =$$

$$P_{max} \left( \frac{LD}{2} \right) \left[ \frac{x}{2} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \sin 2\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} \right]$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 14. Cojinete de lubricación al límite

### Desgaste del buje



$$F = P_{max} \left( \frac{LD\pi}{4} \right)$$

$$P_{max} = \frac{4F}{LD\pi}$$

Recordando que  $w = f_1 f_2 K P V t$ , al remplazar  $P = P_{max}$ :

$$w = f_1 f_2 K \left( \frac{4F}{LD\pi} \right) \left( \frac{\pi DN}{12} \right) t = \frac{f_1 f_2 K F N t}{3L}$$

### Aumento de la temperatura del lubricante

En estado estable, la razón de transferencia de calor producto de la fricción del cojinete,  $H_{gen}$ , será igual a la razón de calor transferido desde la carcasa del cojinete hacia los alrededores por convección y por radiación,  $H_{loss}$ :

$$H_{gen} = \frac{f_s F V}{J} = \frac{f_s F (60\pi DN)}{12J} = \frac{f_s F (5\pi DN)}{J}$$

Donde:  $H_{gen}$  está en  $Btu/h$ ,  $f_s$  es el factor de fricción,  $F$  está en libras fuerza,  $N$  es la velocidad del eje en revoluciones por minuto,  $D$  está en pulgadas, y  $J = 778 ft \cdot lbf / Btu$ .

Por otra parte:

$$H_{loss} = h_{CR} A (T_b - T_\infty) = \frac{h_{CR} A}{2} (T_f - T_\infty)$$

# IV. Lubricación y cojinetes de contacto deslizante

## 14. Cojinete de lubricación al límite

### Aumento de la temperatura del lubricante

Donde:  $A$  es el área superficial de la carcasa en pies cuadrados,  $h_{CR}$  el coeficiente combinado de transferencia de calor en  $Btu/(h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F)$ ,  $T_b$  la temperatura superficial de la carcasa en  $^\circ F$ ,  $T_f$  la temperatura promedio del lubricante en  $^\circ F$ , y  $T_\infty$  la temperatura del medio que rodea a la carcasa del cojinete en  $^\circ F$ .

Ha de decirse que aquí se supone que:

$$T_f = \frac{T_b + T_\infty}{2}$$

Tenga presente que ha encontrado el valor para  $T_f$  cuando  $H_{gen} = H_{loss}$