

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

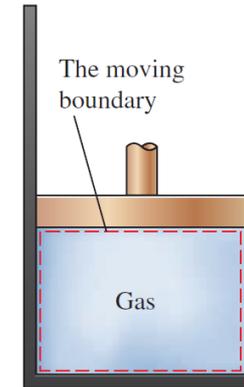
Objetivos:

1. Examinar el trabajo hecho por una frontera móvil.
2. Desarrollar el balance general de energía aplicado a sistemas cerrados.
3. Definir el calor específico a volumen constante y el calor específico a presión constante.
4. Relacionar los calores específicos a los cálculos de los cambios de energía interna y de entalpía de gases ideales.
5. Describir sustancias incompresibles y determinar sus cambios de energía interna y de entalpía.

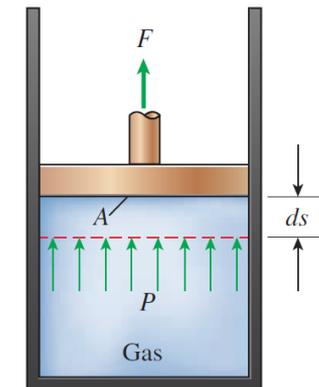
1. Trabajo de frontera móvil.

Una forma de trabajo mecánico frecuentemente encontrada en la práctica es aquella asociada con la expansión o compresión de un gas en dispositivo cilindro-pistón. Durante este proceso, parte de la frontera (cara interior del pistón) se mueve y el trabajo asociado con el movimiento de dicha frontera se conoce como *trabajo de frontera móvil* o simplemente *trabajo de frontera*.

Ha de decirse que este trabajo se supone está asociado a un proceso de *quasi-equilibrio*.



Considere la siguiente figura.



El trabajo diferencial δW_b hecho durante este proceso de quasi-equilibrio para mover el pistón una distancia ds estaría dado por:

$$\delta W_b = Fds = PAd s = PdV \quad 1$$

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

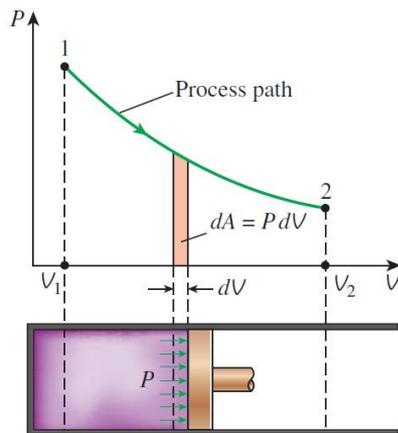
1. Trabajo de frontera móvil.

Aquí P es la presión absoluta y dV el cambio diferencial de volumen que se da durante el proceso.

Por lo tanto, entre dos estados dados (1 y 2, por ejemplo) el trabajo de frontera estaría dado por:

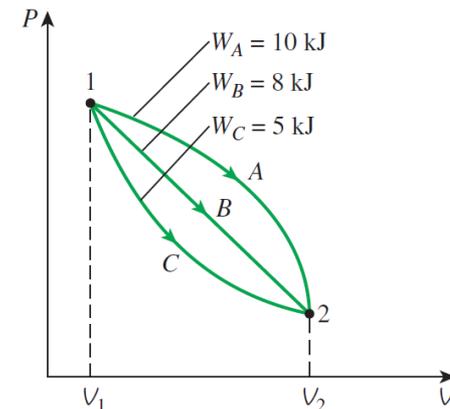
$$W_b = \int_1^2 P dV \quad [\text{kJ}]$$

La integral anterior solo puede ser evaluada si se conoce la relación funcional entre la presión absoluta y el volumen, $P = f(V)$.



Evidentemente, el área bajo la curva del proceso en el diagrama $P - V$ es igual, en magnitud, al trabajo hecho durante un proceso de expansión o compresión de un sistema cerrado en condición de quasi-equilibrio.

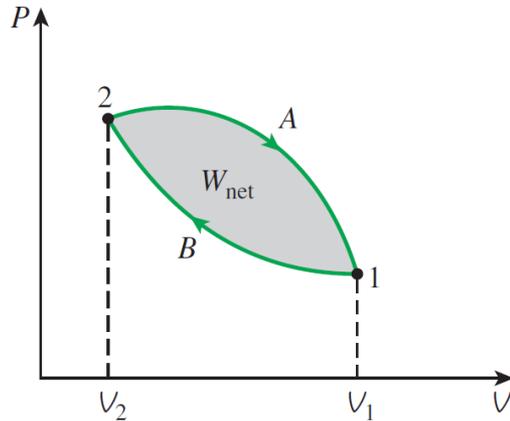
Recuerde también que el trabajo es una función del recorrido o camino del proceso; por lo que diferentes recorridos entre dos estados específicos llevarán a diferentes trabajos de frontera.



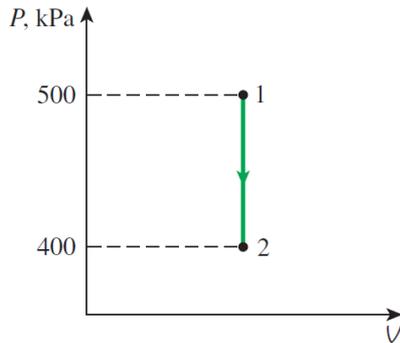
En el caso de ciclos, el trabajo neto de frontera móvil dependerá de la diferencia entre el trabajo hecho por el sistema y el trabajo hecho sobre el sistema.

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

1. Trabajo de frontera móvil.

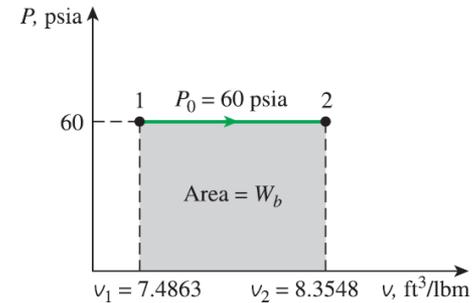


Trabajo de frontera en un proceso a volumen constante



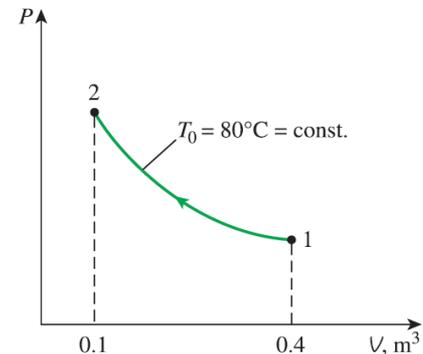
$$W_b = \int_1^2 P dV = 0$$

Trabajo de frontera en un proceso a presión constante



$$W_b = \int_1^2 P_0 dV = P_0(V_2 - V_1)$$

Trabajo de frontera en un proceso a temperatura constante cuando el fluido de trabajo es un gas ideal



IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

1. Trabajo de frontera móvil.

Trabajo de frontera en un proceso a temperatura constante cuando el fluido de trabajo es un gas ideal

$$PV = mRT_0 = C \rightarrow P = \frac{C}{V}$$

$$W_b = \int_1^2 \left(\frac{C}{V} \right) dV = C(\ln V_2 - \ln V_1) = C \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Trabajo de frontera móvil en un proceso politrópico

Un proceso politropico es aquel en donde la relación funcional $P = f(V)$ esta dada por:

$$P = CV^{-n}$$

Donde C es una constante. Por lo tanto:

$$W_b = \int_1^2 (CV^{-n})dV = \frac{CV^{-n+1}}{-n+1} \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$W_b = \frac{C(V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1})}{1-n} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$$

En vista de que:

$$C = PV^n = P_2V_2^n = P_1V_1^n$$

Donde $n \neq 1$.

2. Balance de energía para sistemas cerrados.

Recuerde del segundo tema, que para sistemas cerrados, el balance de energía está dado por:

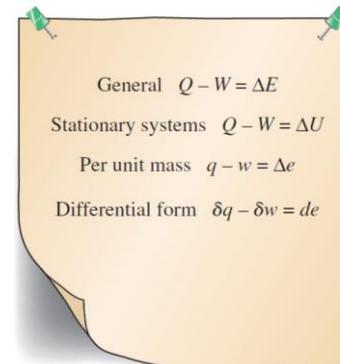
$$E_{entrada} - E_{salida} = \Delta E_{sistema} \quad [kJ]$$

Lo cual se puede expresar por unidad de tiempo como:

$$\dot{E}_{entrada} - \dot{E}_{salida} = \frac{dE_{sistema}}{dt} \quad [kW]$$

Donde $\Delta E_{sistema} \cong (dE_{sistema}/dt)\Delta t$.

De igual forma el balance de energía se puede expresar por unidad de masa o bien en forma diferencial.



IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

2. Balance de energía para sistemas cerrados.

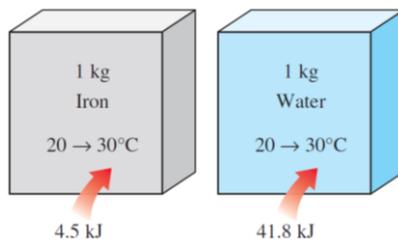
En el caso de un sistema cerrado, que opera bajo un ciclo, el estado final será igual al inicial y por lo tanto:

$$E_{entrada} - E_{salida} = 0$$

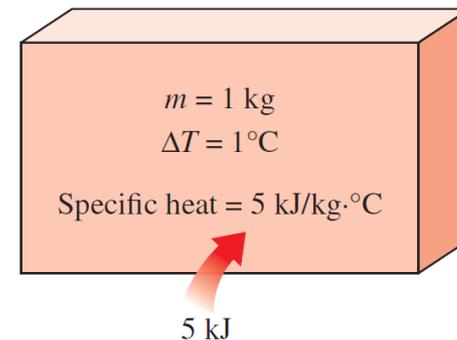
Debe comentarse que en caso de que se desconozca una interacción de trabajo o calor durante el proceso se puede suponer una determinada dirección para dicha incógnita. Si tras resolver la ecuación resultante del balance de energía, el calor o trabajo que constituía la incógnita le da con signo negativo, esto simplemente significa que supuso mal su dirección.

3. Calores específicos.

De la experiencia se sabe que toma diferentes cantidades de energía para elevar la temperatura de masas idénticas de sustancias diferentes en un grado.



El *calor específico* es una propiedad definida como la energía requerida para elevar la temperatura de una masa unitaria de una sustancia en un grado. En general, esta energía dependerá del proceso, y en termodinámica se suelen definir dos tipos de calores específicos: el calor específico a volumen constante c_v y el calor específico a presión constante c_p .



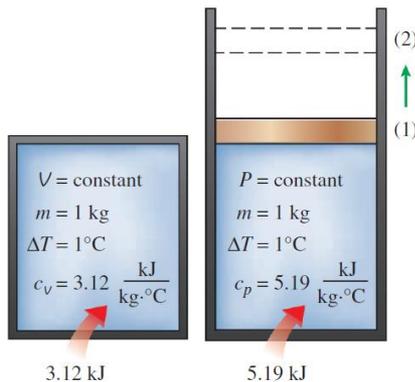
Físicamente c_v puede ser visto como la energía requerida para elevar la temperatura de una masa unitaria de una sustancia en un grado a medida que el volumen se mantiene constante. c_p , en tanto, es la energía requerida para hacer lo mismo solo que a presión constante.

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

3. Calores específicos.

$$c_p > c_v$$

c_p es mayor que c_v ya que a presión constante el sistema puede expandirse y la energía asociada a este trabajo de frontera también debe ser suplida al sistema.



A continuación se buscará expresar los calores específicos en términos de otras propiedades termodinámicas. Del principio de conservación de energía por unidad de masa y en forma diferencial:

$$\delta e_{\text{entrada}} - \delta e_{\text{salida}} = de_{\text{sistema}}$$

En el caso de que se trate de un proceso estacionario (no hay cambios de energía cinética y potencial) y a volumen constante:

$$\delta e_{\text{entrada}} - \delta e_{\text{salida}} = du$$

Considere igualmente que $u = f(T, v)$. Por lo tanto:

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{v=\text{const.}} dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{T=\text{const.}} dv$$

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{v=\text{const.}} dT$$

Consecuentemente y por definición c_v será igual a:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{v=\text{const.}} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

Similaramente para c_p :

$$\delta e_{\text{entrada}} - \delta e_{\text{salida}} = du + Pdv = dh$$

$$h = f(T, P)$$

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{P=\text{const.}} dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_{T=\text{const.}} dP$$

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

3. Calores específicos.

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_{P=const.} dT$$

Consecuentemente:

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_{P=const.} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

4. Energía interna, entalpía, y calores específicos para gases ideales.

Recuerde que un gas ideal es aquel en donde la ecuación de estado es la siguiente:

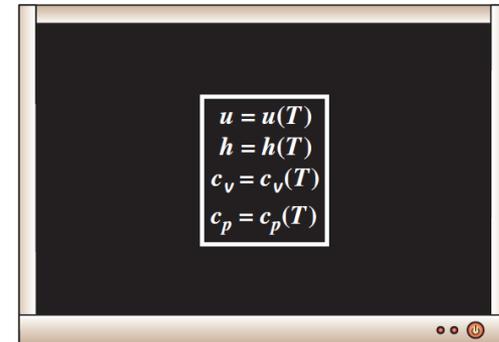
$$Pv = RT$$

En el caso de los gases ideales, la energía interna únicamente es función de la temperatura $u = f(t)$. Para más detalles vea la descripción del experimento de Joule en la sección 4.4 de su libro de texto.

La entalpía de igual de igual forma es únicamente función de la temperatura.

$$h = u(T) + Pv = u(t) + RT = f(T)$$

Producto de lo anterior los calores específicos a volumen constante y a presión constante también serán función únicamente de la temperatura.



$$du = c_v(T)dT, \quad dh = c_p(T)dT$$

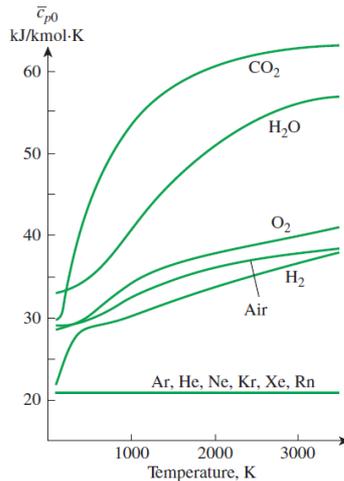
Por lo tanto:

$$\int_1^2 du = \Delta u = \int_1^2 c_v(T)dT \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$\int_1^2 dh = \Delta h = \int_1^2 c_p(T)dT \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

4. Energía interna, entalpía, y calores específicos para gases ideales.



Las expresiones anteriores permiten encontrar los cambios de energía interna y entalpía una vez se conoce la relación funcional de los calores específicos con la temperatura para una determinada sustancia (vea tabla A-2c de su libro de texto).

$$\bar{c}_p = a + bT + cT^2 + dT^3 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right]$$

La temperatura en la expresión anterior debe estar dada en K.

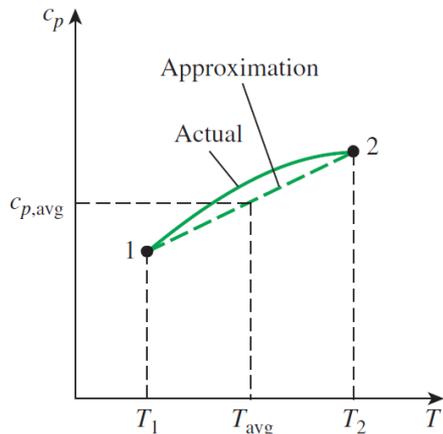
Esto último, sin embargo, no es práctico ya que evaluar dichas integrales a mano puede consumir innecesariamente mucho tiempo. Una alternativa a lo anterior, consiste en:

- ✓ Usar data tabulada disponible, y a partir del valor de la temperatura, determinar u y h (vea las tablas de la A-17 a la A-25 del libro de texto).
- ✓ O bien, determinar los cambios de energía interna específica y entalpía específica a partir de calores específicos promedio ($c_{v,prom.}$, $c_{p,prom.}$). Esta aproximación únicamente es buena si el cambio de temperatura entre los dos estados no es demasiado grande. $c_{v,prom.}$ y $c_{p,prom.}$ pueden ser evaluados a la temperatura promedio entre los dos estados $((T_1 + T_2)/2)$ o bien a partir de sus valores en los dos estados ($c_{v,prom.} = (c_{v@T_1} + c_{v@T_2})/2$). Vea la tabla A-2b de su libro de texto.

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

4. Energía interna, entalpía, y calores específicos para gases ideales.

Air		
T, K	u, kJ/kg	h, kJ/kg
0	0	0
...
300	214.07	300.19
310	221.25	310.24
...



$$\Delta u = u_2 - u_1 \text{ (table)}$$

$$\Delta u = \int_1^2 c_v(T) dT$$

$$\Delta u \cong c_{v,avg} \Delta T$$

Relaciones entre calores específicos para gases ideales

$$h = u + RT$$

$$dh = du + R dT$$

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R \rightarrow c_p = c_v + R \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

O en términos de la constante universal de gases R_u :

$$\bar{c}_p = \bar{c}_v + R_u \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right]$$

También ha de comentarse que la razón de calores específicos k se define como:

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

4. Energía interna, entalpía, y calores específicos para gases ideales.

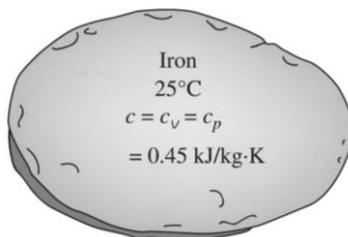
$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

5. Energía interna, entalpía, y calores específicos de sólidos y líquidos.

Una sustancia cuyo volumen específico (o su densidad) es constante es llamada sustancia incompresible. El volumen específico de sólidos y líquidos permanece relativamente constante durante un proceso motivo por el cuál estas sustancias pueden ser consideradas como incompresibles.

En el caso de sustancias incompresibles los calores específicos son idénticos.

$$c_p = c_v = c$$



La tabla A-3 del libro de texto especifica el calor específico de varios líquidos y sólidos.

Cambios de energía interna

Al igual que en los gases ideales, los calores específicos de sustancias incompresibles solo dependen de la temperatura.

$$\int_1^2 du = \Delta u = \int_1^2 c(T) dT \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

Para intervalos pequeños de temperatura c también puede ser aproximado a la temperatura promedio ($T_{prom} = (T_1 + T_2)/2$).

$$\Delta u \cong c_{@T_{prom}} (T_2 - T_1) \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

Cambios de entalpía

$$h = u + Pv \rightarrow dh = du + d(Pv)$$

$$dh = du + v dP + P dv = du + v dP$$

$$\Delta h \cong \Delta u + v \Delta P \cong c_{@T_{prom}} \Delta T + v \Delta P$$

IV. Análisis de energía en sistemas cerrados

5. Energía interna, entalpía, y calores específicos de sólidos y líquidos.

Cambios de entalpía

Para los sólidos el término $v\Delta P$ suele ser insignificante, en tanto que para los líquidos dos casos especiales pueden darse:

- ✓ Proceso a presión constante: $\Delta h \cong c_{@T_{prom}} \Delta T$.
- ✓ Proceso a temperatura constante: $\Delta h = v\Delta P$.