

II. Vectores

Objetivos:

1. Diferenciar una cantidad escalar de una vectorial.
2. Recordar algunos principios trigonométricos básicos.
3. Manipular vectores de forma gráfica y analítica.

1. Introducción.

El análisis de mecanismos involucra la manipulación de cantidades vectoriales. El desplazamiento, la velocidad, la aceleración, y la fuerza son características de desempeño primarias de un mecanismo, y todas son cantidades vectoriales.

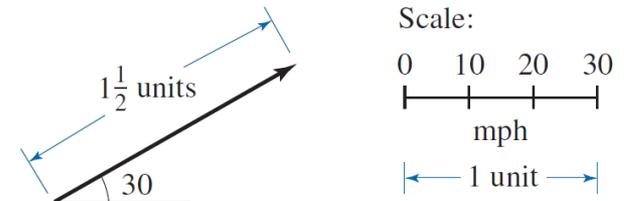
2. Escalares y vectores.

Un escalar es una cantidad que es completamente definida al establecer su magnitud. La longitud, el tiempo, y la temperatura son ejemplos de escalares.

En contraste, un vector solo está completamente definido cuando se especifica su magnitud y dirección.

En términos de notación, en algunos textos los vectores se distinguen de escalares por medio del uso de letras en negrita (\mathbf{v}) o bien a través de una flecha encima de la letra (\vec{v}).

Gráficamente, un vector es representado por un segmento de línea que tiene una punta de flecha en un extremo. Aquí la longitud de la línea es proporcional a la magnitud de la cantidad que el vector describe, y la dirección es definida por la flecha que es orientada con respecto a algún eje de referencia. En el caso tridimensional dicha dirección es definida al orientar la flecha con respecto a dos ejes de referencia diferentes en el espacio Euclidiano.



II. Vectores

3. Análisis y manipulación gráfica de vectores.

Gran parte del trabajo asociado al estudio de mecanismos y al análisis de vectores involucra el uso de geometría. Con frecuencia se emplean métodos gráficos en dichos análisis ya que de esta forma un mecanismo puede ser fácilmente visualizado.

En este enfoque es importante que las líneas sean dibujadas a escala a ángulos específicos.

Técnicas de dibujos requeridas en el análisis gráfico de vectores a través del uso de paquetes CAD.

El método gráfico, ya sea que se haga con equipo de dibujo o a través de un paquete CAD, es exactamente el mismo. Claro está que al hacer el análisis gráfico empleado un paquete CAD y evitando el uso de escalas pequeñas implica la obtención de resultados más precisos.

Algunas de las habilidades en un paquete CAD requeridas para el análisis gráfico de vectores son las siguientes:

- ✓ Dibujar líneas a una longitud y a ángulo específico.
- ✓ Insertar líneas perpendiculares a líneas existentes.
- ✓ Extender líneas existentes para que se intercepten con otras líneas.
- ✓ Recortar líneas en las intersecciones con otras líneas.
- ✓ Dibujar arcos, centrados en un punto específico, con un determinado radio.
- ✓ Localizar la intersección de dos arcos.
- ✓ Medir la longitud de líneas existentes.
- ✓ Medir el ángulo existente entre dos líneas.

Adición y sustracción de vectores

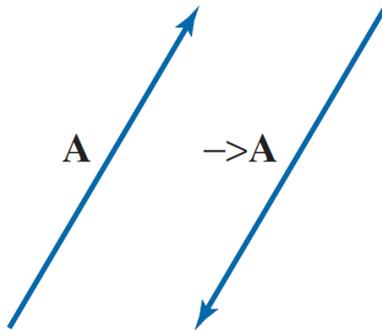
Un enfoque gráfico a la adición y sustracción de vectores involucra dibujar los vectores a escala (si se hace usando un paquete CAD esto puede no ser necesario) y con una determinada dirección. Estos vectores entonces son manipulados manteniendo su escala y orientación.

II. Vectores

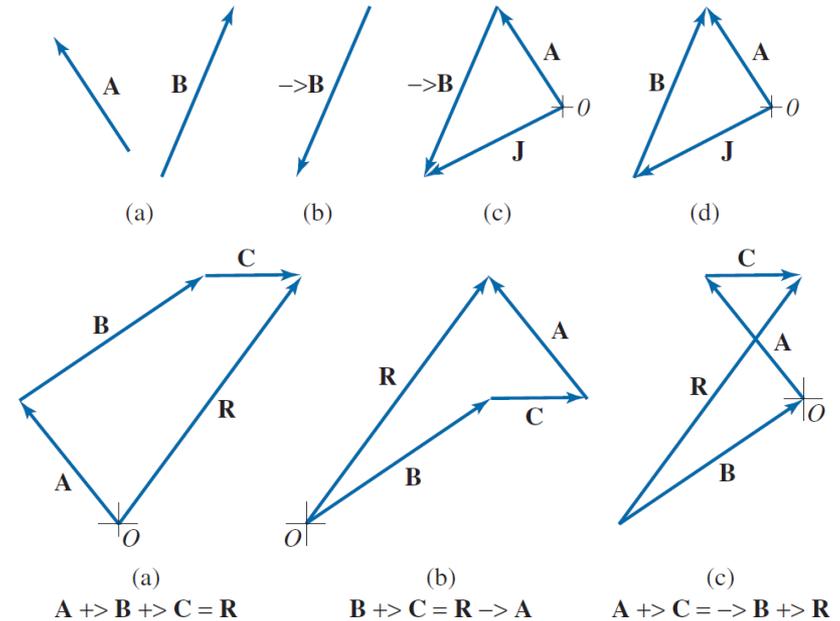
3. Análisis y manipulación gráfica de vectores.

Adición y sustracción de vectores

El extremo sin la punta de flecha del primer vector es designado como el origen (punto O), el segundo vector es entonces recolocado de manera tal que si se está adhiriendo, el extremo sin la punta de flecha sea colocado inmediatamente después del extremo con la punta de flecha del primer vector, en tanto que si se está sustrayendo el sentido de la flecha del segundo vector sería el inverso. Este proceso es entonces repetido para el resto de los vectores.



Al final, en este método, se mide la magnitud del vector resultante.



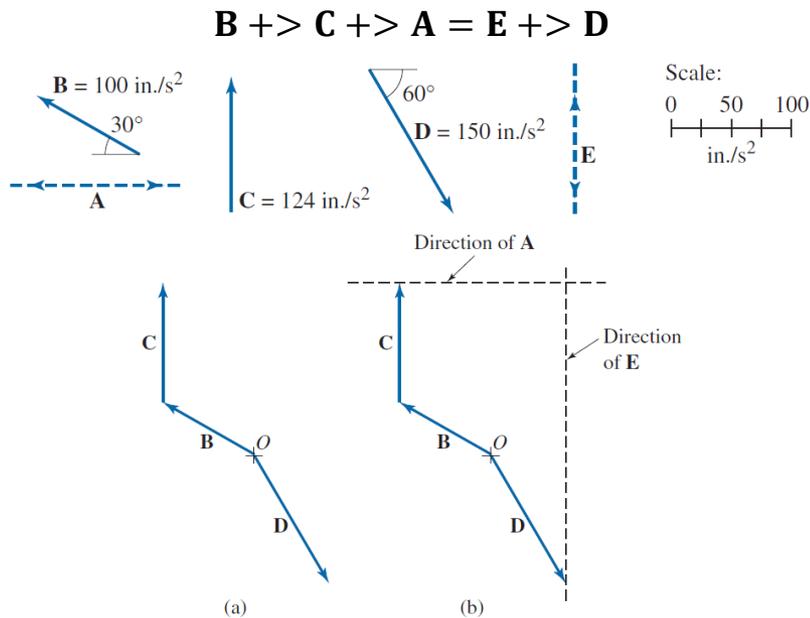
Ha de decirse que también es posible determinar gráficamente la magnitud de hasta dos vectores siempre y cuando se conozca la dirección de todos los vectores involucrados.

$$\mathbf{B +> C +> A = E +> D}$$

II. Vectores

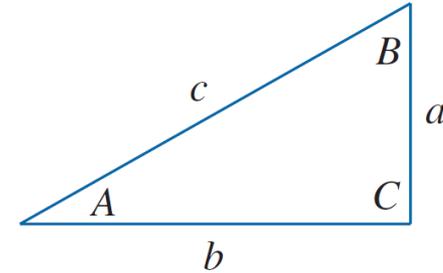
3. Análisis y manipulación gráfica de vectores.

Adición y sustracción de vectores



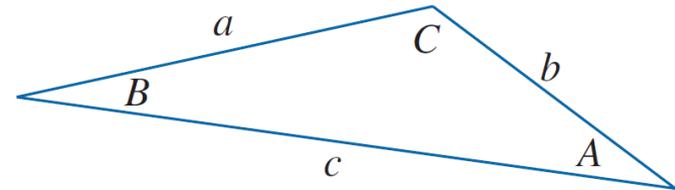
4. Análisis analítico de vectores.

Trigonometría (triángulos rectos y oblicuos)



$$\sin \angle A = \frac{a}{c}, \cos \angle A = \frac{b}{c}, \tan \angle A = \frac{a}{b},$$

$$c^2 = a^2 + b^2, \angle A + \angle B = 90^\circ$$



$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C},$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - (2ab \cos \angle C), \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

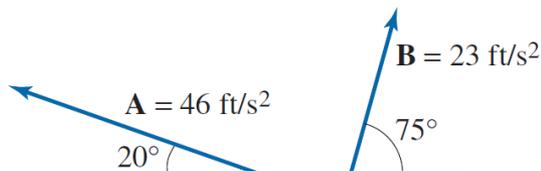
II. Vectores

4. Análisis y manipulación analítica de vectores.

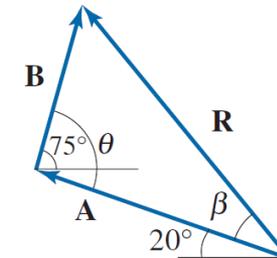
Adición y sustracción de vectores: método del triángulo.

Este método suele ser usado solo cuando se requiere la resultante de dos vectores. Aquí al igual que en el método gráfico se recolocan los vectores y se hace un esquema (evidentemente no es necesario dibujar los vectores a una escala particular ni con sus direcciones reales, basta con hacer que el esquema contenga la información necesaria).

Una vez recolocados los vectores para su adición o sustracción se marca el vector resultante y se obtiene generalmente un triángulo oblicuo. La magnitud de la resultante y demás ángulos de interés pueden ser determinados a partir de la ley del seno, la ley del coseno, y la restricción de que la suma de los tres ángulos debe ser 180° .

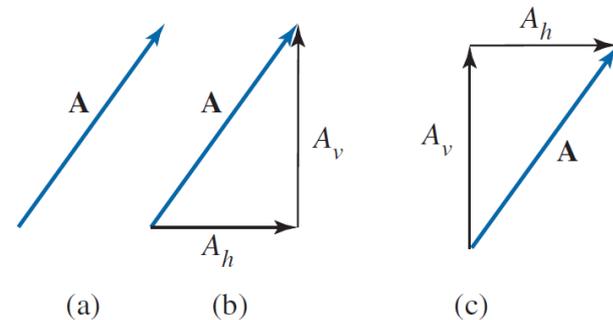


$$R = A + B$$



Adición y sustracción de vectores: método de las componentes.

Este método se suele emplear cuando se tienen más de dos vectores e involucra descomponer los vectores en componentes perpendiculares, típicamente, formando un triángulo recto y luego efectuar la adición o sustracción de las componentes en una misma dirección.



II. Vectores

4. Análisis y manipulación analítica de vectores.

Adición y sustracción de vectores: método de las componentes.

$$R_h = A_h \pm B_h \pm C_h \pm \dots, R_v = A_v \pm B_v \pm C_v \pm \dots$$

$$R^2 = R_h^2 + R_v^2, \tan \theta_h = \frac{R_v}{R_h}$$

Por ejemplo:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_h + B_h, A_v + B_v)^T$$

Ha de decirse que a partir del método de las componentes también es posible determinar hasta dos incógnitas (por ejemplo en el caso de la adición de dos vectores se tienen 6 incógnitas potenciales, con conocer 4 de ellas se puede resolver el sistema de ecuaciones).