

II. Resortes Mecánicos

Objetivo:

1. Definir que es un resorte y resaltar algunas de sus aplicaciones típicas.
2. Hacer el análisis de esfuerzo y deformación para resortes helicoidales sujetos a compresión.
3. Reconocer los tipos de extremos más comunes de los resortes helicoidales sujetos a compresión.
4. Definir la condición de estabilidad para un resorte helicoidal sujeto a compresión.
5. Comentar los diferentes materiales empleados para la construcción de resortes.
6. Comprender los pasos involucrados en el proceso de diseño de resortes helicoidales sujetos a cargas estáticas.
7. Comentar peculiaridades de otros tipos de resortes: resortes helicoidales de extensión, de torsión, resortes Belleville, resortes de fuerza constante.



Mechanical Leg Prosthesis



PPT elaborado por Arturo Arosemena



II. Resortes Mecánicos

1. Definición de resortes y su aplicaciones

¿Qué es un resorte?

Es un elemento mecánico flexible que une dos componentes y que almacena energía potencial.

¿Para qué se utilizan los resortes?

- Absorber o controlar energía producto de choques y vibraciones.
- Control de movimiento.
- Medición y control de fuerzas y/o torques.

¿Qué es un resorte helicoidal?

Son los resortes más comunes, y típicamente el alambre que los compone presenta sección transversal circular; y su embobinado suele ser cilíndrico.



II. Resortes Mecánicos

2. Análisis de esfuerzo en resortes helicoidales sujetos a compresión

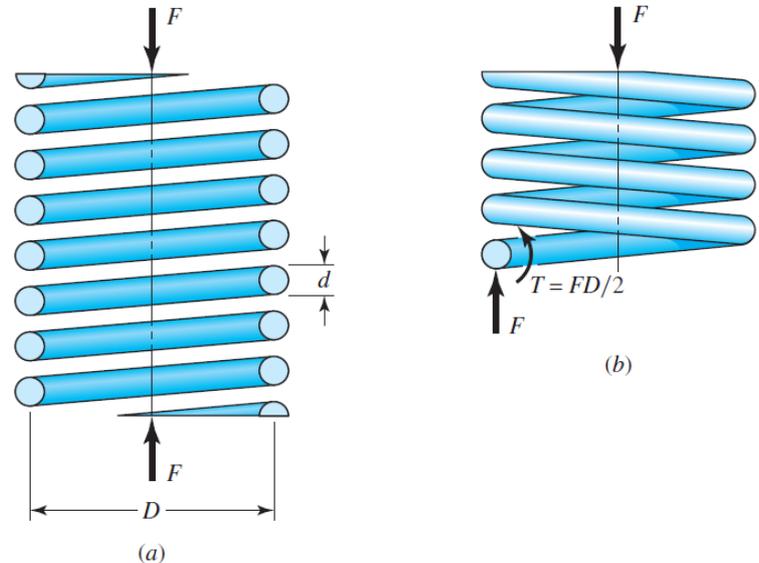
Un resorte helicoidal de sección transversal circular bajo una fuerza de compresión es mostrado a continuación. Del equilibrio estático se tiene que:

$$V = F$$
$$T = \frac{FD}{2}$$

Donde: V es la fuerza cortante sobre la sección transversal del alambre, F la fuerza de compresión aplicada sobre el resorte, T el torque sobre el alambre, D el diámetro medio del embobinado, y d el diámetro medio del resorte.

El esfuerzo cortante máximo τ_{max} en el alambre podría estimarse como la superposición del esfuerzo cortante producto de la fuerza cortante $\tau_{cortante\ directo}$ y el esfuerzo cortante producto del torque τ_{torque} :

$$\tau_{max} = \tau_{cortante\ directo} + \tau_{torque}$$



II. Resortes Mecánicos

2. Análisis de esfuerzo en resortes helicoidales sujetos a compresión

Como recordará:

$$\tau_{cortante\ directo} = \frac{F}{A}$$

$$\tau_{torque} = \frac{Tr}{J}$$

Donde: $A = \pi d^2/4$, es el área de sección transversal del alambre; $r = d/2$, es el radio del alambre; $J = \pi d^4/32$, es el momento polar de inercia de la sección transversal sobre su centro.

*Calculo típico de torque para un elemento sometido puramente a torsión (ver sección 3.12 de su libro de texto):

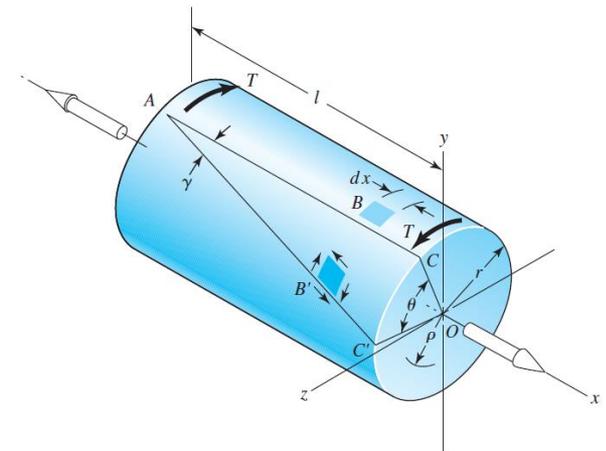
$$T = \int_A (\text{Esfuerzo cortante} \times \text{elemento diferencial de area}) \times \text{brazo}$$

$$T = \int_A (\tau dA) \rho = \int_A \left[\left(\frac{\rho}{r} \right) \tau_{max} dA \right] \rho$$

$$T = \frac{\tau_{max}}{r} \int_A \rho^2 dA = \frac{\tau_{max} J}{r}$$

$$J = \int_A \rho^2 dA = \int_A \rho^3 d\rho d\theta$$

Donde: ρ es la coordenada en la dirección radial del elemento sometido a torsión, y θ la posición angular.



II. Resortes Mecánicos

2. Análisis de esfuerzo en resortes helicoidales sujetos a compresión

$$\tau_{max} = \tau_{cortante\ directo} + \tau_{torque}$$

$$\tau_{max} = \frac{F}{A} + \frac{Tr}{J}$$

$$\tau_{max} = \frac{4F}{\pi d^2} + \frac{8FD}{\pi d^3}$$

Definiendo el índice del resorte $C = D/d$ (C suele ser mayor a 4 pero menor a 12):

$$\tau_{max} = \frac{8FD}{\pi d^3} \left(\frac{1}{2C} + 1 \right) = K_s \frac{8FD}{\pi d^3}$$

Donde K_s es el factor de corrección por esfuerzo

$$K_s = \frac{1}{2C} + 1 = \frac{2C + 1}{2C}$$

Ha de comentarse que el uso de alambres de secciones transversales cuadradas o rectangulares, no es recomendado.

3. Efecto de la curvatura

Las expresiones mostradas hasta el momento se basan en la premisa de que el alambre es recto. Sin embargo, al ser curvado para formar el embobinado se tendrá un aumento localizado de esfuerzo en el resorte.

Este aumento es considerado al remplazar K_s por K_W o K_B , K_W es el factor de Wahl, y K_B el factor de Bergsträsser.

$$K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C}$$

$$K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}$$

La diferencia entre las dos expresiones anteriores es del orden de 1%.

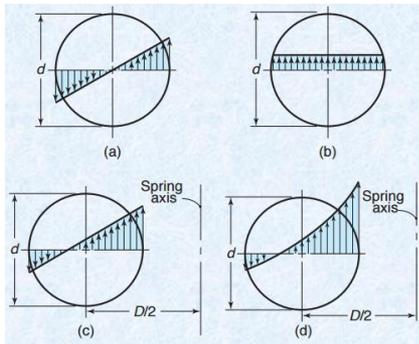
El efecto de curvatura puede ignorarse para carga estática, pero no puede ser ignorado cuando se tienen cargas dinámicas.

II. Resortes Mecánicos

3. Efecto de la curvatura

Entonces en términos generales el esfuerzo máximo sobre el resorte puede ser expresado como:

$$\tau_{max} = K_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$



4. Deflexión de resortes helicoidales sujetos a compresión

Teorema de Castigliano

“Cuando fuerzas actúan sobre un sistema elástico sujeto a pequeños desplazamientos, el desplazamiento correspondiente a cualquier fuerza, en la dirección de la fuerza es igual a la derivada parcial de la energía de deformación total (energía potencial) con respecto a esa fuerza”.

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i}$$

Donde: U es la energía de deformación, δ_i es el desplazamiento donde se aplica la fuerza F_i en la dirección de F_i .

Para desplazamiento rotacional se puede escribir:

$$\theta_i = \frac{\partial U}{\partial M_i}$$

Donde: θ_i es el desplazamiento rotacional o angular, producto del momento M_i en dirección de M_i .

II. Resortes Mecánicos

4. Deflexión de resortes helicoidales sujetos a compresión

Energía de deformación

El trabajo externo hecho sobre un elemento elástico en defórmalo es transformado en energía de deformación o potencial. En caso tal de que se trate de un elemento elástico deformado una distancia y , que se comporta linealmente, la energía de deformación es igual a producto de la fuerza promedio por la deflexión.

$$U = \frac{F}{2}y$$

$$F = ky$$

$$U = \frac{F^2}{2k}$$

En esta ecuación en términos generales F puede ser remplazada por torque o momento.

Algunos casos típicos de energía de deformación incluyen los siguientes:

-Elementos sometidos a tensión o a compresión.

$$U = \frac{F^2 l}{2AE}$$

Donde: F es la fuerza de tensión o compresión, l es la longitud del elemento, A el area de sección transversal a la carga en tensión o compresión, y E el módulo de Young.

-Elementos sometidos a torsión.

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ}$$

Donde: T es el torque aplicado, l la longitud del elemento, G el modulo de rigidez al cortante, y J el momento polar de inercia de la sección transversal.

II. Resortes Mecánicos

4. Deflexión de resortes helicoidales sujetos a compresión

Energía de deformación

-Elementos sometidos a cortante directo.

$$U = \frac{F^2 l}{2AG}$$

Donde: F es la fuerza cortante, l es la longitud del elemento, A el área de sección transversal a la carga en tensión o compresión, y G el módulo de rigidez al cortante.

Deflexión de resortes helicoidales

La energía de deformación total del resorte estaría dada por la suma de su energía de deformación producto de la fuerza cortante, y su energía de deformación producto del torque aplicado:

$$U = \frac{F^2 l}{2AG} + \frac{T^2 l}{2GJ}$$

Remplazando: $T = FD/2$, $l = \pi DN$, $A = \pi d^2/4$, $J = \pi d^4/32$

$$U = \frac{2F^2 DN}{d^2 G} + \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G}$$

Donde $N = N_a$ es el número de espiras activas (espiras libres de deformarse bajo carga).
Empleando el teorema de Castigliano:

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{4FDN}{d^2 G} + \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

$$\delta = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2} \right) \cong \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \leftrightarrow 2C^2 \gg 1$$

Donde δ es la deflexión total.

II. Resortes Mecánicos

4. Deflexión de resortes helicoidales sujetos a compresión

Deflexión de resortes helicoidales

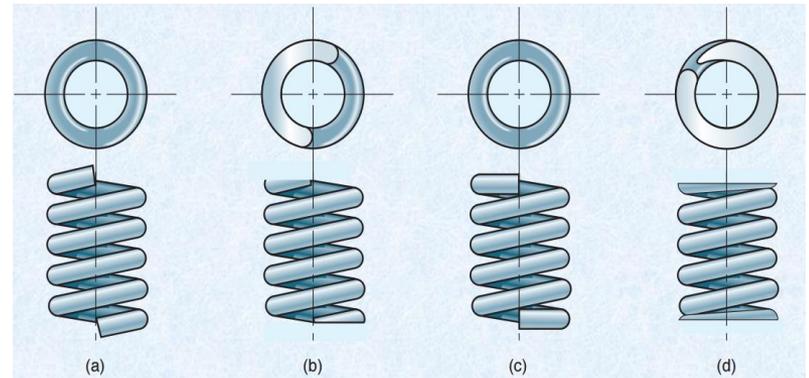
Definiendo la constante de rigidez de un resorte helicoidal lineal sometido a una fuerza en tensión o en compresión F como $k = F/\delta$, se tendrá:

$$k \cong \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

5. Formas de finalizar los resortes de compresión

Las cuatro formas de finalizar resortes helicoidales de compresión son mostradas a continuación.

- (a) Extremos sencillos o abiertos.
- (b) Extremos sencillos y rectificados (esmerilado).
- (c) Extremos escuadrados o cerrados.
- (d) Extremos escuadrados y rectificados (esmerilado).



La tabla siguiente muestra como el tipo de finalización afecta el número de espiras y la longitud del resorte.

Term	Type of Spring Ends			
	Plain	Plain and Ground	Squared or Closed	Squared and Ground
End coils, N_e	0	1	2	2
Total coils, N_t	N_a	$N_a + 1$	$N_a + 2$	$N_a + 2$
Free length, L_0	$pN_a + d$	$p(N_a + 1)$	$pN_a + 3d$	$pN_a + 2d$
Solid length, L_s	$d(N_t + 1)$	dN_t	$d(N_t + 1)$	dN_t
Pitch, p	$(L_0 - d)/N_a$	$L_0/(N_a + 1)$	$(L_0 - 3d)/N_a$	$(L_0 - 2d)/N_a$

II. Resortes Mecánicos

5. Formas de finalizar los resortes de compresión

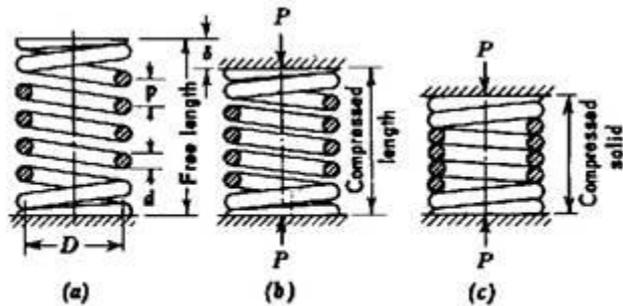
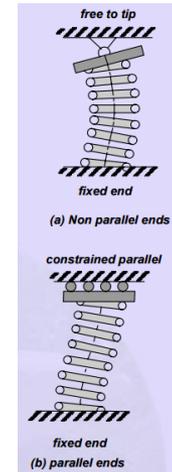


Fig. Helical compression spring.



6. Estabilidad de resortes helicoidales sujetos a compresión

La condición para estabilidad absoluta está dada por:

$$L_0 < \frac{\pi D}{\alpha} \left(\frac{2(E - G)}{2G + E} \right)^{1/2}$$

Aquí α es una constante que depende de la condición en el extremo del resorte (si el resorte está fijo o pivotado en uno o ambos extremos).

End Condition	Constant α
Spring supported between flat parallel surfaces (fixed ends)	0.5
One end supported by flat surface perpendicular to spring axis (fixed); other end pivoted (hinged)	0.707
Both ends pivoted (hinged)	1
One end clamped; other end free	2

*Ends supported by flat surfaces must be squared and ground.

II. Resortes Mecánicos

7. Materiales para resortes

Una gran variedad de materiales están disponibles para el diseñador. Dichos materiales pueden ser comparados al examinar su resistencia en tensión; la cuál varía dependiendo del diámetro del alambre, el material, y el proceso de manufactura.

Una descripción detallada de algunos materiales empleados para fabricar resortes puede ser encontrada en la tabla 10-3 de su libro de texto.

En el caso de los resortes, se conoce que la resistencia a la tensión mínima S_{ut} de sus alambres puede ser estimada por medio de la siguiente expresión:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

Material	ASTM No.	Exponent m	Diameter, in	A_s , kpsi · in ^m	Diameter, mm	A_s , MPa · mm ^m	Relative Cost of Wire
Music wire*	A228	0.145	0.004–0.256	201	0.10–6.5	2211	2.6
OQ&T wire [†]	A229	0.187	0.020–0.500	147	0.5–12.7	1855	1.3
Hard-drawn wire [‡]	A227	0.190	0.028–0.500	140	0.7–12.7	1783	1.0
Chrome-vanadium wire [§]	A232	0.168	0.032–0.437	169	0.8–11.1	2005	3.1
Chrome-silicon wire [§]	A401	0.108	0.063–0.375	202	1.6–9.5	1974	4.0
302 Stainless wire [¶]	A313	0.146	0.013–0.10	169	0.3–2.5	1867	7.6–11
		0.263	0.10–0.20	128	2.5–5	2065	
		0.478	0.20–0.40	90	5–10	2911	
Phosphor-bronze wire**	B159	0	0.004–0.022	145	0.1–0.6	1000	8.0
		0.028	0.022–0.075	121	0.6–2	913	
		0.064	0.075–0.30	110	2–7.5	932	

*Surface is smooth, free of defects, and has a bright, lustrous finish.
[†]Has a slight heat-treating scale which must be removed before plating.
[‡]Surface is smooth and bright with no visible marks.
[§]Aircraft-quality tempered wire, can also be obtained annealed.
[¶]Tempered to Rockwell C49, but may be obtained untempered.
[¶]Type 302 stainless steel.
 **Temper CA510.

II. Resortes Mecánicos

7. Materiales para resortes

Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte

Material	Elastic Limit, Percent of S_u		Diameter d , in	E		G	
	Tension	Torsion		Mpsi	GPa	Mpsi	GPa
Music wire A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0	82.7
			0.033-0.063	29.0	200	11.85	81.7
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75	81.0
			>0.125	28.0	193	11.6	80.0
HD spring A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7	80.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6	80.0
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5	79.3
			>0.125	28.5	196.5	11.4	78.6
Oil tempered A239	85-90	45-50		28.5	196.5	11.2	77.2
Valve spring A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2	77.2
Chrome-vanadium A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
			A232	29.5	203.4	11.2	77.2
Chrome-silicon A401	85-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
Stainless steel							
A313*	65-75	45-55		28	193	10	69.0
17-7PH	75-80	55-60		29.5	208.4	11	75.8
414	65-70	42-55		29	200	11.2	77.2
420	65-75	45-55		29	200	11.2	77.2
431	72-76	50-55		30	206	11.5	79.3
Phosphor-bronze B159	75-80	45-50		15	103.4	6	41.4
Beryllium-copper B197	70	50		17	117.2	6.5	44.8
	75	50-55		19	131	7.3	50.3
Inconel alloy X-750	65-70	40-45		31	213.7	11.2	77.2

*Also includes 302, 304, and 316.

Note: See Table 10-6 for allowable torsional stress design values.

En la columna 3 de la tabla anterior, donde dice torsión; realmente se tienen los esfuerzos cortantes máximos permisibles como porcentaje de S_{ut} .

En el caso de resortes helicoidales sujetos a cargas estáticas, los esfuerzos cortantes máximos que son permisibles se tienen en la siguiente tabla como porcentaje de S_{ut} .

Material	Maximum Percent of Tensile Strength	
	Before Set Removed (includes K_W or K_B)	After Set Removed (includes K_s)
Music wire and cold-drawn carbon steel	45	60-70
Hardened and tempered carbon and low-alloy steel	50	65-75
Austenitic stainless steels	35	55-65
Nonferrous alloys	35	55-65

Allow for set: Cuando un resorte es un poco más largo de lo especificado para compensar la pérdida de longitud cuando esté completamente comprimido.

II. Resortes Mecánicos

7. Materiales para resortes

Propiedades mecánicas de algunos alambres para resorte

Cuando se hace un resorte y luego se comprime la primera vez, sí el esfuerzo en el alambre es lo suficientemente grande en el punto en el que el resorte es comprimido, el resorte quedara deformado permanentemente, y será un poco más corto. Una manera de lidiar con este problema es hacer inicialmente el resorte más largo y después comprimirlo hasta su longitud sólida, de manera tal que una vez que el resorte allá tomado este *set* inicial, tenga la elongación correcta y pueda cumplir con los requerimientos de carga. Este procedimiento se lo conoce como *presetting* o *removing the set*.

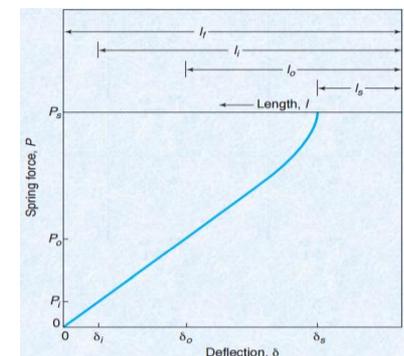
8. Diseño de resortes helicoidales de compresión sujetos a cargas estáticas

El primer paso es decidir que material y que diámetro usar para el alambre del resorte. Estas dos variables hacen el proceso de selección iterativo.

Algunas recomendaciones de diseño a saber son las siguientes:

- $4 \leq C \leq 12$. Índices de resorte muy bajos implican posible agrietamiento superficial del alambre, en tanto que índices muy altos dan como resultado que los alambres del mismo resorte se enreden.
- $3 \leq N_a \leq 15$.
- $\xi \geq 0.15$. ξ es el rebase fraccional al cierre.

Los resortes helicoidales de compresión son prácticamente lineales, con excepción de cuando está cerca de la zona asociada a la longitud sólida.



II. Resortes Mecánicos

8. Diseño de resortes helicoidales de compresión sujetos a cargas estáticas

La situación anterior ha llevado a los diseñadores a limitar operación del resorte en la zona central entre el 75% y la cerradura (87.5%). Por lo tanto la fuerza de operación máxima $F_{max} \leq \frac{7}{8}F_s$. F_s es la fuerza aplicada al cierre. Y considerando la siguiente relación entre F_{max} , F_s , y ξ

$$F_s = (1 + \xi)F_{max} = (1 + \xi)\frac{7}{8}F_s$$

$$\xi \geq \frac{8}{7} - 1$$

$$\xi \geq 0.1429$$

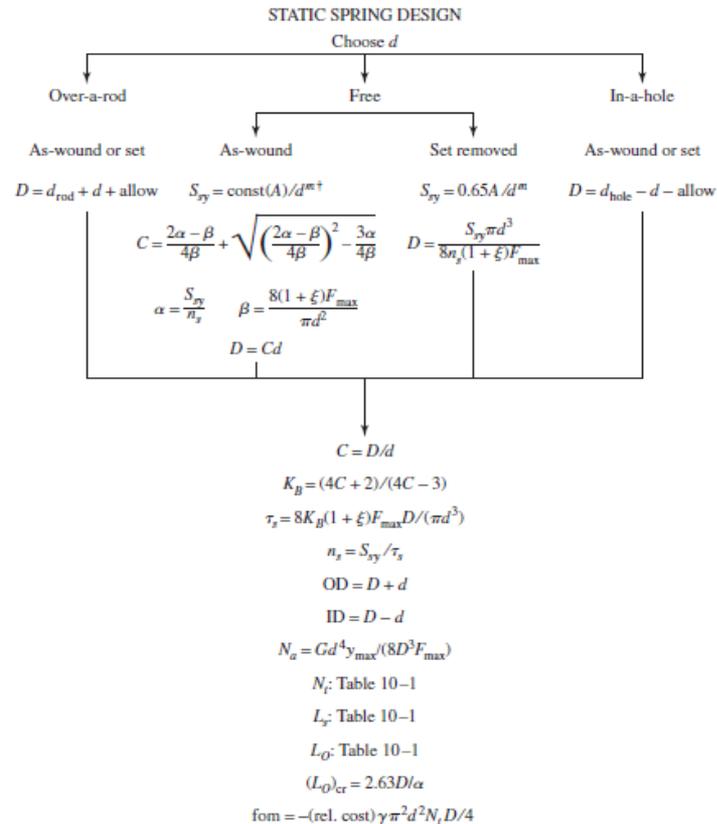
- $n_s \geq 1.2$. $n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_s}$, es decir el factor de seguridad al cierre es la razón entre los esfuerzos cortantes máximos que son permisibles (tabla 10.6) entre el esfuerzo cortante máximo evaluado a F_s .

- De cumplir más de un material y diámetro de alambre con las consideraciones anteriores se elige el que tenga la mayor cifra de merito *fom*.

El siguiente diagrama ilustra de forma bastante concreta el proceso de diseño de resortes helicoidales de compresión bajo cargas estáticas.

II. Resortes Mecánicos

8. Diseño de resortes helicoidales de compresión sujetos a cargas estáticas



Print or display: $d, D, C, \text{OD}, \text{ID}, N_a, N_i, L_s, L_0, (L_0)_{cr}, n_s, \text{fom}$

Build a table, conduct design assessment by inspection

Eliminate infeasible designs by showing active constraints

Choose among satisfactory designs using the figure of merit

\dagger const is found from Table 10-6.

II. Resortes Mecánicos

9. Otros resortes

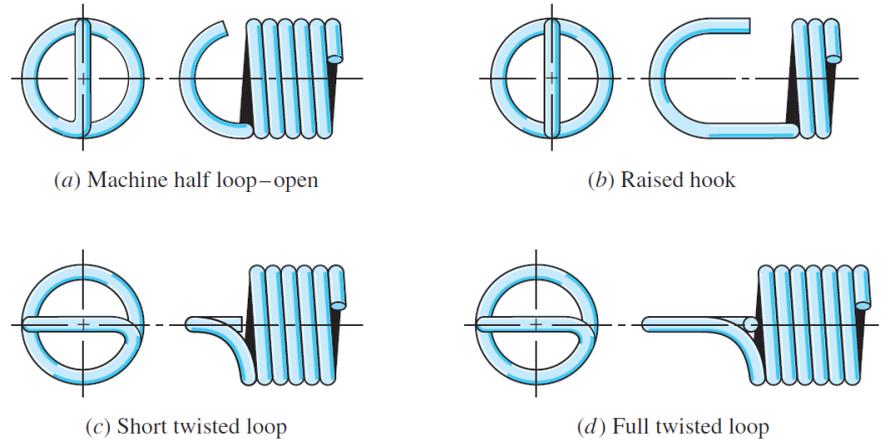
Resortes helicoidales de extensión

Difieren de los de compresión en que requieren de algún medio para transferir la carga de tensión hasta el cuerpo del resorte y en que el cuerpo del resorte esta enrollado con una tensión inicial.

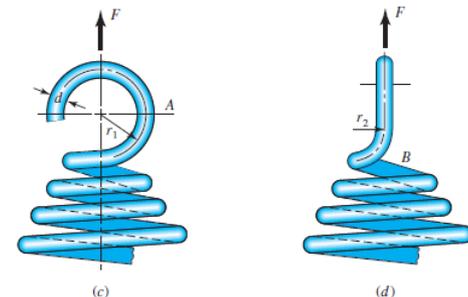
Los esfuerzos en el cuerpo del resorte se manejan igual que los esfuerzos del cuerpo en los resortes de compresión.

Algunas terminaciones típicas de los resortes de extensión:

- (a) Media espira de máquina, abierta.
- (b) Gancho alzado.
- (c) Media espira torcida, corta.
- (d) Media espira torcida, completa.



Al diseñar un resorte con gancho se debe incluir en el análisis los esfuerzos producto de la flexión, y torsión en el gancho.



Note: Radius r_1 is in the plane of the end coil for curved beam bending stress. Radius r_2 is at a right angle to the end coil for torsional shear stress.

II. Resortes Mecánicos

9. Otros resortes

Resortes helicoidales de extensión

Expresiones para calcular estos esfuerzos puede encontrarlas en la sección 10-11 de su libro de texto.

Cuando los resortes de extensión son hechos con espiras de alambre que hacen contacto entre sí, se dice que el resorte presenta un enrollado apretado. Los fabricantes de este tipo de resorte prefieren tener una cierta tensión inicial para mantener la longitud libre con mayor precisión.

En estos resortes la relación carga-deflexión ($F - y$) está dada por:

$$F = F_i + ky$$

Donde: F es la carga, F_i es la precarga, k la constante del resorte, y y la deflexión.

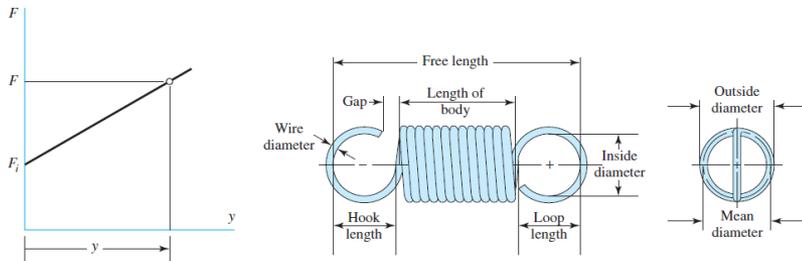
El esfuerzo cortante torsional producto de la tensión inicial del resorte debe encontrarse dentro del rango preferido de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\tau_{i,pref} = \frac{33500}{e^{(0.105C)}} \pm 1000 \left(4 - \frac{C - 3}{6.5} \right) \quad [psi]$$

Con respecto a la longitud libre del resorte:

$$L_0 = 2(D - d) + (N_b + 1)d$$

Donde: D es el diámetro medio de la espira, y N_b el número de espiras del cuerpo.



II. Resortes Mecánicos

9. Otros resortes

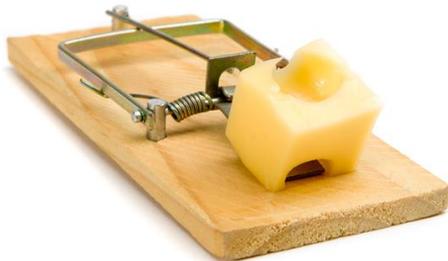
Resortes helicoidales de extensión

El número de espiras activas está dado por:

$$N_a = N_b + \frac{G}{E}$$

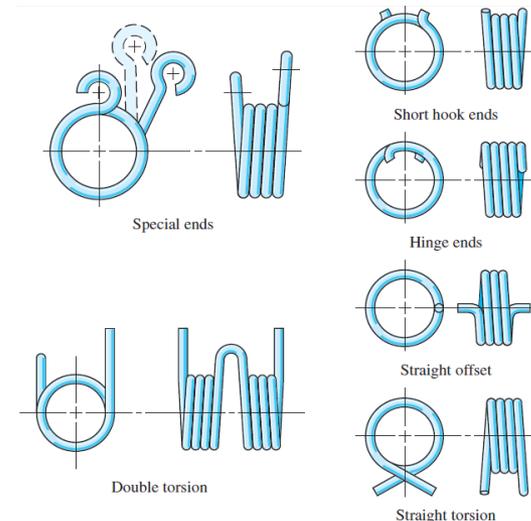
Donde: G es el módulo de elasticidad al cortante, y E el módulo de Young o de elasticidad a la tensión.

Resortes helicoidales de torsión



Estos son los resortes helicoidales que se someten a torsión en los extremos. De forma similar a los de extensión, generalmente presentan enrollado apretado.

Hay resortes de torsión de cuerpo único y de cuerpo doble.



Una diferencia importante con respecto a los resortes de compresión y de extensión, es que en los de torsión el alambre trabaja bajo flexión.

II. Resortes Mecánicos

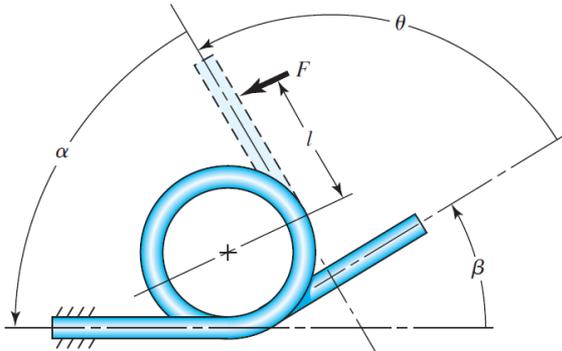
9. Otros resortes

Resortes helicoidales de torsión

En estos resortes el número de vueltas del cuerpo N_b suele ser un número no entero.

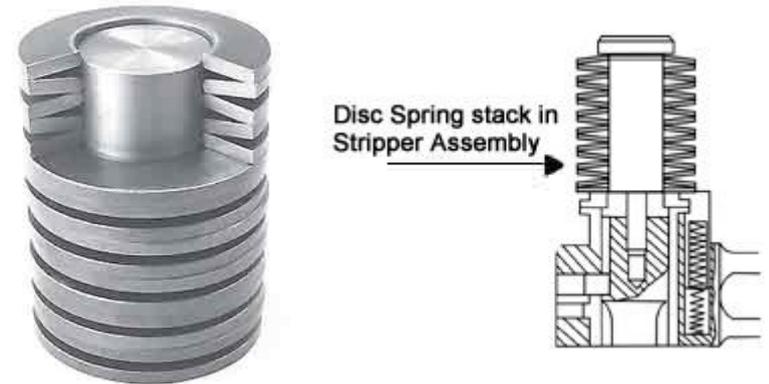
$$N_b = \# \text{ vueltas enteras del cuerpo} + \frac{\beta}{360}$$

Donde: β es el ángulo de posición inicial, y $\frac{\beta}{360}$ el número de vueltas parciales.



Expresiones para el esfuerzo flector, deflexión, constante de rigidez, y resistencia estática, para esta clase de resorte puede encontrarlas en la sección 10-12 de su libro de texto.

Resortes de Belleville o resorte de discos



Resortes de fuerza constante



II. Resortes Mecánicos

9. Otros resortes

Resortes de fuerza constante



II. Resortes Mecánicos

10. Ejemplo.

Un resorte helicoidal de compresión se fabricó con alambre de acero estirado duro con 0.080 pulgadas de diámetro y un diámetro exterior de 0.880 pulgadas. Los extremos son sencillos y esmerilados, y hay un total de 8 espiras.

- ¿Qué fuerza F_s se necesita para comprimir el resorte hasta su longitud sólida? Aquí considere un factor de seguridad al cierre $n_s = 1.2$.
- ¿Cuál es la constante elástica k del resorte?
- El resorte se enrolla hasta una longitud libre, que es la mayor posible. Determine esta longitud libre L_0 .
- ¿Cuál es el paso p del resorte?
- Sí el resorte es usado con una carga estática de operación máxima $F_{max} = 16.5 \text{ lbf}$, realice una evaluación del diseño.

Suposiciones: El resorte es lineal incluso al llegar a su longitud sólida, el resorte está apoyado en sus extremos sobre superficies planas paralelas (extremos fijos).

Ecuaciones básicas:

$$\tau_s = K_B \frac{8F_s D}{\pi d^3}, K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}, C = \frac{D}{d}, n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_s}, S_{ut} = \frac{A}{d^m}, k \cong \frac{d^4 G}{8D^3 N_a},$$

$$F_s = ky_s, L_0 = y_s + L_s, L_{0,cr} = \frac{\pi D}{\alpha} \left(\frac{2(E - G)}{2G + E} \right)^{1/2}$$

II. Resortes Mecánicos

10. Ejemplo.

Un resorte helicoidal de compresión se fabricó con alambre de acero estirado duro con 0.080 pulgadas de diámetro y un diámetro exterior de 0.880 pulgadas. Los extremos son sencillos y esmerilados, y hay un total de 8 espiras.

Desarrollo:

a) De la tabla 10-4 y de la tabla 10-6:

Material	ASTM No.	Exponent m	Diameter, in	A , kpsi · in ^m
Music wire*	A228	0.145	0.004–0.256	201
OQ&T wire†	A229	0.187	0.020–0.500	147
Hard-drawn wire‡	A227	0.190	0.028–0.500	140

Material	Maximum Percent of Tensile Strength	
	Before Set Removed (includes K_W or K_B)	After Set Removed (includes K_s)
Music wire and cold-drawn carbon steel	45	60–70

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{140 \text{ kpsi} \cdot \text{in}^{0.190}}{(0.08 \text{ in})^{0.190}} \cong 226.225 \text{ kpsi}$$

$$S_{sy} = 0.45S_{ut} \cong 101.801 \text{ kpsi}$$

$$\tau_s = \frac{S_{sy}}{n_s} \cong \frac{101.801 \text{ kpsi}}{1.2} \cong 84.834 \text{ kpsi}$$

$$OD = D + d \rightarrow D = (0.880 - 0.08) \text{ in} = 0.8 \text{ in}$$

$$C = \frac{D}{d} = \frac{0.8 \text{ in}}{0.08 \text{ in}} = 10$$

$$K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3} \cong 1.135$$

$$\tau_s = K_B \frac{8F_s D}{\pi d^3} \rightarrow F_s = \frac{\tau_s \pi d^3}{8K_B D}$$

$$F_s = \frac{(84.834 \text{ kpsi})\pi(0.08 \text{ in})^3}{8(1.135)(0.8 \text{ in})} \cong 18.785 \text{ lbf}$$

II. Resortes Mecánicos

10. Ejemplo.

Un resorte helicoidal de compresión se fabricó con alambre de acero estirado duro con 0.080 pulgadas de diámetro y un diámetro exterior de 0.880 pulgadas. Los extremos son sencillos y esmerilados, y hay un total de 8 espiras.

Desarrollo:

b) De la tabla 10-1 y de la 10-5:

Term	Type of Spring Ends			
	Plain	Plain and Ground	Squared or Closed	Squared and Ground
End coils, N_e	0	1	2	2
Total coils, N_t	N_a	$N_a + 1$	$N_a + 2$	$N_a + 2$
Free length, L_0	$pN_a + d$	$p(N_a + 1)$	$pN_a + 3d$	$pN_a + 2d$
Solid length, L_s	$d(N_t + 1)$	dN_t	$d(N_t + 1)$	dN_t
Pitch, p	$(L_0 - d)/N_a$	$L_0/(N_a + 1)$	$(L_0 - 3d)/N_a$	$(L_0 - 2d)/N_a$

Material	Elastic Limit, Percent of S_{ut}		Diameter d , in	E Mpsi	GPa	G Mpsi
	Tension	Torsion				
Music wire A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0
			0.033-0.063	29.0	200	11.85
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75
			>0.125	28.0	193	11.6
HD spring A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5
			>0.125	28.5	196.5	11.4

$$N_a = N_t - 1 = 7$$

$$k \cong \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} \cong \frac{(0.08 \text{ in})^4 (11.5 \text{ Mpsi})}{8(0.8 \text{ in})^3 (7)}$$

$$k \cong 16.429 \text{ lb f/in}$$

c) De la tabla 10-1:

$$L_s = dN_t = 8(0.08 \text{ in}) = 0.64 \text{ in}$$

$$F_s = ky_s \rightarrow y_s \cong \frac{18.785 \text{ lb f}}{16.429 \text{ lb f/in}} \cong 1.143 \text{ in}$$

$$L_0 = y_s + L_s \cong (0.64 + 1.143) \text{ in}$$

$$L_0 \cong 1.783 \text{ in}$$

d) De la tabla 10-1:

$$p = \frac{L_0}{(N_a + 1)} \cong \frac{1.783 \text{ in}}{8} \rightarrow p \cong 0.223 \text{ in}$$

II. Resortes Mecánicos

10. Ejemplo.

Un resorte helicoidal de compresión se fabricó con alambre de acero estirado duro con 0.080 pulgadas de diámetro y un diámetro exterior de 0.880 pulgadas. Los extremos son sencillos y esmerilados, y hay un total de 8 espiras.

Desarrollo:

e) Para efectuar una evaluación del diseño han de tomarse en cuenta los siguientes criterios:

- ✓ $4 \leq C \leq 12$.
- ✓ $3 \leq N_a \leq 15$.
- ✓ $\xi \geq 0.15$.
- ✓ $n_s \geq 1.2$.
- ✓ $L_0 < L_{0,cr}$.

$$4 \leq 10 \leq 12 \quad (\text{Ok})$$

$$3 \leq 7 \leq 15 \quad (\text{Ok})$$

$$F_s = (1 + \xi)F_{max} \rightarrow \xi = \frac{F_s}{F_{max}} - 1$$

$$\xi = \frac{18.785 \text{ lbf}}{16.5 \text{ lbf}} - 1 \cong 0.14$$

$$0.14 < 0.15$$

Aquí no se cumple que $\xi \geq 0.15$, sin embargo debido a que el valor para el rebase fraccional al cierre es cercano a 0.15 el diseñador podría considerar aceptable este diseño.

$$n_s = 1.2 \quad (\text{Ok})$$

De la tabla 10-2 y de la tabla 10-5

End Condition	Constant α
Spring supported between flat parallel surfaces (fixed ends)	0.5
One end supported by flat surface perpendicular to spring axis (fixed); other end pivoted (hinged)	0.707
Both ends pivoted (hinged)	1
One end clamped; other end free	2

*Ends supported by flat surfaces must be squared and ground.

$$L_{0,cr} = \frac{\pi D}{\alpha} \left(\frac{2(E - G)}{2G + E} \right)^{1/2} = \frac{\pi(0.8)}{0.5} \left(\frac{2(28.6 - 11.5)}{2(11.5) + (28.6)} \right)^{1/2}$$

$$L_{0,cr} \cong 4.092 \text{ in} \quad 1.783 \text{ in} < 4.092 \text{ in} \quad (\text{Ok})_{24}$$