Investigación de Operaciones

Tema 1

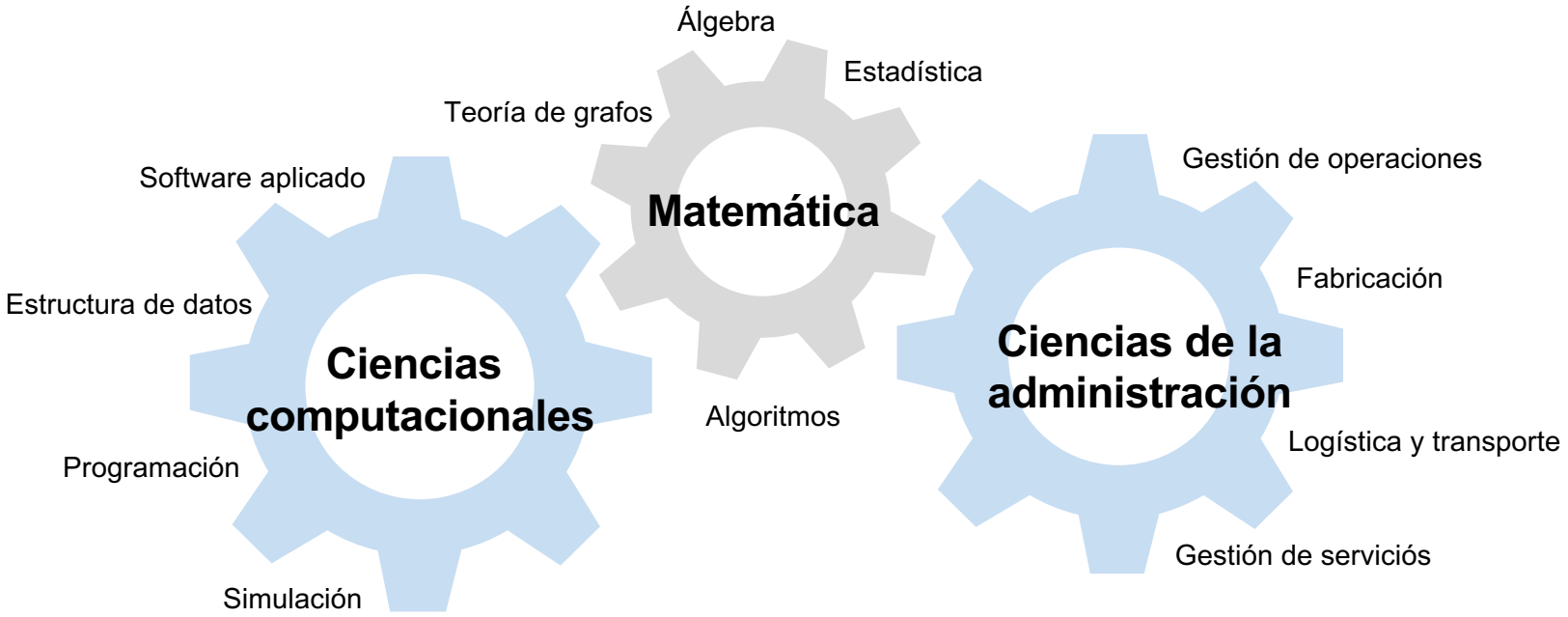
Introducción

Profesor:
Ricardo Caballero, M.Sc.
✉ ricardo.caballero@utp.ac.pa

¿Qué es?

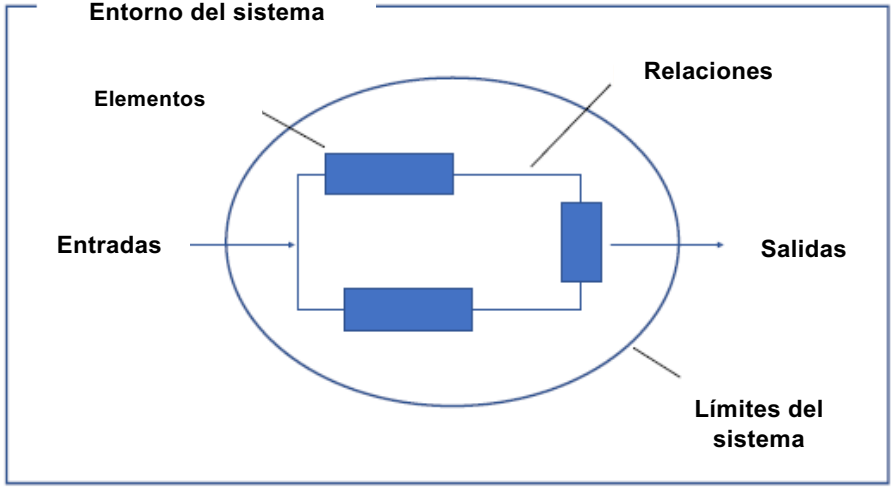
"…es el estudio de cómo formar modelos matemáticos de problemas complejos de ingeniería y gestión y cómo analizarlos para obtener información sobre posibles soluciones" (Rardin, 2017)

"La investigación de operaciones se ocupa de decidir científicamente cómo diseñar y operar mejor los sistemas hombre-máquina, generalmente en condiciones que requieren la asignación de recursos escasos" (The Operations Research Society, 2021)

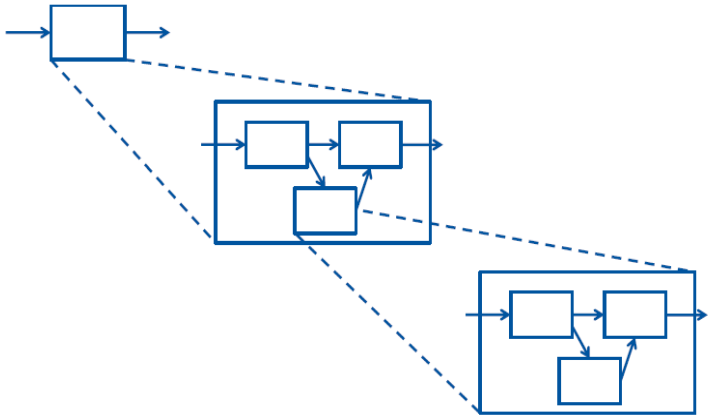


Sistema

- Conjunto de elementos que se interrelacionan para funcionar como un todo.
- Los elementos también pueden considerarse como subsistemas compuestos de otros elementos.
- La parte más pequeña de un sistema es el elemento del sistema.
- Los sistemas están definidos por límites.



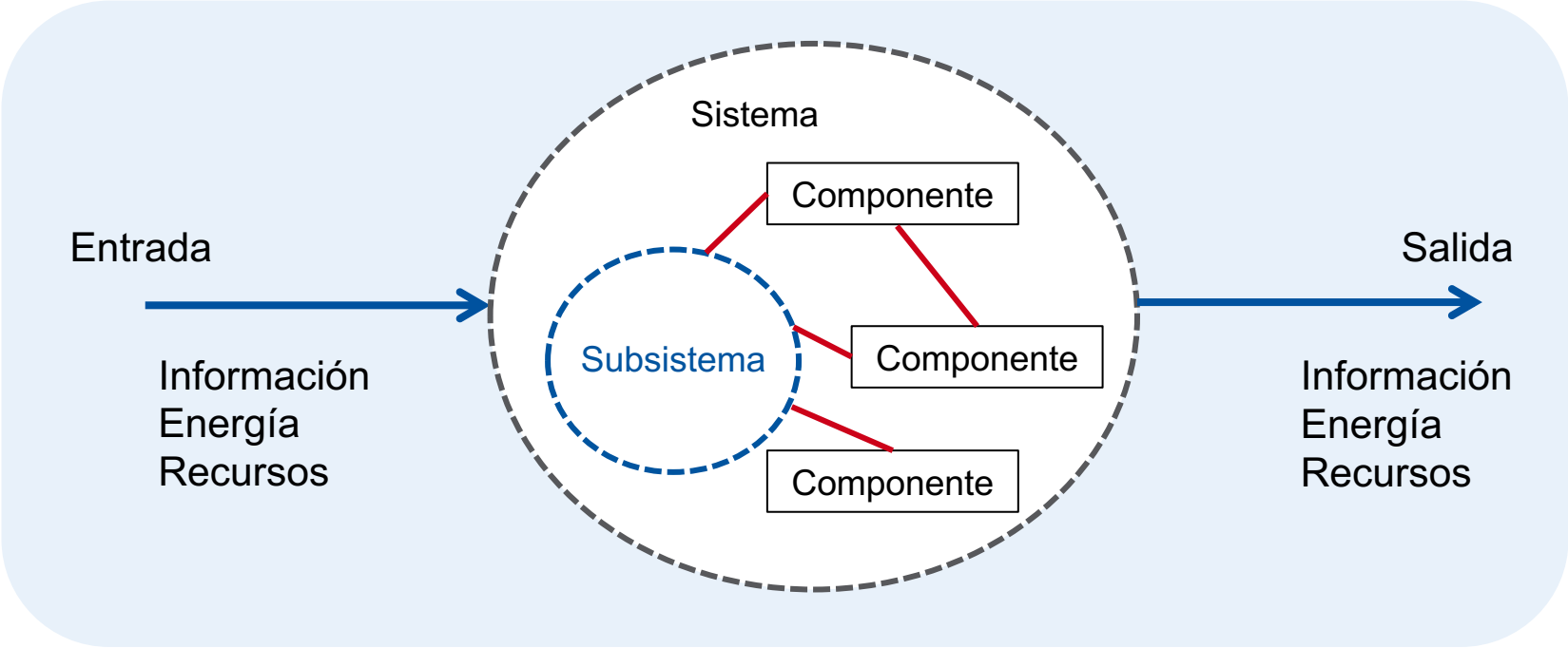
Representación de un sistema



Descomposición de elementos en subsistemas

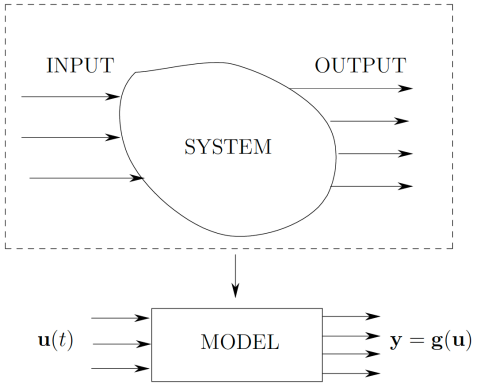
Variables del sistema

- Las variables son condiciones cuyos valores se crean y modifican por medio de ecuaciones matemáticas y relaciones.
- Las variables pueden ser de tipo continuas o discretas.
- Existen variables de entradas que afectan el comportamiento general del sistema.



Modelo

Un modelo válido es aquel que representa de manera aproximada pero representativa las características más importantes del sistema o problema a analizar.



Los modelos se pueden clasificar en tres según su enfoque:

Predictivo

Los modelos predictivos detectan patrones o relaciones en datos históricos y luego proyectan estas relaciones a futuro.

Regresión lineal
Patrones de series de tiempo
Promedios móviles
Promedios móviles ponderados
…

Descriptivo

Este tipo de modelo analiza los datos que llegan en tiempo real y los datos históricos para obtener información sobre el estado actual de un sistema.

Medidas de tendencia central
Medidas de dispersion
….

Prescriptivo

Estos modelos recomiendan una decisión óptima basada en la necesidad de maximizar (o minimizar) algún aspecto del rendimiento.

Programación Lineal
Modelos de Redes
Modelos de Transporte y Asignación
Programación Entera
….

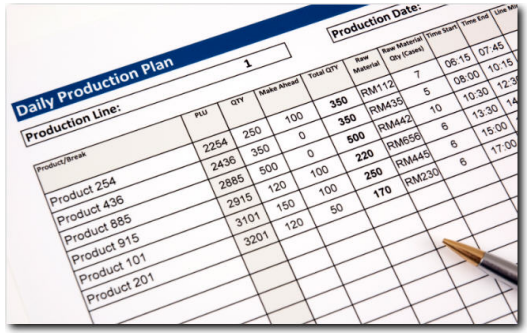
¿Para qué es aplicable la Investigación de Operaciones?

Marketing

Logística

Finanzas

Producción

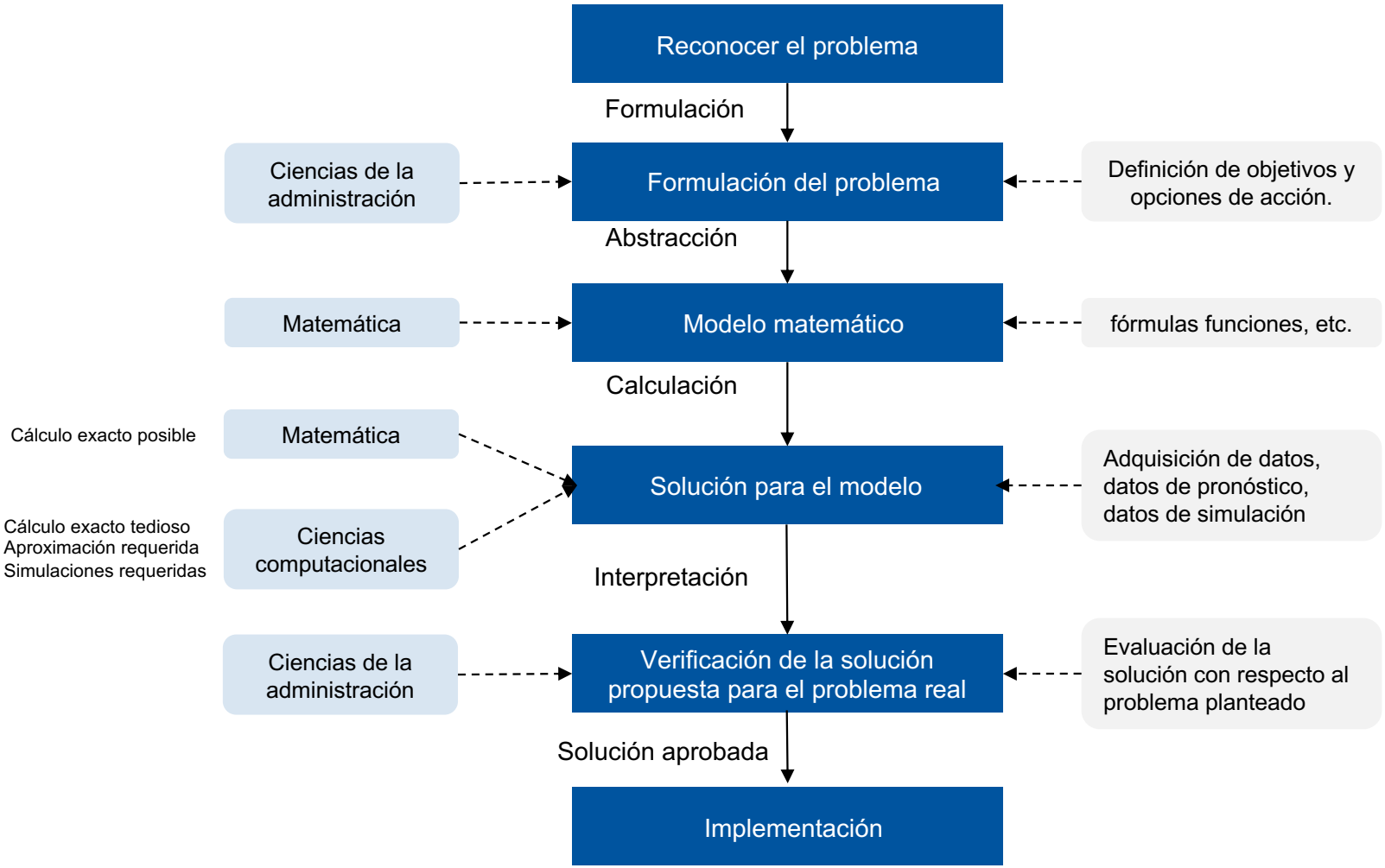


Áreas de la Investigación de Operaciones

Área	Descripción
Programación Lineal	Minimización o maximización de una o más funciones objetivo lineales bajo un sistema de restricciones lineales.
Problemas de Transporte	Transporte desde múltiples orígenes a múltiples destinos para minimizar los costos generales de transporte.
Programación Entera	Lo mismo que la optimización lineal, pero aquí las variables solo pueden aceptar números enteros o binarios.
Redes	Modelos de planificación para el seguimiento y control de procesos o proyectos, distribución de recursos (eléctricos, agua, telecomunicaciones), rutas más cortas, flujo máximo
Teoría de Grafos (Redes)	Métodos y modelos para determinar caminos más cortos o flujos de costo máximo o mínimo en grafos.
Teoría de Decisiones	Análisis de situaciones competitivas (campañas, estrategias publicitarias y de marketing de los competidores). Busca de la decisión bajo condiciones de incertidumbre, riesgo o certeza
Simulación	Investigación de modelos estocásticos complejos. Representación de la realidad mediante modelos de eventos discretos, dinámicos, por agentes

Procedimiento para el modelado matemático para la toma de decisiones

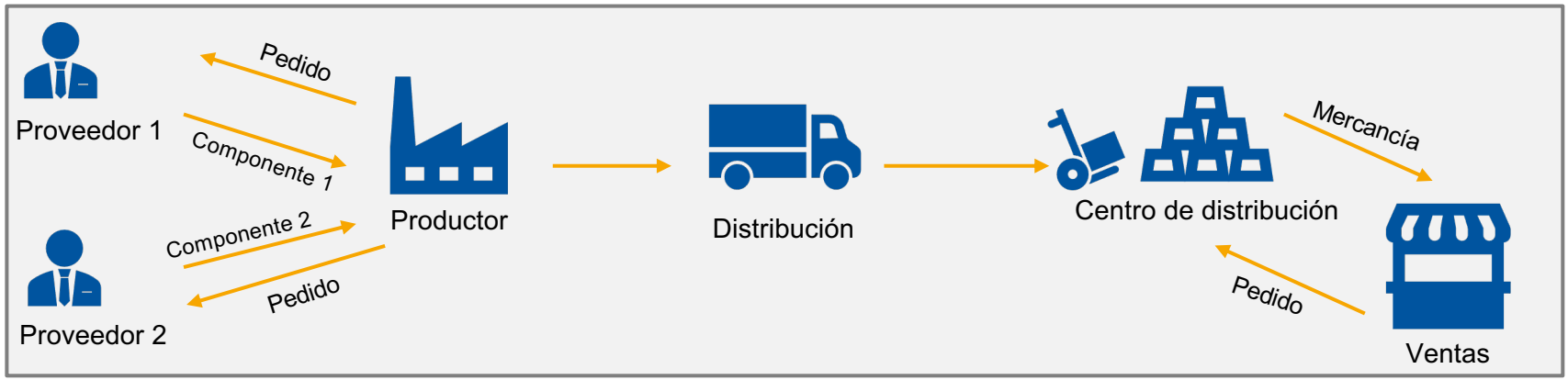
En la práctica ha prevalecido un modelo de proceso que se muestra en el siguiente diagrama



cf. Heinrich

La perspectiva de la cadena de suministro vista como un sistema

- Permite entender qué es una variable, en qué debo basar mi decisión, cuáles son mis limitaciones o restricciones
- Permite entender que se puede controlar y que puede ser complejo.



Dentro del análisis de la cadena de suministro cómo un sistema se pueden encontrar los siguientes desafíos:

- **Métricas**

¿Cómo se medirá este nuevo sistema?

- **Políticas**

¿Quién gana y quién pierde influencia, y cuáles son los efectos?

- **Visibilidad**

¿Dónde se almacenan los datos y quién tiene acceso?

- **Incertidumbre**

Factores como plazos de entrega, demanda de clientes y rendimiento

- **Operaciones globales**

Muchas empresas abastecen y venden en todo el mundo

Los modelos matemáticos utilizan funciones para analizar el comportamiento de un sistema

Por ejemplo:

- Costo total de transporte

Considere una empresa que deba transporter mercancía a supermercados. La empresa calcula el gasto por distancia recorrida a $1.35 por km. También, el costo de mano de obra del conductor es de $200. Se desea calcular el costo total de transporte mediante un modelo matemático

$$costo = f(distancia) = \$200 + 1.35\,\$/km * (distancia)$$

$$f(x) = \$200 + 1.35\,\$/km * x$$

Los modelos matemáticos utilizan funciones para analizar el comportamiento de un sistema

Por ejemplo:

- Costo total de almacenamiento de mercancia en bodega

Considere un centro de distribución que se dedica a almacenar mercancía. El costo de almacenar una caja de un producto cualquiera es de $2.50. Además, el costo por alquiler es de $1000, mano de obra total de $1000 y seguros $500. La empresa desea formular un modelo matemático para calcular el costo total de almacenamiento

$$costo = f(\#\, cajas) = \$2{,}500 + 2.5\ \$/case * (\#\, cajas)$$

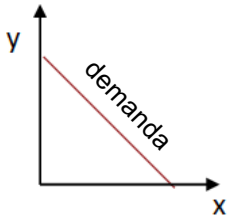
$$g(y) = \$2{,}500 + 2.5\ \$/case * y$$

Ejemplo 1: Función para calcular el precio de un producto

Una empresa manufactura el Artículo XYZ y desea **determinar que precio colocarle al producto**. Se cuenta con la siguiente información, los costos fijos de la empresa representan $ 500,000 y el costo variable es de $ 75

$$\boldsymbol{costos\ totales} = CT(x) = \$500{,}000 + 75x$$

El comportamiento de la demanda viene representada con la siguiente función lineal de la demanda en función del precio



$$\boldsymbol{unidades\ vendidas} = x(p) = 20{,}000 - 80p$$

Por consiguiente, la ecuación de ganancias se formula como

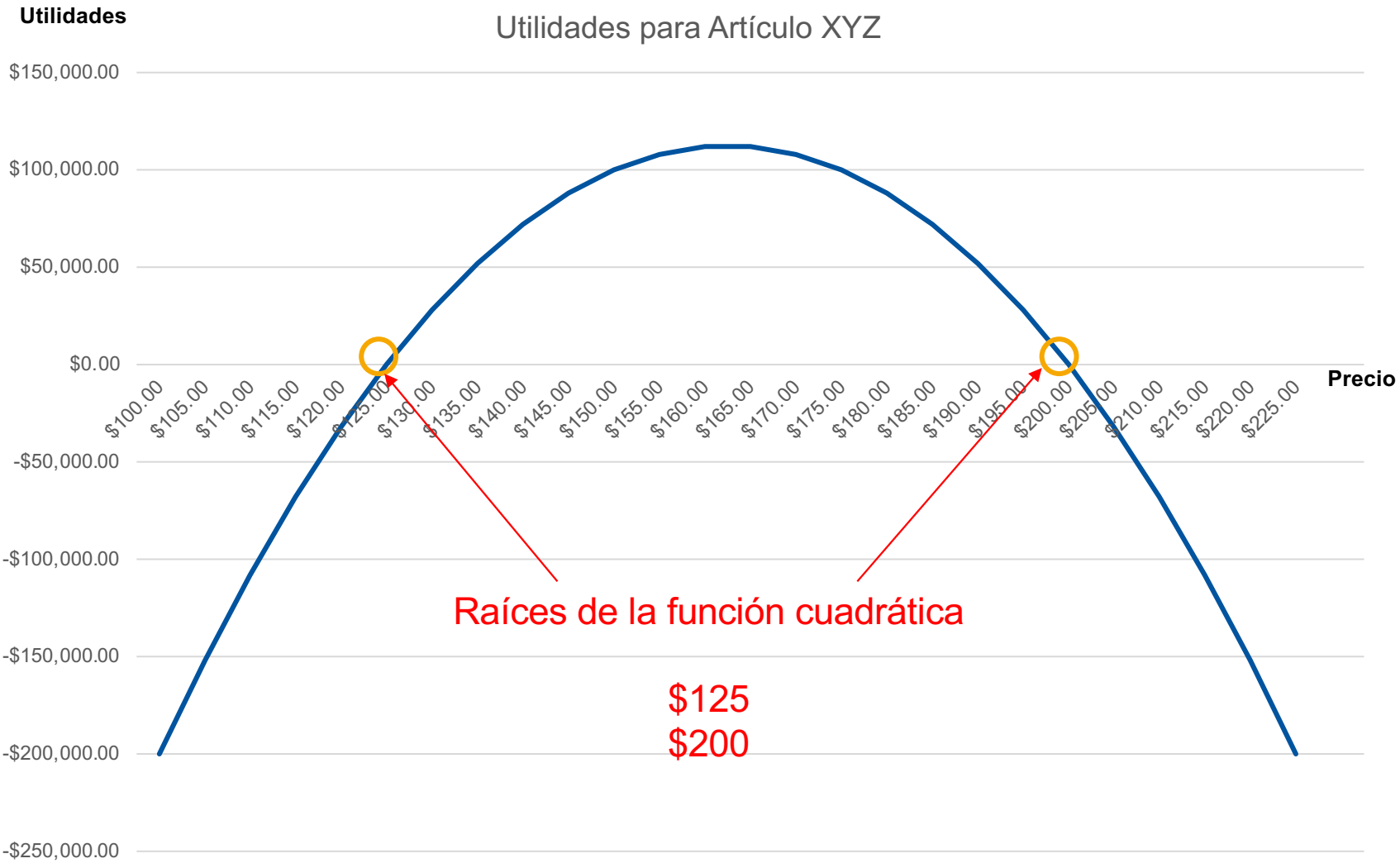
$$\boldsymbol{Ingresos(I) = unidades\ vendidas * precio}$$
$$I = (20{,}000 - 80p)p = 20{,}000p - 80p^2$$

$$\boldsymbol{Costos\ totales(CT) = costo\ fijo + costo\ variable * unidades\ vendidas}$$
$$CT = 500{,}000 + 75(20{,}000 - 80p) = 2{,}000{,}000 - 6{,}000p$$

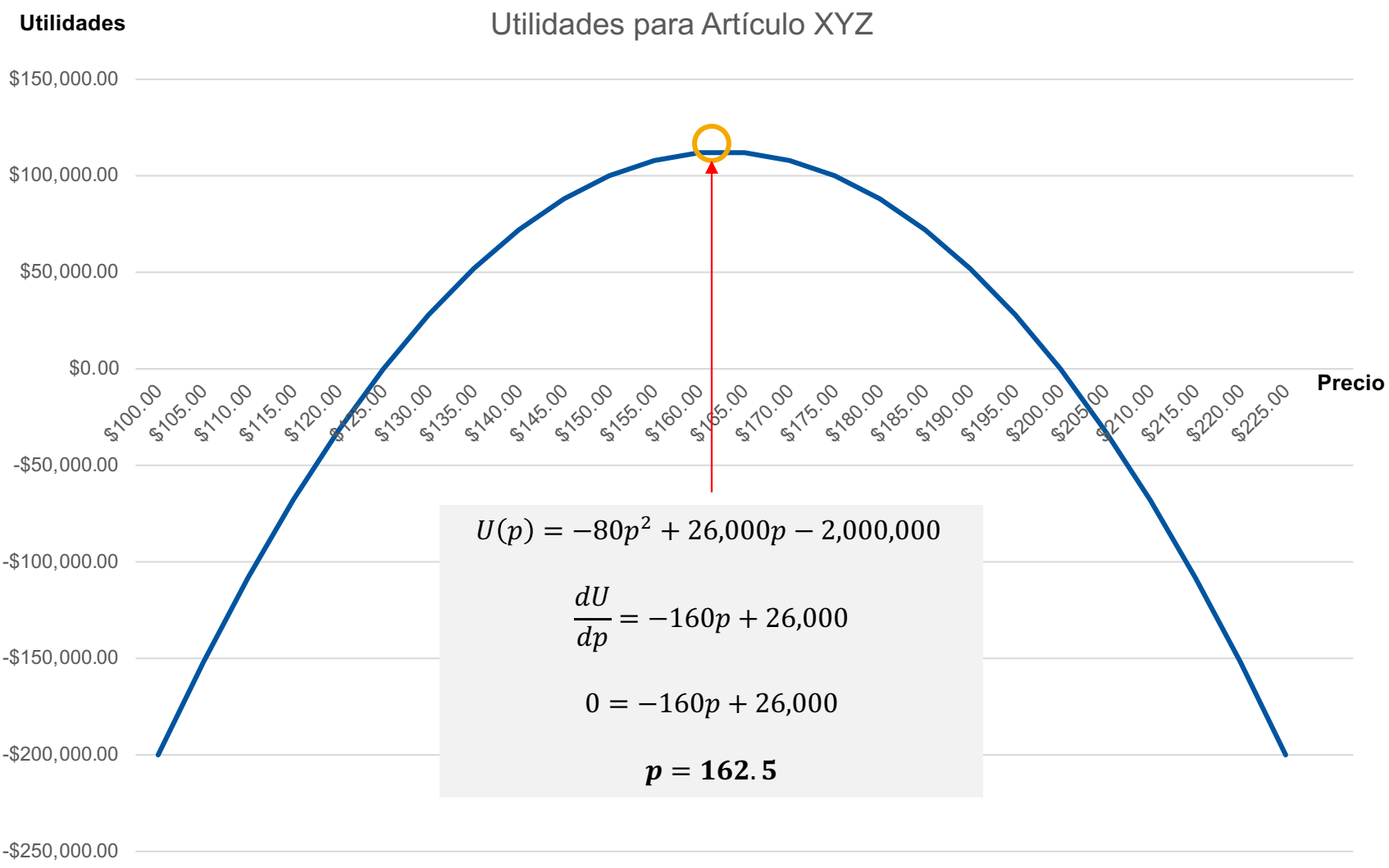
$$\boldsymbol{Utilidades(U) = Ingresos - Costos\ Totales}$$
$$U = 20{,}000p - 80p^2 - (2{,}000{,}000 - 6{,}000p)$$

$$\boldsymbol{U(p) = -80p^2 + 26{,}000p - 2{,}000{,}000}$$

Ejemplo 1: A qué rango de precio debe fijarse el producto a manera de recibir ganancias



Ejemplo 1: ¿A cuánto debe fijarse el precio del artículo para generar mayores utilidades?



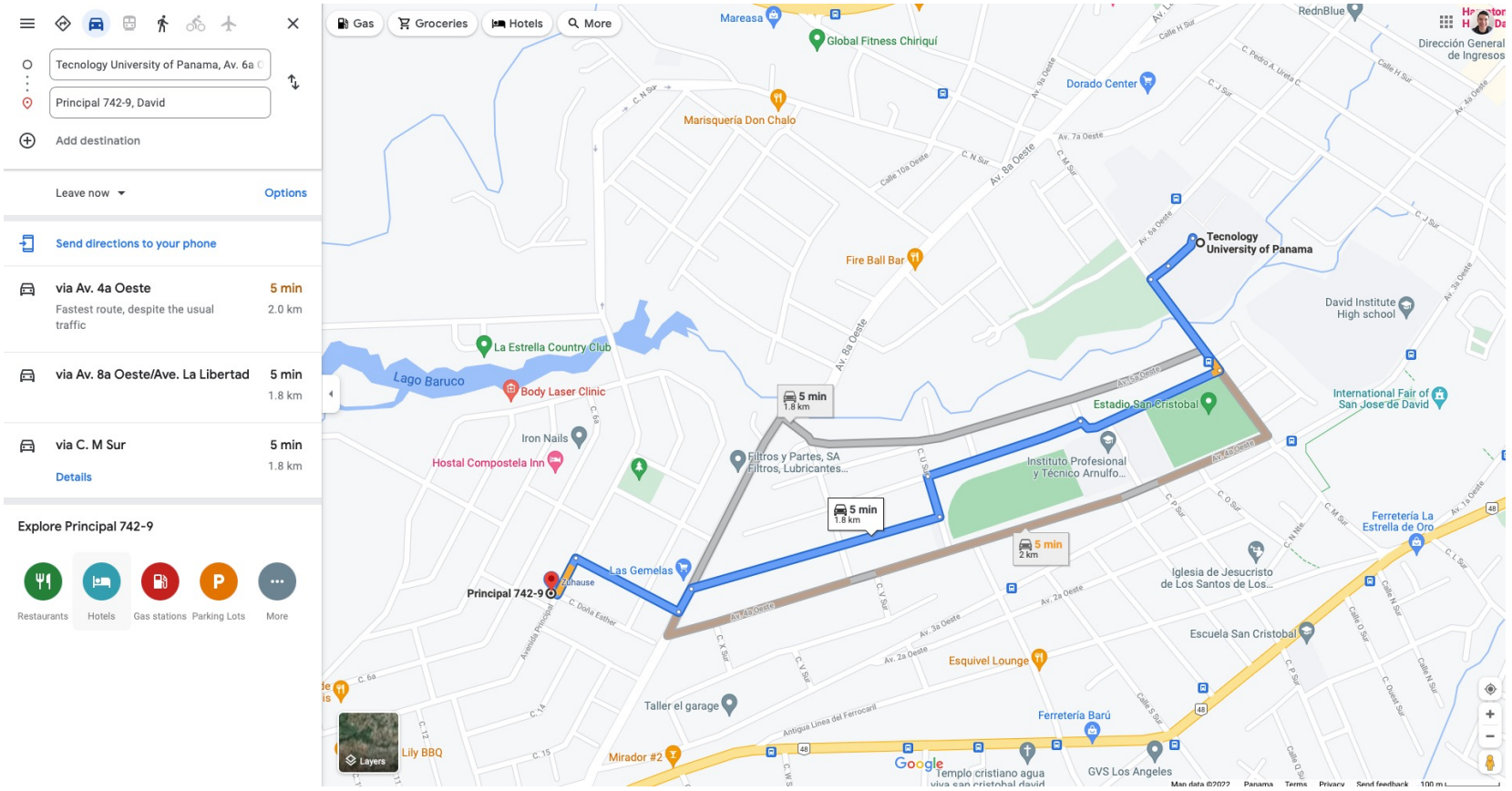
$$U(p) = -80p^2 + 26{,}000p - 2{,}000{,}000$$

$$\frac{dU}{dp} = -160p + 26{,}000$$

$$0 = -160p + 26{,}000$$

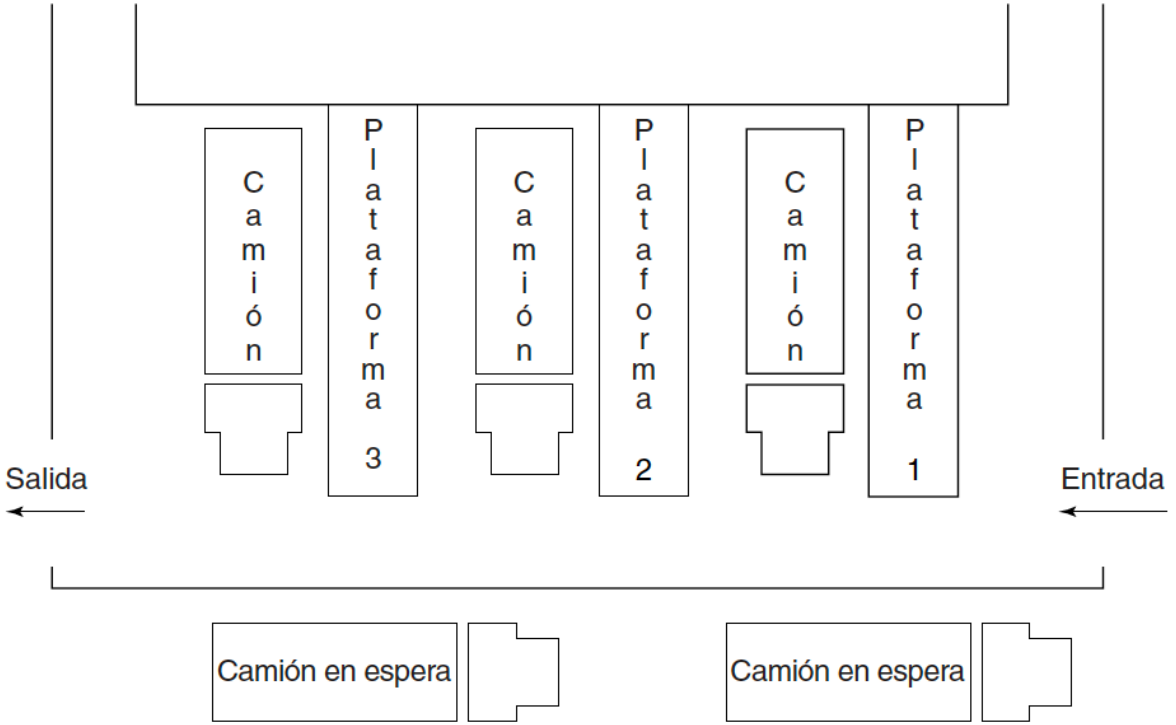
$$\boldsymbol{p = 162.5}$$

Ejemplo 2: Modelado con grafos



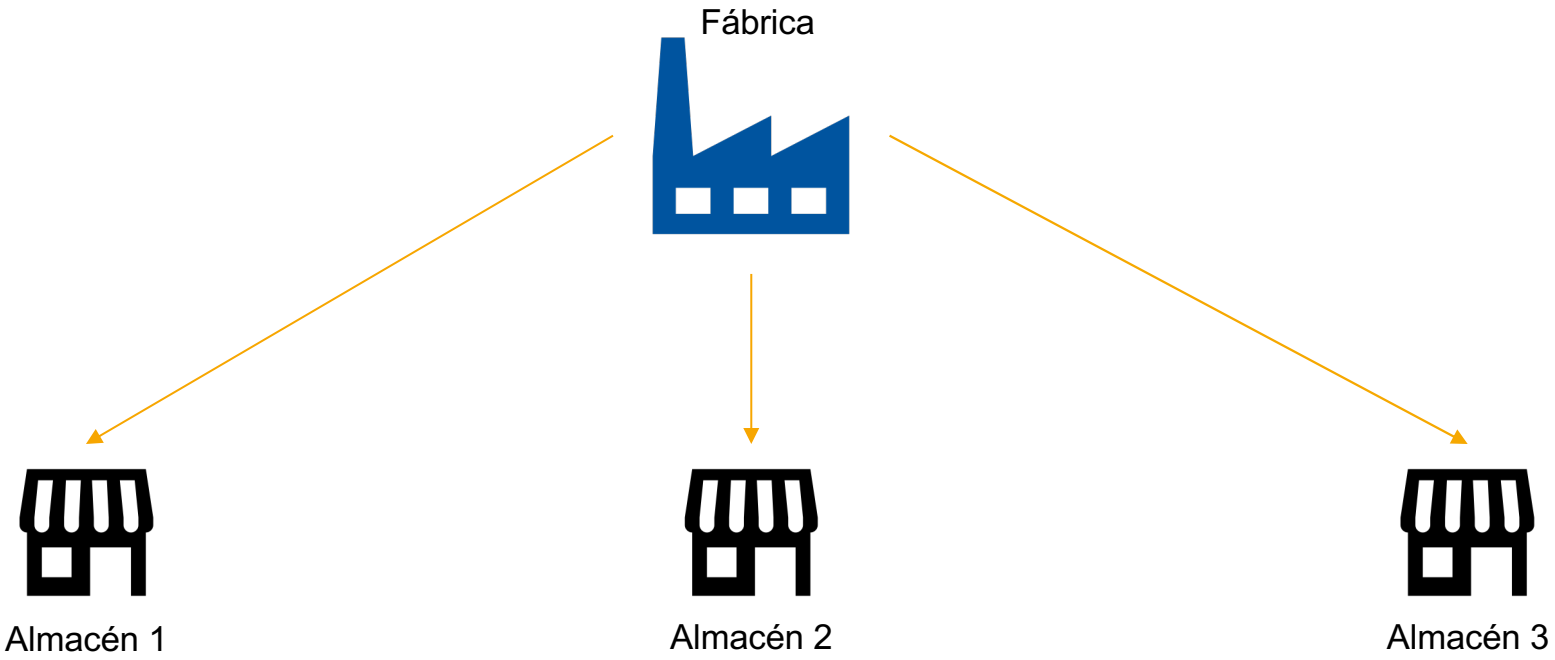
- ¿Qué camino debo tomar?
- ¿Por dónde debo girar?
- ¿Cuánto demora llegar al destino?
- ¿Cuánto sería mi costo de comustible?

Ejemplo 3: Diseño de instalaciones para descarga



- ¿Cuántas plataformas se deben construir?
- ¿Qué tipo y cantidad de equipo para manejo del material se requiere?
- ¿Cuántos trabajadores se requieren y en qué periodos?

Ejemplo 4: Determinación de políticas de control de inventario

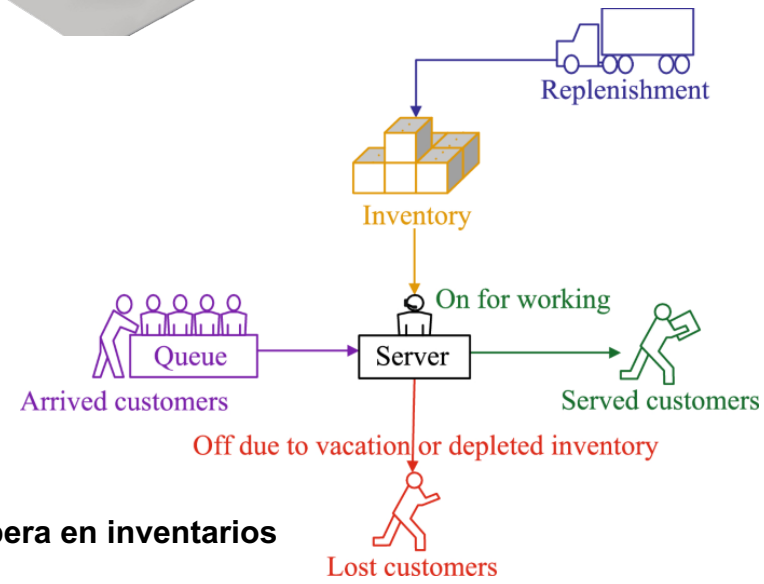


- ¿Cuándo debe un almacén emitir una reorden a la fábrica, y por cuánto?
- ¿Qué existencias debe mantener la fábrica para satisfacer las órdenes de los almacenes?

Ejemplo 5: Filas de espera

Filas de espera en bancos

Filas de espera en supermercados



Filas de espera en inventarios

Ejemplo 6: Procedimiento para el modelado matemático para la toma de decisiones

Se pueden realizar hasta 5 proyectos diferentes como parte de una campaña publicitaria. Los costos del proyecto y el éxito publicitario se dan en la siguiente tabla:

Nr. Proyecto	Costo del Proyecto (en €)	Éxtio publicitario (en personas)
1	17,000	12,000
2	16,000	15,000
3	19,000	10,000
4	8,000	13,000
5	12,000	9,000

El presupuesto publicitario es de 38,000 €. ¿Cómo se distribuirá este presupuesto entre los proyectos individuales para maximizar el éxito publicitario si cada proyecto se puede realizar exactamente una vez?

Ejemplo 6: Paso 1- Reconocer el problema

- La dirección de una empresa ha determinado que es necesario aumentar el número de clientes.
- Se instruye al departamento de marketing para que elabore propuestas para ello.

Ejemplo 6: Paso 2 – Formular el problema

Problema:	La empresa tiene muy pocos clientes activos.
Objetivo:	Incremento en el número de clientes.
Posibles acciones:	Pueden llevarse a cabo varios proyectos, cuyos costes son fijos y cuyo éxito puede medirse mediante una cifra clave. Un cierto presupuesto también está disponible.

Ejemplo 6: Paso 3 – Modelo matemático

Dado lo siguiente:

n $Poyectos\ distintos\ P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$

$k_i, \quad 1 \le i \le n$ $siendo\ los\ costos\ del\ proyecto\ P_i, \quad 1 \le i \le n$

$g_i, \quad 1 \le i \le n$ $siendo\ el\ éxito\ de\ los\ P_i, \quad 1 \le i \le n$

$b, \quad siendo\ el\ presupuesto\ disponible$

Cada proyecto solo puede llevarse a cabo una vez, ya que no se obtendría ningún éxito adicional de una repetición.

$$x_i = \begin{cases} 0, & en\ el\ caso\ de\ que\ P_i\ no\ se\ lleve\ a\ cabo \\ 1, & en\ el\ caso\ que\ P_i\ se\ lleve\ a\ cabo \end{cases}$$

son las variables a determinar

Entonces:

Buscamos $x_i \in \{0, 1\}$, $1 \le i \le n$, tal que

$$k = \sum_{i=1}^{n} x_i\, k_i \le b$$ aplica y al mismo tiempo

$$z = \sum_{i=1}^{n} x_i\, g_i$$ se vuelve máximo

Ejemplo 6: Paso 4 – Solución del modelo

Los datos se leen de la tabla dada.
Entonces:

Buscamos $x_i \in \{0, 1\}$, $1 \leq i \leq 5$, tal que

$$\sum_{i=1}^{5} x_i\, k_i = 17{,}000x_1 + 16{,}000x_2 + 19{,}000x_3 + 8{,}000x_4 + 12{,}000x_5 \leq 38000$$

aplica y al mismo tiempo

$$z = \sum_{i=1}^{5} x_i\, g_i = 12{,}000x_1 + 15{,}000x_2 + 10{,}000x_3 + 13{,}000x_4 + 9{,}000x_5$$

se vuelve máximo

La solución se determina de una manera muy elemental trabajando con las $2^5 = 32$ combinaciones posibles de las diferentes asignaciones de valores de todos los $x_i \in \{0, 1\}$, $1 \leq i \leq 5$.

Ejemplo 6: Paso 4 – Solución del modelo

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Costo total $\sum_{i=1}^{5} x_i \cdot k_i$	Aplica $k \leq 38000$	Ganancias $\sum_{i=1}^{5} x_i \cdot g_i$
0	0	0	0	0	0	x	0
0	0	0	0	1	12000	x	9000
0	0	0	1	0	8000	x	13000
0	0	0	1	1	20000	x	22000
0	0	1	0	0	19000	x	10000
0	0	1	0	1	31000	x	19000
0	0	1	1	0	27000	x	23000
0	0	1	1	1	39000		
0	1	0	0	0	16000	x	15000
0	1	0	0	1	28000	x	24000
0	1	0	1	0	24000	x	28000
0	1	0	1	1	36000	x	37000
0	1	1	0	0	35000	x	25000
0	1	1	0	1	47000		
0	1	1	1	0	43000		
0	1	1	1	1	55000		
1	0	0	0	0	17000	x	12000
1	0	0	0	1	29000	x	21000
1	0	0	1	0	25000	x	25000
1	0	0	1	1	37000	x	34000
1	0	1	0	0	36000	x	22000
1	0	1	0	1	48000		
1	0	1	1	0	44000		
1	0	1	1	1	56000		
1	1	0	0	0	33000	x	27000
1	1	0	0	1	45000		
1	1	0	1	0	41000		
1	1	0	1	1	53000		
1	1	1	0	0	52000		
1	1	1	0	1	64000		
1	1	1	1	0	60000		
1	1	1	1	1	72000		

Los costes totales se calculan para todas las combinaciones posibles.

A continuación, se comprueba cuáles de estas combinaciones no superan el presupuesto.

El posible beneficio (número total de nuevos clientes ganados) se calcula para todas estas combinaciones.

Entonces se busca el máximo entre todas estas ganancias.

La solución se puede encontrar en la tabla:

Si se llevan a cabo los proyectos 2, 4 y 5 se conseguirá el mayor éxito publicitario posible con 37,000 nuevos clientes respetando el presupuesto.

Ejemplo 6: Paso 5 y 6

Paso 5: Verificación de la solución propuesta

Dado que tanto el modelo como los datos de entrada y la ruta de la solución están libres de errores, la solución obtenida se puede adoptar por completo.

Paso 6: Implementación

Se lleva a cabo la implementación práctica de las medidas publicitarias propuestas.

Nota: Los métodos de optimización matemática no se utilizaron deliberadamente para no sobrecargar el ejemplo innecesariamente. Con una cantidad relativamente grande de proyectos y un presupuesto relativamente alto, encontrar una solución probando todas las posibilidades teóricas simplemente fallará debido al tiempo disponible. Los procedimientos de quirófano o la implementación mediante un programa de software pueden ser de gran ayuda.

Libros de referencia

- Render, B. (2016). Métodos cuantitativos para los Negocios. Editorial Pearson.
- Gohout, W. (2013). Operations Research. Oldenbourg Verlag München
- Taha, H. (2011). Investigación de Operaciones. Editorial Pearson.
- Hillier, F. & Lieberman, G. (2015). Investigación de Operaciones. McGraw-Hill
- Winston, W. (2004). Operations Research Applications and Algorithms. Thomson Brooks/Cole
- Anderson, D. & Sweeny, D. (2019). Métodos Cuantitativos para los Negocios. Cengage
- Eppen, D. (2000). Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa. Pearson
- García et al. (2013). Simulación y Análisis de Sistemas con ProModel. Editorial Pearson.
- Srinivasan, G. (2010). Quantitative Models in Operations and Supply Chain Management. PHI Learning Private Limited
- Rardin, R. (2017). Optimization in Operations Research. Pearson
- Carter, M. et al. (2019). Operations Research A Practical Introduction. Taylor & Francis Group
- Aoroto Álvares, C., [et al] (2014) Operations research in business administration and managenent. Valencia: Universitat Politècnica de València
- Ravi Ravindran, A. (2008) Operations Research & Management Science Handbook. Taylor & Francis Group
- Rees, M. (2015). Business Risk and Simulation Modeling in Practice. John Wiley & Sons Ltd
- Sterman, J. (2000). Business Dynamics – Systems Thinking and Modeling for a Complex World. McGraw-Hill
- Winston, W. (2017) Microsoft Excel 2016 – Data Analysis and Busines Modeling. Microsoft press
- Schaffernicht, M. (2006). *Dinámica de Sistemas – Tomo 1: Fundamentos*.
- Alvarez, H. (2011). Introducción a la Simulación. Universidad Tecnológica de Panamá
- Cassandras & Lafortune. (2008). *Introduction to Discrete Event Systems*. Springer
- Bandyopadhyay, S. et al (2014). Discrete and Continuous Simulation: Theory and Practice. Taylor & Francis Group
- García et al. (2013). *Simulación y Análisis de Sistemas con ProModel*. Editorial Pearson.
- Schroeder et al. (2011). *Administración de Operaciones*. McGraw-Hill
- Render, B. & Heizer, J. (2014). *Principios de Administración de Operaciones*. Pearson
- Chase, R. & Jacobs, F. (2014). *Administración de Operaciones, Producción y Cadena de Suministro.* McGraw – Hill
- Rees, M. (2015). *Business Risk and Simulation Modeling in Practice*. John Wiley & Sons Ltd
- Sterman, J. (2000). *Business Dynamics – Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. McGraw-Hill
- Winston, W. (2017) *Microsoft Excel 2016 – Data Analysis and Busines Modeling*. Microsoft press
- Slack, N., et al. (2016) . *Operations Management*. Pearson
- Stevenson, W. (2015*). Operations Management*. McGraw-Hill

Contacto

Ricardo Caballero, M.Sc.
Docente Tiempo Completo
Facultad de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Panamá | Centro Regional de Chiriquí

E-Mail: ricardo.caballero@utp.ac.pa
Social: LinkedIn | ResearchGate
Website: https://www.academia.utp.ac.pa/ricardo-caballero

Project Manager
Grupo de Investigación en Ingeniería Industrial
Website: www.giii.utp.ac.pa