Casos especiales de la P. L.

Programación Lineal Entera

- Un modelo de programación lineal que no acepta soluciones fraccionales.
- En este caso, la formulación es similar a la de un problema general de programación lineal, pero con la restricción de que:
- $x_i \in \{I \geq 0\}$

- Pueden ser de diferentes tipos:
  - Soluciones enteras
  - Soluciones binarias (0, 1)
  - Soluciones mixtas

Solución

- **Relajación:** suponer que el modelo no tiene restricciones de integralidad en la solución en la solución
  - En este caso la solución general contendrá todas las posibles soluciones enteras
  - Es la mejor solución que se pueda obtener y cualquier solución entera no podrá ser mejor que ésta
  - La solución puede ser una aproximación por redondeo
  - Puede que no sea factible y seguramente no será óptima.

Ejemplo

- Se tiene el siguiente problema

Max.: $x = 4x_1 + 11x_2$

Sujeto a:

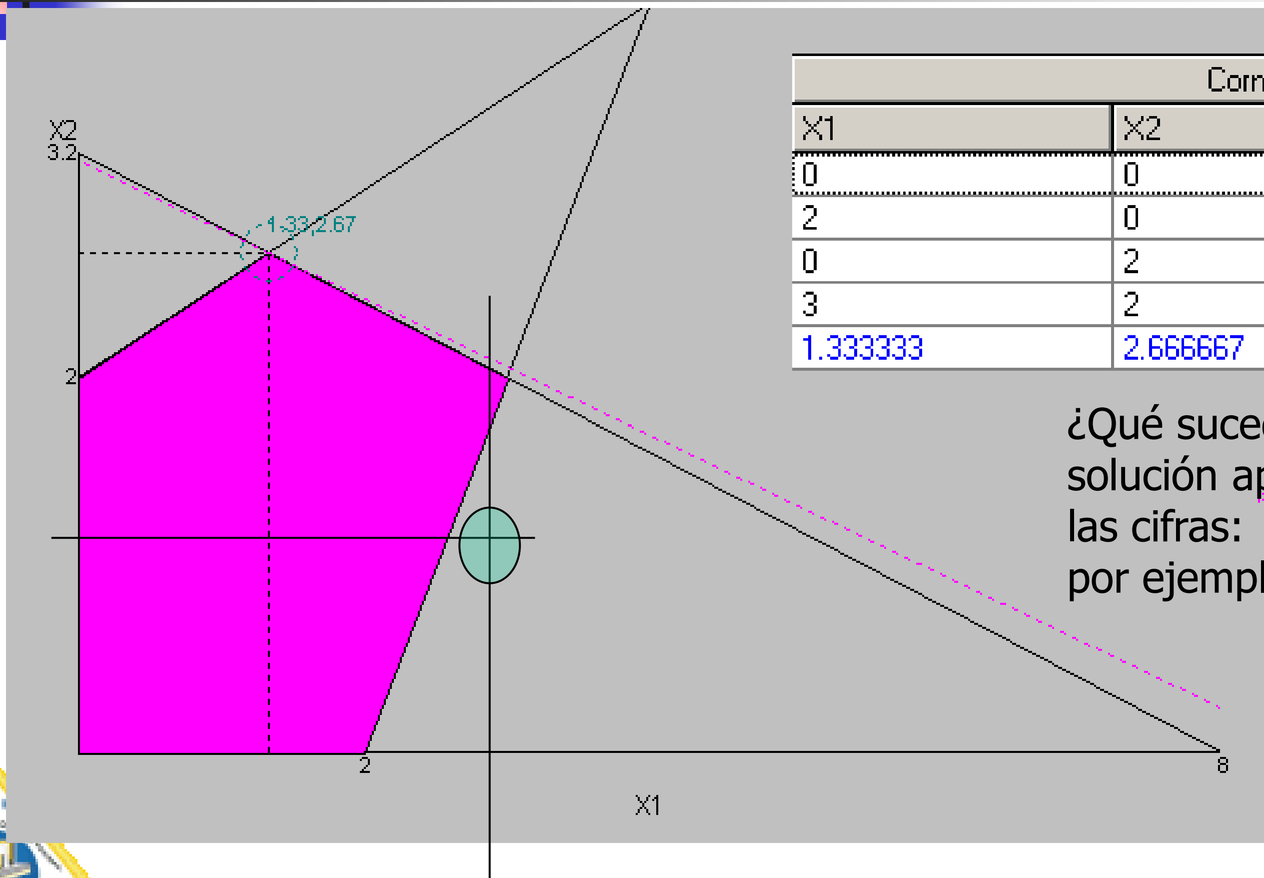
$$2x_1 - x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 16$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$

x_1 y $x_2 \geq 0$ y enteras

Relajamiento de la integralidad



Corner Points		
X1	X2	Z
0	0	0.
2	0	8.
0	2	22.
3	2	34.
1.333333	2.666667	34.67

¿Qué sucede si encontramos una solución aproximada, redondeando las cifras:
por ejemplo X1=1, x2=3?

Rama y Acotamiento

- Introducido originalmente por Land y Doig en 1960
- Consiste en un proceso de búsqueda secuencial
- Enumera implícitamente la mayoría de las posibles soluciones del problema que se está resolviendo
- Divide el conjunto de posible soluciones en subconjuntos
- Para cada subconjunto, tanto los límites de la función objetivo como el criterio de factibilidad se utilizan como criterios para limitar la solución

Algoritmo general

1. Encontrar un límite máximo de la función objetivo, dado por la solución óptima relajada.
2. Definir dos subconjuntos tales que

$$d + 1 \leq x_k \leq d$$

   donde d es una constante definida por el entero menor de la solución para x_k
3. Para cada solución defina una nueva solución óptima.

   Un subconjunto podrá ser eliminado del proceso si:
   - Su solución no es factible
   - Existe una mejor solución
4. El proceso se detiene cuando se encuentra una solución óptima donde las variables de decisión sean enteras.

02-21-2006 13:46:54	Decision Variable	Lower Bound	Upper Bound	Solution Value	Variable Type	Status
1	X1	0	M	1.3333	Integer	No
2	X2	0	M	2.6667	Integer	No
	Current	OBJ(Maximize)	= 34.6667	>= ZL =	-M	Non-integer

$X_1 \geq 2$

02-21-2006 13:47:48	Decision Variable	Lower Bound	Upper Bound	Solution Value	Variable Type	Status
1	X1	2.0000	M	2.0000	Integer	Yes
2	X2	0	M	2.4000	Integer	No
	Current	OBJ(Maximize)	= 34.4000	>= ZL =	-M	Non-integer

$x_1 \leq 1$

02-21-2006 13:50:50	Decision Variable	Lower Bound	Upper Bound	Solution Value	Variable Type	Status
1	X1	0	1.0000	1.0000	Integer	Yes
2	X2	0	M	2.5000	Integer	No
	Current	OBJ(Maximize)	= 31.5000	<= ZL =	34.0000	Not better!!

$X_2 \leq 2$

02-21-2006 13:48:58	Decision Variable	Lower Bound	Upper Bound	Solution Value	Variable Type	Status
1	X1	2.0000	M		Integer	
2	X2	3.0000	M		Integer	
	This	node	is	infeasible	!!!!!!	

$X_2 \geq 3$

02-21-2006 13:49:54	Decision Variable	Lower Bound	Upper Bound	Solution Value	Variable Type	Status
1	X1	2.0000	M	3.0000	Integer	Yes
2	X2	0	2.0000	2.0000	Integer	Yes
	Current	OBJ(Maximize)	= 34.0000	>= ZL =	-M	New incumbent

	13:54:22		Tuesday	February	21	2006
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	3.0000	4.0000	12.0000	0	basic
2	X2	2.0000	11.0000	22.0000	0	basic
	Objective	Function	(Max.) =	34.0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	4.0000	<=	4.0000	0	2.0000
2	C2	16.0000	<=	16.0000	0	0
3	C3	1.0000	<=	4.0000	3.0000	0