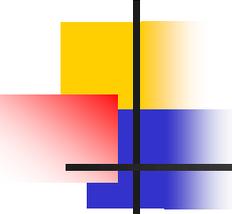


Decisiones bajo ambiente de
riesgo e incertidumbre

Modelos de matriz de pago



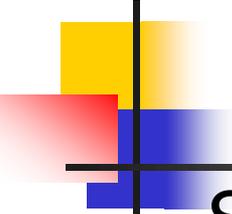
Teoría de la decisión

- Un proceso de decisión trata de resolver la ambigüedad existente en un conjunto de alternativas.
- Es necesario construir una escala de preferencias que permita la comparación de alternativas.
- Esta escala revela la estructura de preferencias que subyace en el conjunto de alternativas.



Axiomas de preferencias

- Postulan el comportamiento del decisor.
- Permiten definir una función numérica del entorno del problema.
- Revela la estructura de preferencias del conjunto de alternativas – función de utilidad.
- Se distinguen en ambientes de certeza, riesgo e incertidumbre



Relaciones binarias de preferencia

- Sea X un conjunto. \mathcal{R} es una relación binaria en X :
 - si \mathcal{R} es un conjunto de pares incluido en el producto cartesiano de X por X , es decir, $\mathcal{R} \subset X \times X$
- El par $(x, y) \in \mathcal{R}$, se denotará $x\mathcal{R}y$
 - si existe algún tipo de relación entre ellas.
- Las relaciones binarias pueden ser de varios tipos de acuerdo a las propiedades que cumplan.



Propiedades de las relaciones

- Reflexiva: si cualquier x en X está relacionado con sí mismo, $\forall x \in X, x\mathcal{R}x$
- Simétrica: $\forall x, y \in X, x\mathcal{R}y \rightarrow y\mathcal{R}x$
- Antisimétrica: $\forall x, y \in X, x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x, x=y$
- Transitiva: $\forall x, y, z \in X, x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z \rightarrow x\mathcal{R}z$
- Completitud: $\forall x, y \in X, x\mathcal{R}y \vee y\mathcal{R}x$



Tipos de relaciones binarias

- Relación de equivalencia: si \mathcal{R} cumple las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva.
- Relación binaria de orden: si \mathcal{R} cumple las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva
- Relación binaria de preorden si \mathcal{R} cumple las propiedades reflexiva y transitiva.



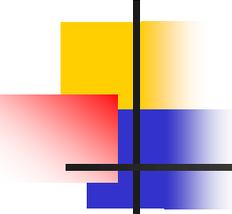
Relación binaria de preorden

- Sea A un conjunto de alternativas, este tiene estructura de preorden si:
 - Si los elementos de A están ordenados, tendrán una estructura de indiferencia, $A_i \sim A_j$, si A_i es indiferente de A_j .
 - Si los elementos de A están ordenados, entonces A_i tendrá preferencia sobre A_j , $A_i > A_j$, y tendrá una estructura de preferencia.
 - Si los elementos de A están ordenados, tendrán una estructura de preferencia-indiferencia si $A_i \geq A_j$, donde A_i es igual o tendrá preferencia sobre A_j .



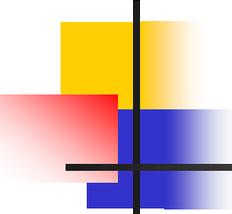
Criterios de dominancia

- Criterio de dominancia simple:
 - Sean A_s y A_k dos alternativas de un problema de decisión y $r_{s,j}$ y $r_{k,j}$ sus resultados asociados para el j -ésimo estado de la naturaleza.
 - Se dice que A_s domina a A_k ($A_s > A_k$), para todos los estados de naturaleza j si:
 - $r_{s,j} \geq r_{k,j}$: en el caso de resultados favorables
 - $r_{s,j} \leq r_{k,j}$: en el caso de resultados desfavorables



Criterios de dominancia

- Criterio de dominancia estocástica:
 - Sean A_s y A_k dos alternativas de un problema de decisión y $r_{s,j}$ y $r_{k,j}$ sus resultados asociados para el j -ésimo estado de la naturaleza.
 - Se dice que A_s domina estocásticamente a A_k ($A_s > A_k$), para un valor de $C \in \mathcal{R}$ si:
 - $P(r_{s,j} > C) \geq P(r_{k,j} > C)$: en el caso de resultados favorables
 - $P(r_{s,j} > C) \leq P(r_{k,j} > C)$: en el caso de resultados desfavorables



Heurística

- Puede describirse como *el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención* o de resolver problemas mediante la creatividad. La etimología de *heurística* es la misma que la de la palabra *eureka*
- Trata de métodos o algoritmos exploratorios durante la resolución de problemas en los cuales las soluciones se descubren por la evaluación del progreso logrado en la búsqueda de un resultado final (ANSI/IEEE Std 100-1984).
- Caracterizado por técnicas por las cuales se mejora en promedio el resultado de una tarea resolutiva de problemas



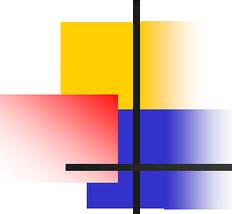
Decisiones en ambiente de riesgo

- Son aquellos modelos heurísticos donde las diferentes **alternativas** de acción se conocen, así como los **estados de la naturaleza** o **resultados** de las mismas y las **probabilidades** de que cada una de estos resultados sea obtenido



Matriz de pago

Alternativas	Estados de la Naturaleza y probabilidades asociadas						
	1, p_1	2, p_2	3, p_3	.	.	.	n, p_n
A_1	r_{A1}	$r_{A1,1}$	$r_{A1,1}$.	.	.	$r_{A1,1}$
A_2	$r_{A2,1}$	$r_{A2,1}$	$r_{A2,1}$.	.	.	$r_{A2,1}$
.
.
.
A_k	$r_{AK,1}$	$r_{AK,1}$	$r_{AK,1}$.	.	.	$r_{AK,1}$



Definiciones

- **Alternativas:** es el conjunto de posibles situaciones de que dispone el decisor para conseguir sus objetivos.
- **Estados de la naturaleza:** aquel factor o factores que influyen en el problema de decisión y que no están bajo el control del decisor. Refleja el entorno del problema de decisión.
- **Probabilidades de ocurrencia:** son las probabilidades asociadas a la ocurrencia de los diferentes estados de naturaleza.
- **Criterio de estimación:** es la característica que permite valorar el conjunto de alternativas



Probabilidades

- ¿En qué consisten las probabilidades?
- Indican incertidumbre acerca de un evento que:
 - Ocurrió en el pasado
 - Ocorre en el presente
 - Ocurrirá en el futuro



Enfoques de probabilidad

- Clásico o escuela objetiva
- Frecuencias relativas
- Personalista o subjetivo



Fuentes de las probabilidades

- Historia del pasado
- Juicio subjetivo
- Distribuciones teóricas

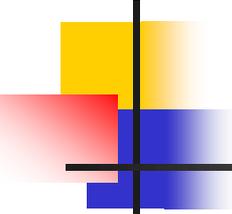


Valor esperado de una decisión

- Definiendo el valor esperado de las diferentes alternativas como $E(N_i)$, donde N_i es el resultado de la alternativa i , se tiene que:

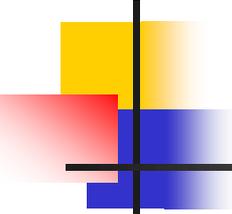
$$E(A_i) = \sum_{j=1}^n r_{i,j} p(r_{i,j}) \quad i = A_1, A_2; \dots, A_k$$

- Se escoge la alternativa tal que:
 - Max $E(N_i)$ para el caso favorable
 - Min $E(N_i)$ para el caso desfavorable



Valor esperado de la información perfecta

- **Resultado esperado con información perfecta (REIP):** es la cantidad que el decisor espera ganar si supiera con certeza qué estado de la naturaleza va a presentarse
- **Resultado esperado en riesgo (RER):** es la cantidad que se espera ganar si no se tiene información adicional. Es el resultado óptimo sin información adicional.
- **Valor esperado de información perfecta (VIP):** es el valor que la información perfecta tiene para el decisor porque supone la mejora en los resultados esperados que obtendría con dicha información



Valor esperado de la información perfecta

- **Resultado esperado con información perfecta (REIP):**
 - $REIP = E(r_j^*)$, donde $r_j^* = \text{mejor}(r_{i,j}) \quad \forall i, j$
- **Resultado esperado en riesgo (RER):**
 - $RER = E(A^*)$, esto es, el mejor valor esperado $E(A_j)$
- **Valor esperado de información perfecta (VIP):**
 - $VIP = REIP - RER$



Ejemplo I

- La siguiente tabla muestra los estados de la naturaleza, alternativas y utilidad de tres alternativas de negocios.

	E_1 0.3	E_2 0.5	E_3 0.2
A_1	8	2	0
A_2	10	1	-5
A_3	10	4	-4

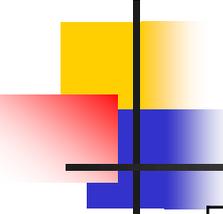


Tabla Excel

	E_1	E_2	E_3	Valor Esperado
	0.3	0.5	0.2	$E(A)$
A_1	8	2	0	3.4
A_2	10	1	-5	2.5
A_3	10	4	-4	4.2*
REIP	10	4	0	5

$$\begin{aligned}\text{Valor de Información Perfecta} &= \text{REIP} - \text{RER} \\ &= 5 - 4.2 = 0.8\end{aligned}$$

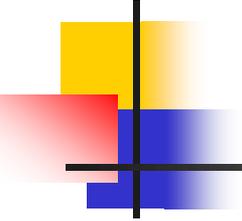


Efecto de la varianza

- La desventaja del valor medio es que no toma en cuenta la variabilidad
- Suponga que $A_i \rightarrow (\mu, \sigma^2)$
- Recordando que la varianza se estima como:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^n p_{i,j} r_{i,j}^2 - \mu_i^2$$

- Se escogerá la decisión donde $\sigma^2 \leq M$ y además cumpla con los criterios favorables o desfavorables, según sea el caso.



	E1	E2	E3	E	Var	Desv
	0.3	0.5	0.2	(A)	(A)	Std.
A1	8	2	0	3.4	9.64	3.105
A2	10	1	-5	2.5	29.3	5.408
A3	10	4	-4	4.2	23.6	4.854



Criterio

Mínimo costo de Oportunidad

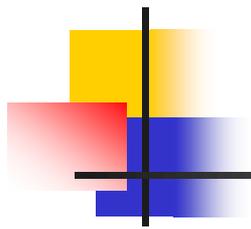
- Sea $C(A_{i,j}^*)$ el máximo de los costos asociados para cada alternativa **i** bajo cada estado de la naturaleza **j**
- Sea $C(A_{i,j}^*) - r_{i,j} \forall j$, el costo de oportunidad correspondiente para cada alternativa **i** bajo cada estado de la naturaleza **j**



Criterio

Mínimo costo de Oportunidad

- Sea $E(C(A_j^*) - r_j) \forall j$ el valor esperado de cada costo de oportunidad j
- Calcular el valor esperado del costo de oportunidad de cada alternativa
- Seleccionar el mínimo de ellos:
 $\text{Min}\{E(C(A_i) - r_j) \forall j\}$



	E1	E2	E3	E
	0.3	0.5	0.2	(A)
A1	2	2	0	1.6
A2	0	3	5	2.5
A3	0	0	4	0.8



Criterios de Decisión bajo Incertidumbre

- En este caso el decisor conoce los posibles estados de la naturaleza
- Pero no conoce las probabilidades asociadas con su ocurrencia
- En este caso la decisión tiene un factor subjetivo ya que no conoce de manera objetiva las probabilidades



Criterio Maximax (optimista)

- Calcular el máximo pago o resultado para cada alternativa
- Escoger la alternativa con el máximo de todos
- $A^* \rightarrow \underline{\max\{\max(r_{i,j})\}}$



Criterio Maximin (conservador)

- Calcular el mínimo de todos los pagos o resultados de cada alternativa
- Escoger el máximo de ellos
- $A^* \rightarrow \underline{\max\{\min(r_{i,j})\}}$



Criterio Minimax (conservador)

- Calcular el máximo de todos los pagos o resultados de cada alternativa
- Escoger el mínimo de ellos
- $A^* \rightarrow \underline{\min\{\max(r_{i,j})\}}$



Criterio Minimin (pesimista)

- Calcular el peor de todos los pagos o resultados de cada alternativa
- Escoger el peor de ellos
- $A^* \rightarrow \underline{\min\{\min(r_{i,j})\}}$



Criterio

Minimax del Costo de Oportunidad

- Sea $C(A_i^*) = \max(r_{i,j})$ el máximo de los alternativas
 - Sea $C(A_i^*) - N_j \forall j$, el costo de oportunidad para cada alternativa i bajo cada resultado j
 - Seleccionar el máximo de cada alternativa, escogiéndose la menor de todas ellas tal que
 - $A^* \rightarrow \min[\max\{C(A_i^*) - r_{i,j}\}]$
- [Ejemplo matriz de pago.ppt](#)

Decision Analysis

File Edit For

Prior Probabil

Prior Probabil

Payoff Table Analysis

The following criteria will be used to evaluate the payoff table. To implement the Hurwicz criterion, please enter the coefficient of optimism ($0 \leq p \leq 1$). The criterion will decide based on the weighted [p maximax + $(1-p)$ maximin].

- > Maximin criterion
- > Maximax criterion
- > Hurwicz criterion
- > Minimax regret criterion
- > Expected value criterion
- > Equal likelihood (insufficient reason) criterion
- > Expected regret criterion

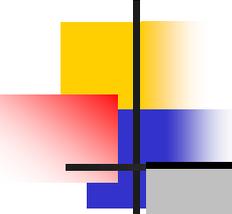
Coefficient of optimism (p) for Hurwicz criterion: .5

OK Cancel Help

	State2	State3
1.3	0.5	0.2
8	2	0
10	1	-5
10	4	-4

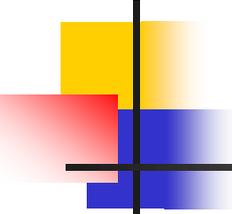
Payoff Table

Inicio Microsoft PowerPoin... Microsoft Excel - ma... Graphics Server Decision Analysis Payoff Table Analysis ES 03:01 p.m.



Decision \ State	E1	E2	E3
Prior Probability	0.3	0.5	0.2
A1	8	2	0
A2	10	1	-5
A3	10	4	-4

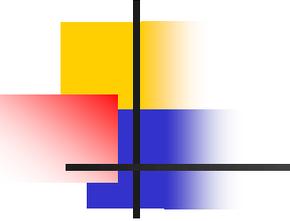
04-02-2006 Criterion	Best Decision	Decision Value	
Maximin	Alternative1	0	
Maximax	Alternative2	\$10	
Hurwicz (p=0.5)	Alternative1	\$4	
Minimax Regret	Alternative1	\$2	
Expected Value	Alternative3	B/. 4.20	
Equal Likelihood	Alternative1	B/. 3.33	
Expected Regret	Alternative3	B/. 0.80	
Expected Value	without any	Information =	B/. 4.20
Expected Value	with Perfect	Information =	\$5
Expected Value	of Perfect	Information =	B/. 0.80



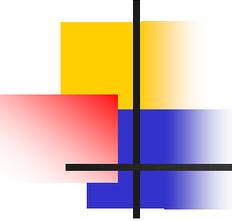
Ejemplo

Ganga S. A., es una empresa que se dedica a la comercialización de bienes destinados a tiendas “¡TODO A BALBOA!”. Esa empresa quiere ampliar su negocio entrando a nuevos mercados. Por este motivo, realiza un estudio sobre la demanda de sus productos en cuatro zonas distintas, I, II, III y IV, estimando una demanda (en miles de unidades) en cada zona de 11, 12, 15.5 y 17 respectivamente.

Para poder abastecer el nuevo mercado debe contar con un nuevo almacén; actualmente se alquilan tres, que tienen, cada uno, una capacidad (en miles de unidades) de 11, 15 y 17. La estructura de costos (en miles de balboas) para cada posible situación se muestra en la siguiente tabla:



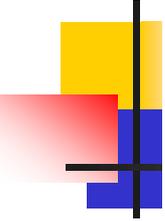
Almacén/ Mercado	11,000	15,000	17,000
I	10	15	20
II	10	17.5	15
III	15	16	19
IV	30	35	18



Ejemplo cont...

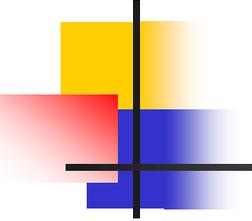
Si la probabilidad de alquilar el primer almacén es de 30%, de conseguir el segundo es 40% y el tercero es 30%

- ¿Cuál será la mejor decisión si se quiere reducir costos?
- ¿Cuál será la decisión si no se aceptan varianzas de más de B/. 8 mil?



Decision \ State	11,000	15,000	17,000
Prior Probability	0.3	0.4	0.3
I	10	15	20
II	10	17.5	15
III	15	16	19
IV	30	35	18

Métodos de solución maximizan utilidad



04-02-2006 Criterion	Best Decision	Decision Value	
Maximin	IV	\$18	
Maximax	IV	\$35	
Hurwicz (p=0.5)	IV	B/. 26.50	
Minimax Regret	IV	\$2	
Expected Value	IV	B/. 28.40	
Equal Likelihood	IV	B/. 27.67	
Expected Regret	IV	B/. 0.60	
Expected Value	without any	Information =	B/. 28.40
Expected Value	with Perfect	Information =	\$29
Expected Value	of Perfect	Information =	B/. 0.60

Respuesta maximizando

Matriz de pagos

04-02-2006 Alternative	Maximin Value	Maximax Value	Hurwicz (p=0.5) Value	Minimax Regret Value	Equal Likelihood Value	Expected Value	Expected Regret
I	\$10	\$20	\$15	\$20	\$15	\$15	\$14
II	\$10	B/. 17.50	B/. 13.75	\$20	B/. 14.17	B/. 14.50	B/. 14.50
III	\$15	\$19	\$17	\$19	B/. 16.67	B/. 16.60	B/. 12.40
IV	\$18**	\$35**	B/. 26.50**	\$2**	B/. 27.67**	B/. 28.40**	B/. 0.60**

Hay que incorporar los costos de oportunidad como ingresos, ya que es lo que queremos maximizar

Decision\State	11,000	15,000	17,000
I	\$20	\$20	0
II	\$20	B/. 17.50	\$5
III	\$15	\$19	\$1
IV	0	0	\$2

Costos de oportunidad del problema original como ingresos

Decision\State	State1	State2	State3
Alternative1	0	0	\$5
Alternative2	0	B/. 2.50	0
Alternative3	\$5	\$1	\$4
Alternative4	\$20	\$20	\$3

Costos de oportunidad

04-02-2006 Criterion	Best Decision	Decision Value	
Maximin	II	\$5	
Maximax	I	\$20	
Hurwicz (p=0.5)	II	B/. 12.50	
Minimax Regret	II	B/. 2.50	
Expected Value	II	B/. 14.50	
Equal Likelihood	II	B/. 14.17	
Expected Regret	II	\$1	
Expected Value	without any	Information =	B/. 14.50
Expected Value	with Perfect	Information =	B/. 15.50
Expected Value	of Perfect	Information =	\$1

04-18-2006 Criterion	Best Decision	Decision Value	
Maximin	Alternative4	\$18	
Maximax	Alternative4	\$35	
Hurwicz (p=0.5)	Alternative4	B/. 26.50	
Minimax Regret	Alternative4	\$2	
Expected Value	Alternative4	B/. 28.40	
Equal Likelihood	Alternative4	B/. 27.67	
Expected Regret	Alternative4	B/. 0.60	
Expected Value	without any	Information =	B/. 28.40
Expected Value	with Perfect	Information =	\$29
Expected Value	of Perfect	Information =	B/. 0.60

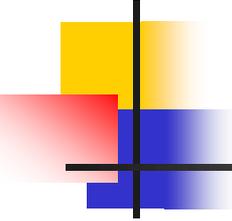
04-18-2006 Criterion	Best Decision	Decision Value	
Maximin	Alternative2	B/. 17.50	
Maximax	Alternative1	(\$10)	
Hurwicz (p=0.5)	Alternative2	B/. 13.75	
Minimax Regret	Alternative2	B/. 2.50	
Expected Value	Alternative2	B/. 14.50	
Equal Likelihood	Alternative2	B/. 14.17	
Expected Regret	Alternative2	\$1	
Expected Value	without any	Information =	B/. 14.50
Expected Value	with Perfect	Information =	B/. 13.50
Expected Value	of Perfect	Information =	\$1

04-18-2006 Criterion	Best Decision	Decision Value	
Maximin	Alternative2	\$5	
Maximax	Alternative1	\$20	
Hurwicz (p=0.5)	Alternative2	B/. 12.50	
Minimax Regret	Alternative2	B/. 2.50	
Expected Value	Alternative2	B/. 14.50	
Equal Likelihood	Alternative2	B/. 14.17	
Expected Regret	Alternative2	\$1	
Expected Value	without any	Information =	B/. 14.50
Expected Value	with Perfect	Information =	B/. 15.50
Expected Value	of Perfect	Information =	\$1

Valores negativos

Costos de oportunidad

H. R. Alvarez A., Ph. D.



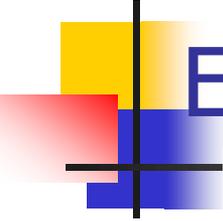
Análisis con la varianza

Almacén/ Mercado	11,000	15,000	17,000	Valor Esperado	Varianza
	0.3	0.4	0.3		
I	10	15	20	15.00	15.00
II	10	17.5	15	14.50	9.75
III	15	16	19	16.60	2.64
IV	30	35	18	28.40	50.64

Ejemplo: La Ampliación del Canal

Escenarios Macroeconómicos					
Escenario	Panorama Internacional	Ambiente de Políticas Públicas	Integración Hemisférica	Tendencias de Actividades del Conglomerado	Probabilidad
Optimista	Crecimiento dinámico en las actividades comerciales y marítimas	Productividad óptima, competitividad, mejoras	TLC rápido con EUA, América Central, Andes, ALCA	Sobre el promedio	15%
Más Probable	Tendencias promedio	Tendencias y situación presentes, mejoras lentas	Proceso largo, gradual	Tendencias promedio	60%
Pesimista	Por debajo de las tendencias promedio, complicaciones internacionales	Políticas ineficientes, ambiente de costos más altos	Demorado, bajas inversiones y crecimiento lento	Por debajo de las tendencias promedio	25%

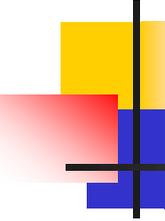
Tomado de los estudios macroeconómicos para la ampliación desarrollados por DRI•WEFA, 2002



Ejemplo: La Ampliación del Canal

	Escenarios de canal no ampliado		
	Pesimista	Más probable	Optimista
	0.25	0.60	0.15
Demanda del Canal (Millones Ton CPSUAB, 2025)	237	296	330
Necesidad de agua (esclusajes diarios) del canal	29	32	35
Ingresos estimados (millones de USD)	2,800	3,520	3,900
Costo estimado de modernización a máxima capacidad (millones USD)	1,690	1,690	1,690

ACP, Propuesta de ampliación y otros estudios financieros



Ejemplo: La Ampliación del Canal

	Escenarios canal ampliado		
	Pesimista	Más probable	Optimista
	0.25	0.60	0.15
Demanda del Canal (Millones Ton CPSUAB, 2025)	428	508	660
Necesidad de agua (esclusajes diarios)	32	40	46
Ingresos estimados (millones de U\$D)	5,436	7,700	8,920
Costo estimado de la ampliación	5,800	5,250	4,200

ACP, Propuesta de ampliación y otros estudios financieros