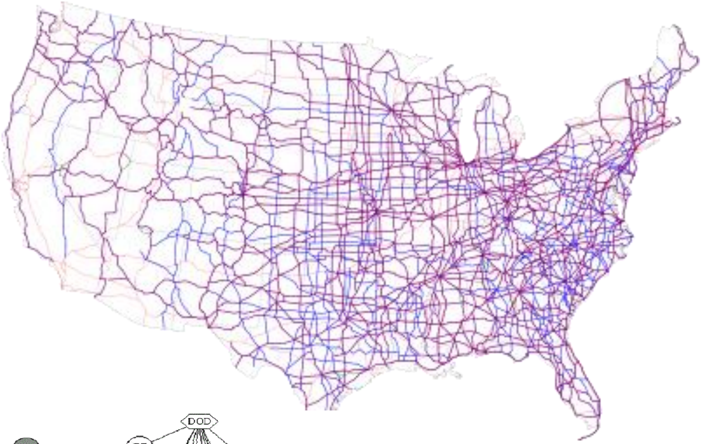
Problemas de flujo de costo mínimo

http://www.academia.utp.ac.pa/humberto-alvarez/investigacion-de-operaciones-1

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE REDES

Las redes:

- Las redes están presentes en diferentes lugares en la vida real: redes de transporte, flujo eléctrico y comunicaciones, por ejemplo.



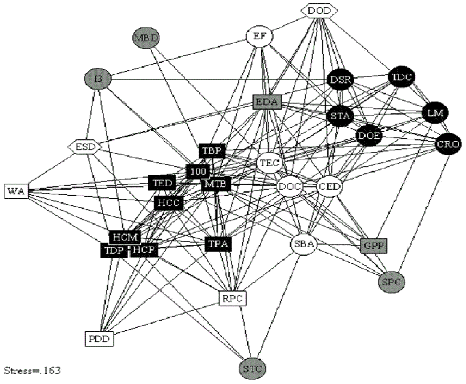
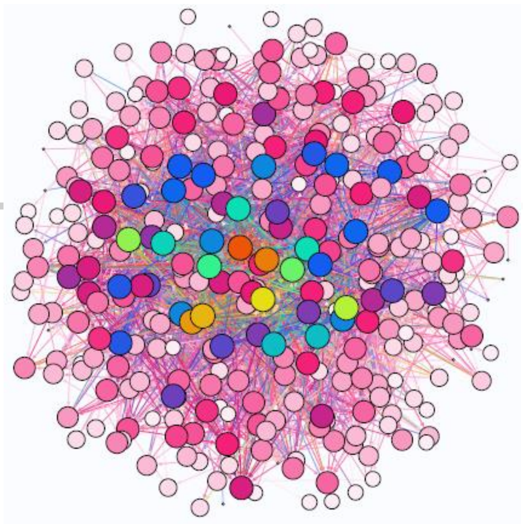
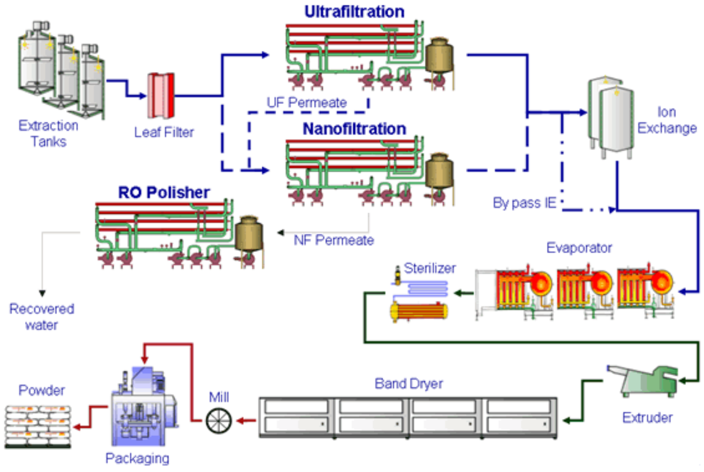


Figure 1. Communication links.

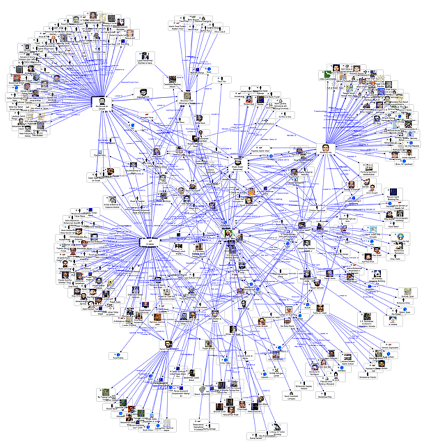
Las redes:

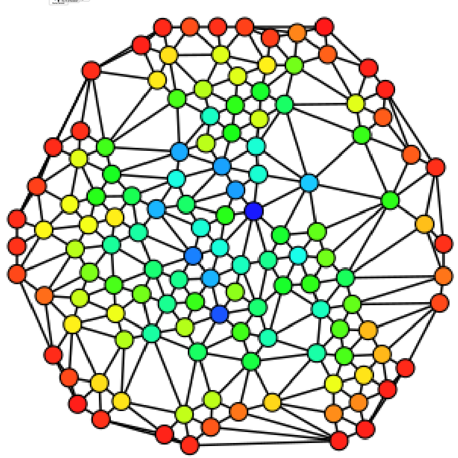
- También son ampliamente utilizadas para representar problemas tales como problemas de producción, distribución, localización de facilidades, etc.



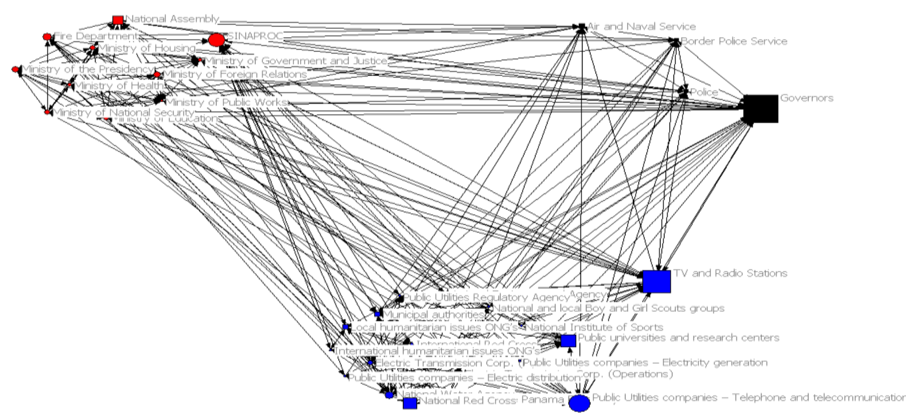


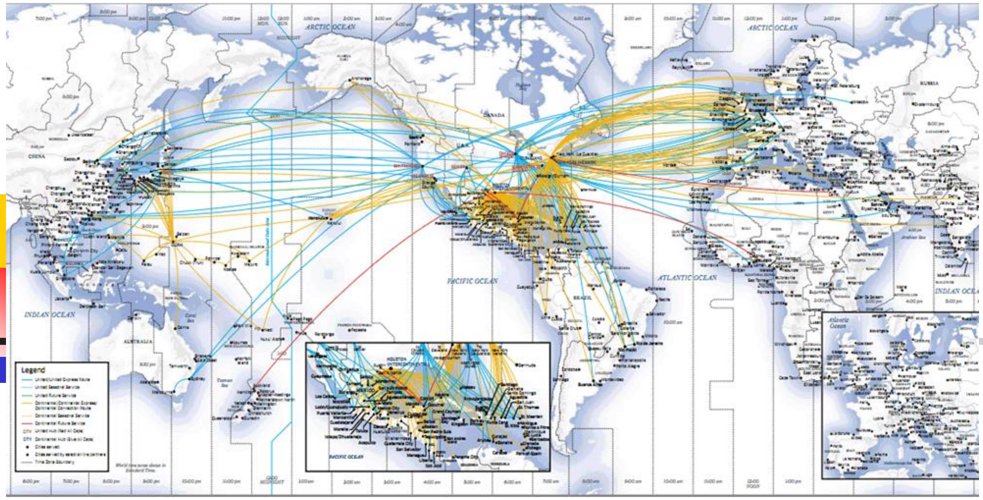
Las redes:

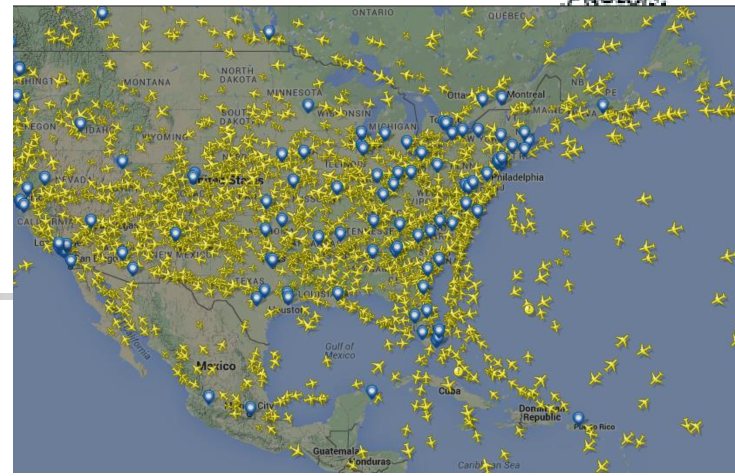


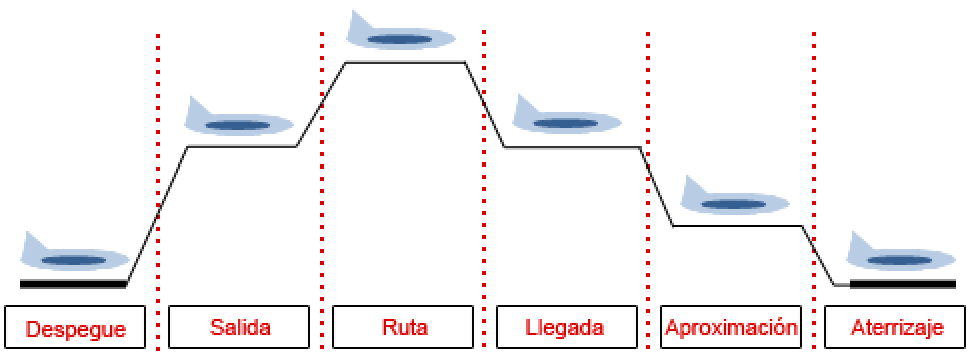


- Las redes proveen una poderosa ayuda visual y conceptual para explicar las diferentes relaciones entre componentes de un sistema.



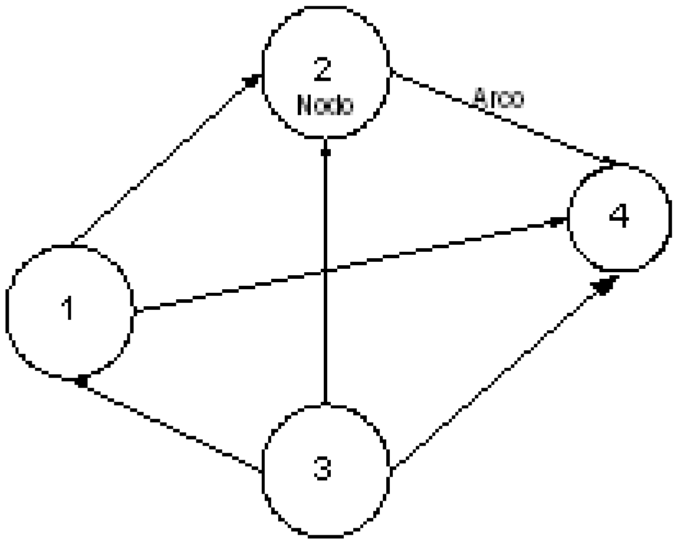


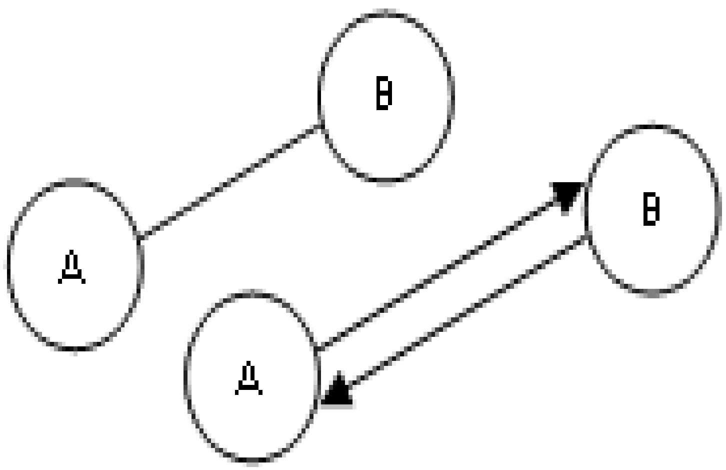



Despegue
Salida
Ruta
Llegada
Aproximación
Aterrizaje

Conceptos básicos

- Una red consiste en conjunto definido de puntos y líneas que unen ciertos pares de puntos.
- Se conoce como **nodos** (vértices) a dichos nudos y como **arcos** a las líneas que los unen.
- Se dice que un arco es **dirigido** si permite flujo en una sola dirección, de lo contrario se conoce como un **arco no dirigido** o **ligadura**. Por convención, el arco se denomina en función a su dirección. Así, en la figura el arco 3-2 indica que su dirección se del nodo 3 al nodo 2 y no viceversa. Una red que tiene solamente arcos dirigidos se conoce como **red dirigida**, de lo contrario se conocerá como una red **no dirigida**.



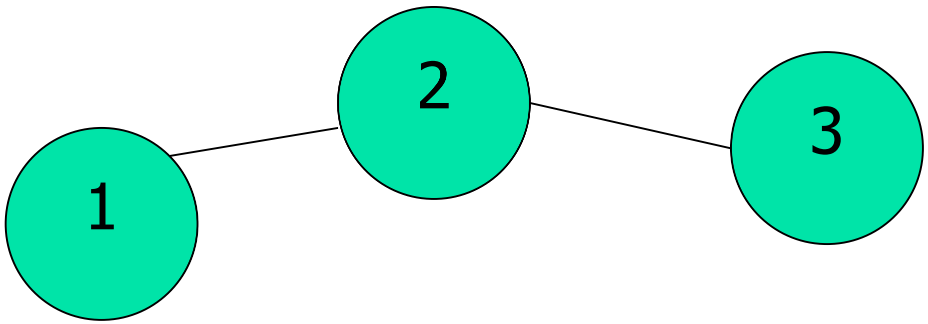


Conceptos básicos

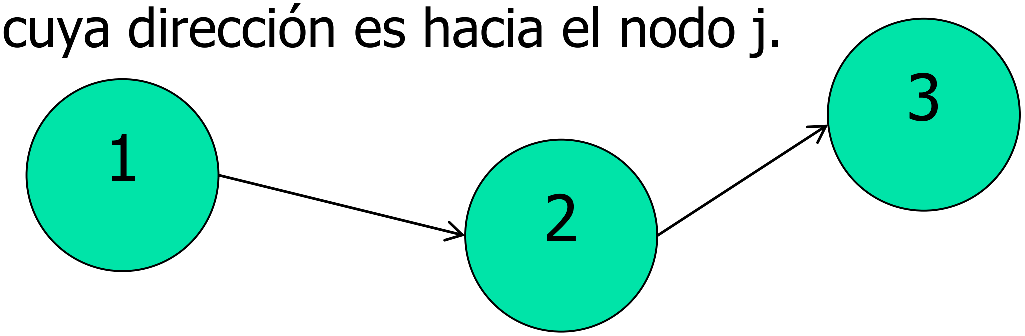
- Una **trayectoria** entre dos nodos es una sucesión de arcos distintos.
- Una **trayectoria dirigida** del nodo i al nodo j es una sucesión de arcos cuya dirección es hacia el nodo j.
- Un **ciclo** es una trayectoria que comienza y termina en el mismo nodo. En una red dirigida, un ciclo puede ser o no dirigido, según la trayectoria en cuestión.
- Se dice que dos nodos están **conectados** si la red contiene al menos una trayectoria no dirigida entre ellos.
- Una **red conectada** es una red en la que cada par de nodos está conectado.

Conceptos básicos

- Una **trayectoria** entre dos nodos es una sucesión de arcos distintos.

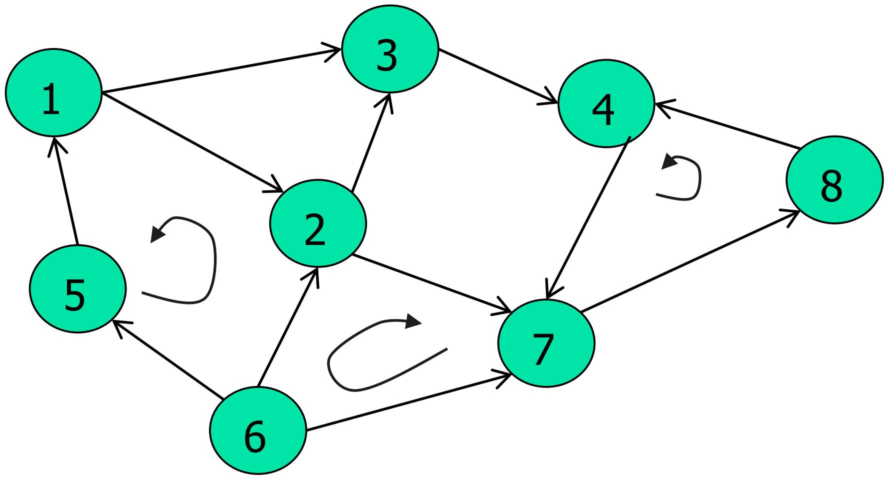


- Una **trayectoria dirigida** del nodo i al nodo j es una sucesión de arcos cuya dirección es hacia el nodo j.



Conceptos básicos

- Un **ciclo** es una trayectoria que comienza y termina en el mismo nodo. En una red dirigida, un ciclo puede ser o no dirigido, según la trayectoria en cuestión.



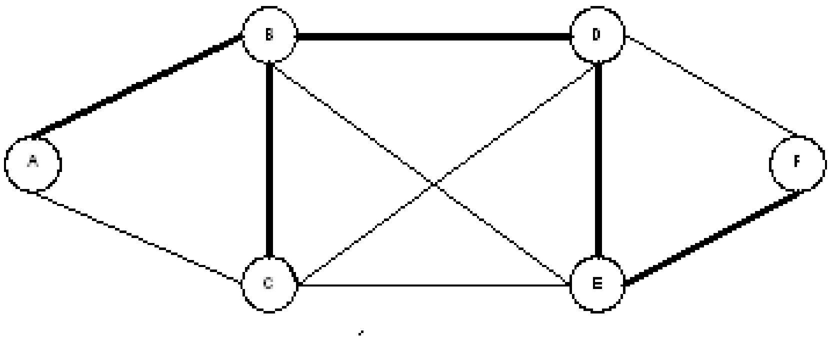
- Se dice que dos nodos están **conectados** si la red contiene al menos una trayectoria no dirigida entre ellos.
- Una **red conectada** es una red en la que cada par de nodos está conectado.

Conceptos básicos

- La **capacidad de un arco** es la cantidad neta máxima de flujo que puede circular en arco dirigido.
- Un nodo generador de flujo se conoce como **nodo fuente u origen**.
- Un nodo fuente tiene la propiedad de que el flujo que sale del nodo supera al que entra e él.
- Un **nodo demanda o destino** es aquel en el que el flujo que llega excede al que sale.
- Un **nodo de trasbordo** o **intermedio** satisface la conservación de flujo, o sea, el flujo que sale es igual al que entra.

Árbol de expansión

- Un **árbol** es una red conectada para algún subconjunto de nodos que no contiene ciclos.
- Un **árbol de expansión**, es una red que conecta los n nodos sin formar ciclos.
- El número mínimo de **ramas** o arcos necesarios para conectar todos los nodos es n-1.



Árbol de expansión mínima

- Dado un grafo conectado, no dirigido $G = (V,E)$, con pesos $c_{i,j}$ para todos los ejes en E, encontrar un árbol de expansión $G_T = (V_T, E_T)$ para un mínimo de peso.
- Dados los nodes de una red, se conocen los enlaces potenciales y la distancia o peso positivo de cada uno.
- El problema consiste en diseñar una red con suficientes enlaces de tal manera que exista un camino factible entre cualquier par de nodos.
- El objetivo es encontrar dicho árbol de expansión de tal manera que tenga el mínimo costo.

Formulación

$$\min Z = \sum_i \sum_j c_{i,j} x_{i,j}$$

Subjectto:

$$\sum_v x_{i,j} = n - 1,\ \forall v \in V$$

$$\sum_{s \in S} x_{ij} \geq 1, \forall S = \textit{set of edges going from nodes in the subset } \bar{V} \in V$$

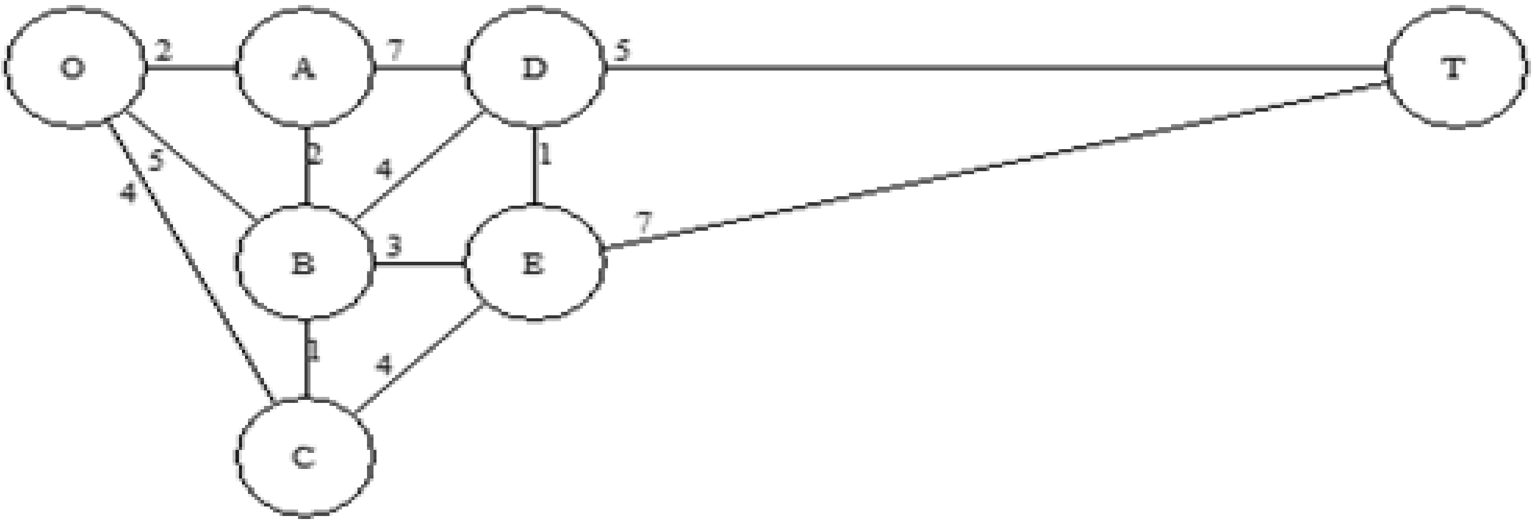
$$x_{i,j} \begin{cases} 1, \textit{if edge from } i \textit{ to } j \textit{ exists} \\ 0 \textit{ otherwise} \end{cases}$$

Algoritmo de Kruskal

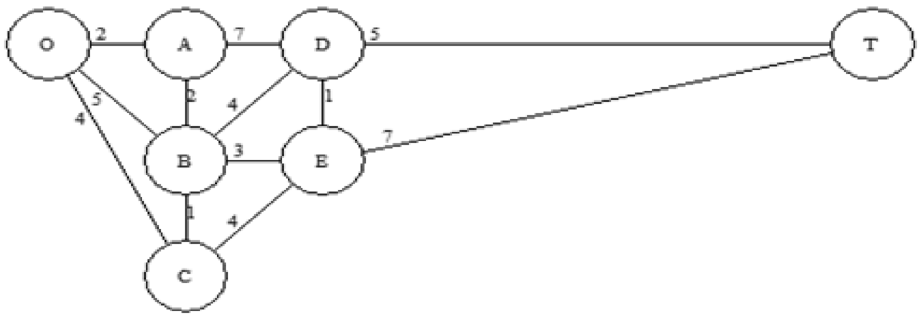
- En una red no dirigida con G = (E, v),
  - Escoger cualquier vértice v
  - Conectar al nodo más cercano o de menor costo no conectado.
  - Buscar el nodo más cercano a los dos nodos conectados.
  - En caso de empate escoger cualquiera
  - Continuar hasta que no haya nodos desconectados.

Ejemplo

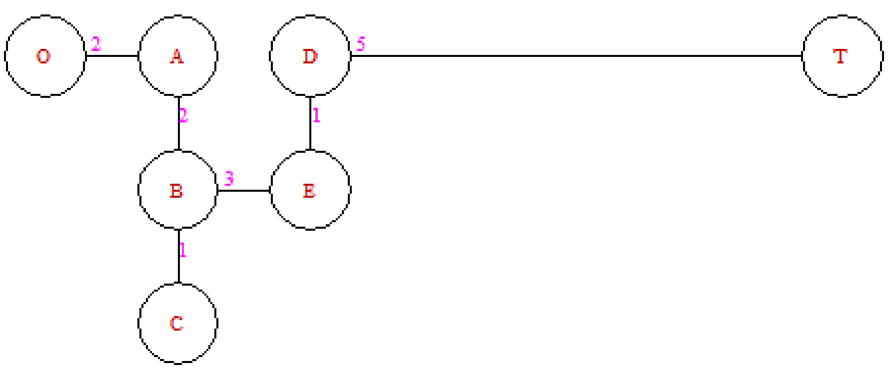
- La Administración de una reserva forestal necesita determinar los caminos bajo los cuales se deben tender las líneas telefónicas para conectar las estaciones de los guardaparques con una longitud mínima de cables de acuerdo a la figura siguiente:



Formulación y solución en MPL




```
minspanning=2OA+5OB+4OC+2AB+7AD+4BD+3BE+BC+4CE+5DT+7ET+DE;

SUBJECT TO

        OA+OB+OC+AD+AB+BD+BE+BC+CE+DT+ET+DE=6;
        OA+OB+OC>=1;
        OA+AB+AD>=1;
        OB+AB+BD+BE+BC>=1;
        OC+BC+CE>=1;
        AD+BD+DE+DT>=1;
        DE+BE+CE+ET>=1;
        DT+ET>=1;

BINARY
        OA OB OC AD AB BD BE BC CE DT ET DE;
END
```

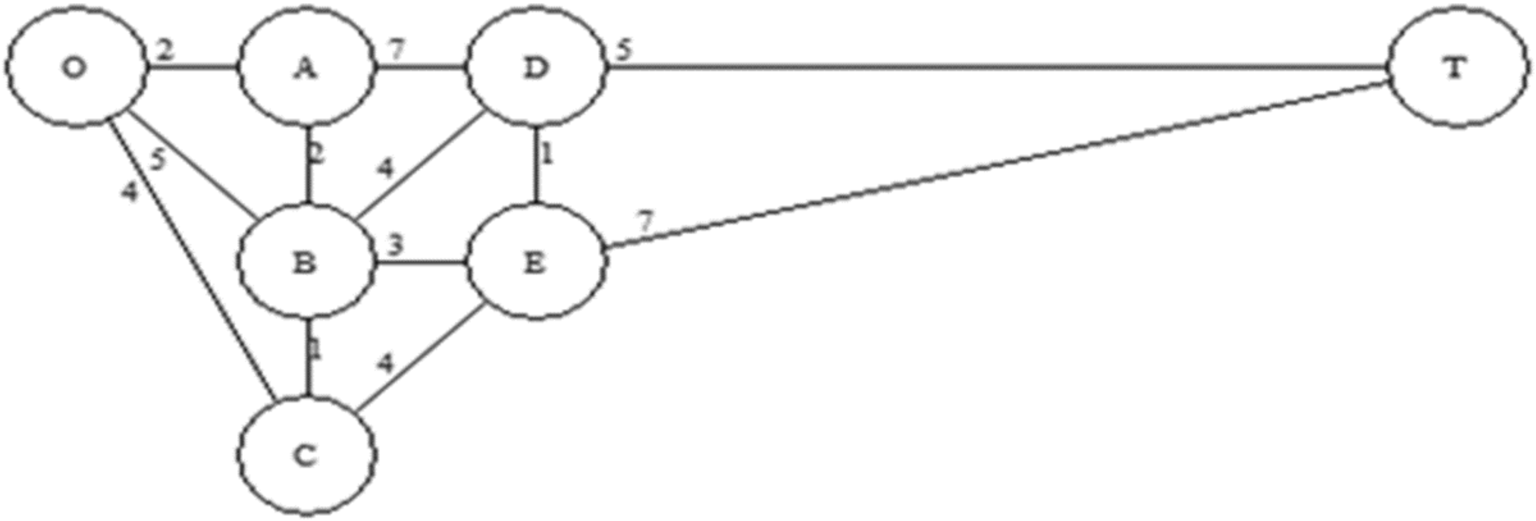


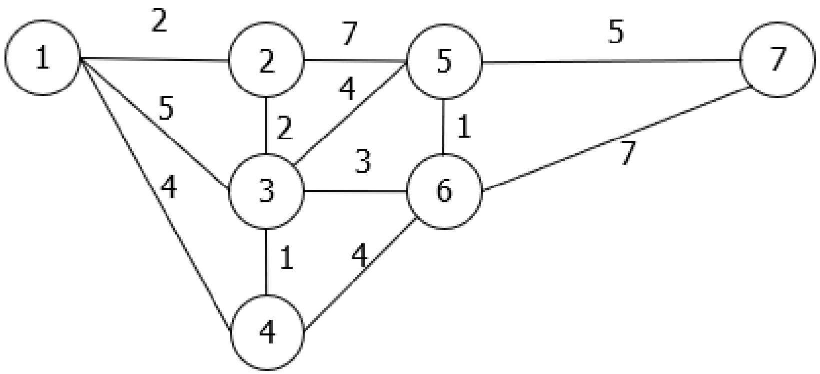
MIN minspann = 14.0000

DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

Variable Name	Activity
OA	1.0000
OB	0.0000
OC	0.0000
AB	1.0000
AD	0.0000
BD	0.0000
BE	1.0000
BC	1.0000
CE	0.0000
DT	1.0000
ET	0.0000
DE	1.0000


O
A
D
T
B
E
C
2
7
5
2
4
1
5
4
3
7
1
4



Starting node for iterations

3

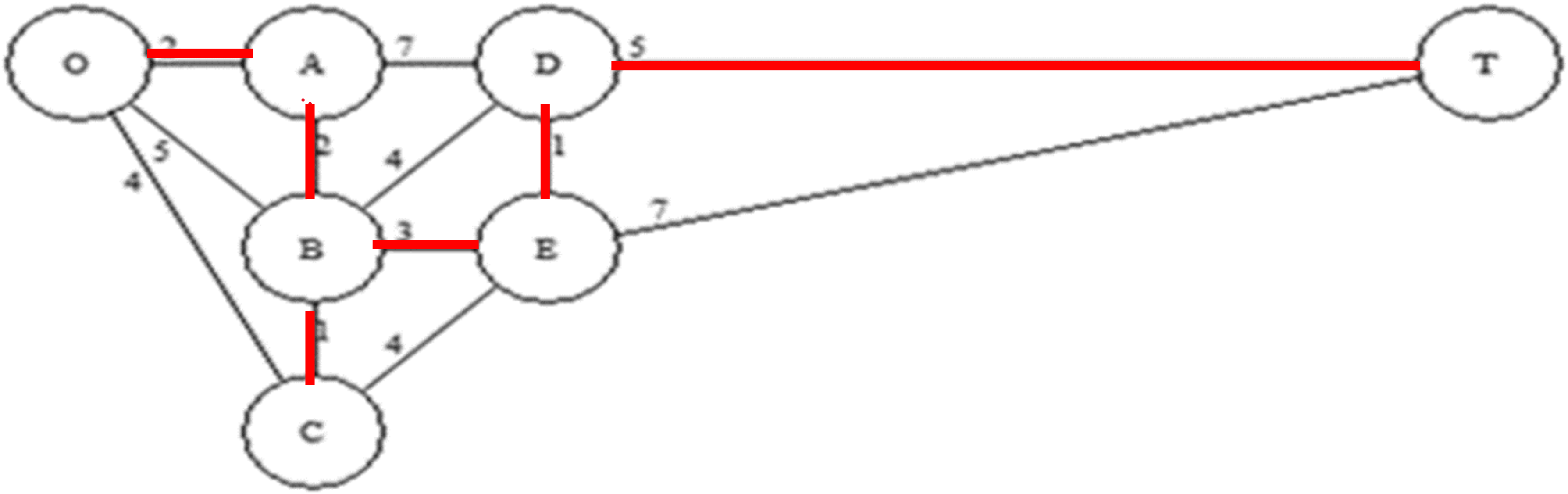
(untitled)

Branch name	Start node	End node	Cost
OA	1	2	2
OB	1	3	5
OC	1	4	4
AB	2	3	2
AD	2	5	7
BC	3	4	1
BD	3	5	4
BE	3	6	3
CE	4	6	4
DE	5	6	1
DT	5	7	5
ET	6	7	7

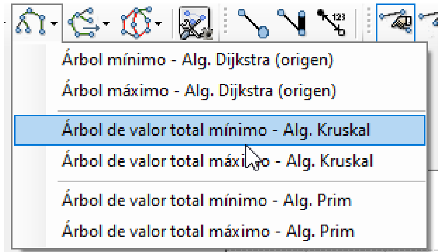
(untitled) Solution

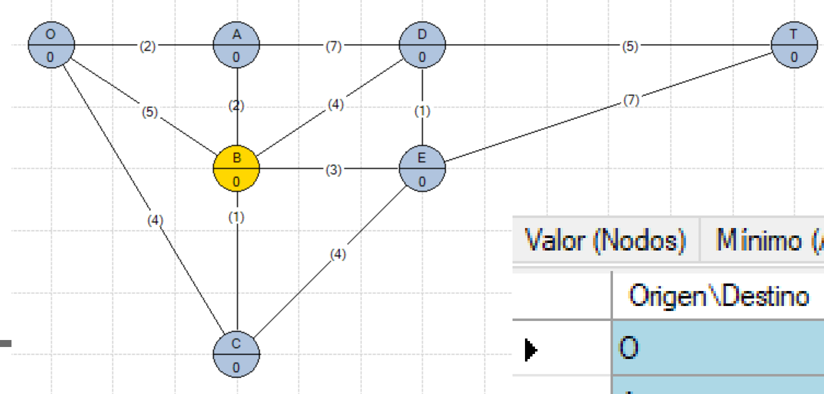
Branch name	Start node	End node	Cost	Include	Cost
OA	1	2	2	Y	2
OB	1	3	5		
OC	1	4	4		
AB	2	3	2	Y	2
AD	2	5	7		
BC	3	4	1	Y	1
BD	3	5	4		
BE	3	6	3	Y	3
CE	4	6	4		
DE	5	6	1	Y	1
DT	5	7	5	Y	5
ET	6	7	7		
Total					14

Branch	Starting node	Ending node	Cost	Cumulative cost
BC	3	4	1	1
AB	2	3	2	3
OA	1	2	2	5
BE	3	6	3	8
DE	5	6	1	9
DT	5	7	5	14



Branch	Starting node	Ending node	Cost	Cumulative cost
BC	3	4	1	1
AB	2	3	2	3
OA	1	2	2	5
BE	3	6	3	8
DE	5	6	1	9
DT	5	7	5	14



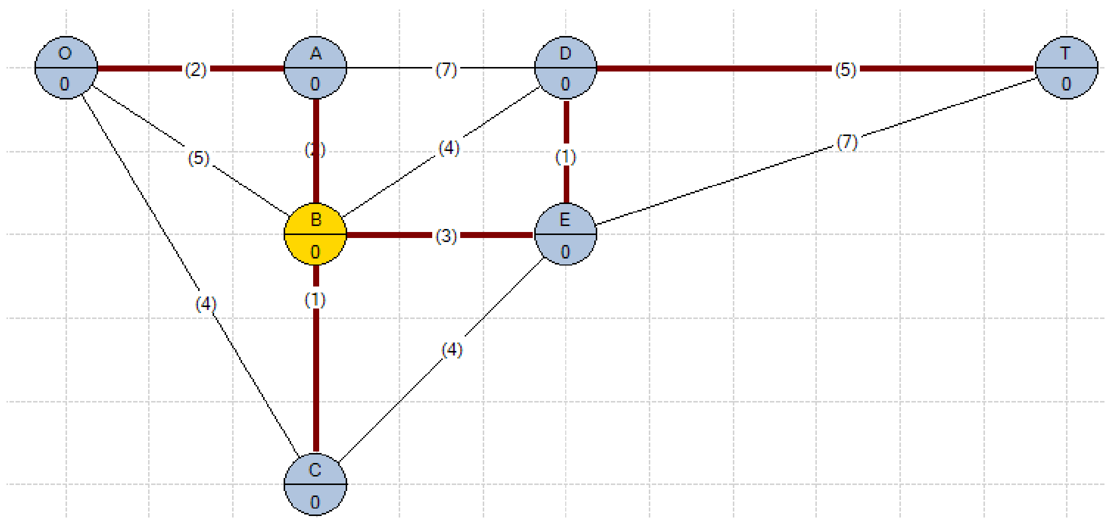


Valor (Nodos) | Mínimo (Arcos) | Máximo (Arcos) | Coste (Arcos)

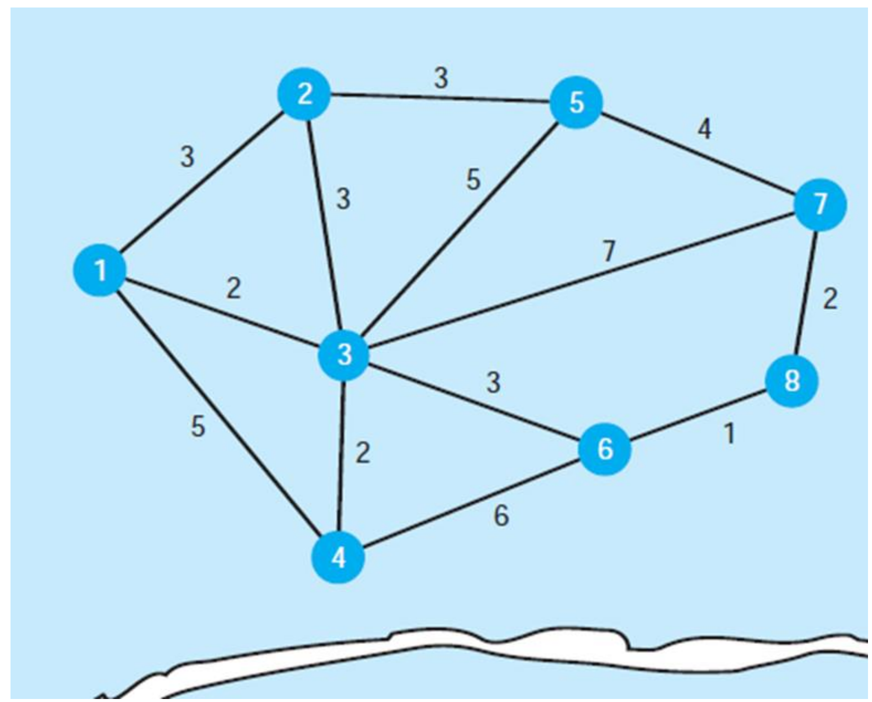
Origen\Destino	O	A	B	C	D	E	T
O		2	5	4			
A			2	1	7		
B					4	3	
C						4	
D							5
E					1		7
T							

Grafos - Resultados del Análisis

```
ÁRBOL DE VALOR TOTAL MÍNIMO - ALGORITMO DE KRUSKAL
--------------------------------------------------

Tiempo de proceso = 0 segundos

 *   O ----(2)---> A
 *   A ----(2)---> B
 *   A ----(1)---> C
 *   B ----(3)---> E
 *   D ----(5)---> T
 *   E ----(1)---> D

Coste total = 14

Matriz de Arcos del árbol con coste mínimo:

N1\N2   O       A       B       C       D       E       T
O       0       1       0       0       0       0       0
A       0       0       1       1       0       0       0
B       0       0       0       0       0       1       0
C       0       0       0       0       0       0       0
D       0       0       0       0       0       0       1
E       0       0       0       0       1       0       0
T       0       0       0       0       0       0       0

Resuelto con:
        Grafos - v.1.3.5
        (cc) 2003..2012 - Alejandro Rodríguez Villalobos
        http://arodrigu.webs.upv.es/grafos
```



- Considere la compañía Lauderdale Construction, que desarrolla un proyecto habitacional de lujo. Melvin Lauderdale, dueño y presidente de Lauderdale Construction, tiene que determinar la forma menos costosa de suministrar agua y electricidad a cada casa. La red de viviendas se muestra en la figura, donde las distancias están en cientos de metros.



Problemas de flujo de costo mínimo

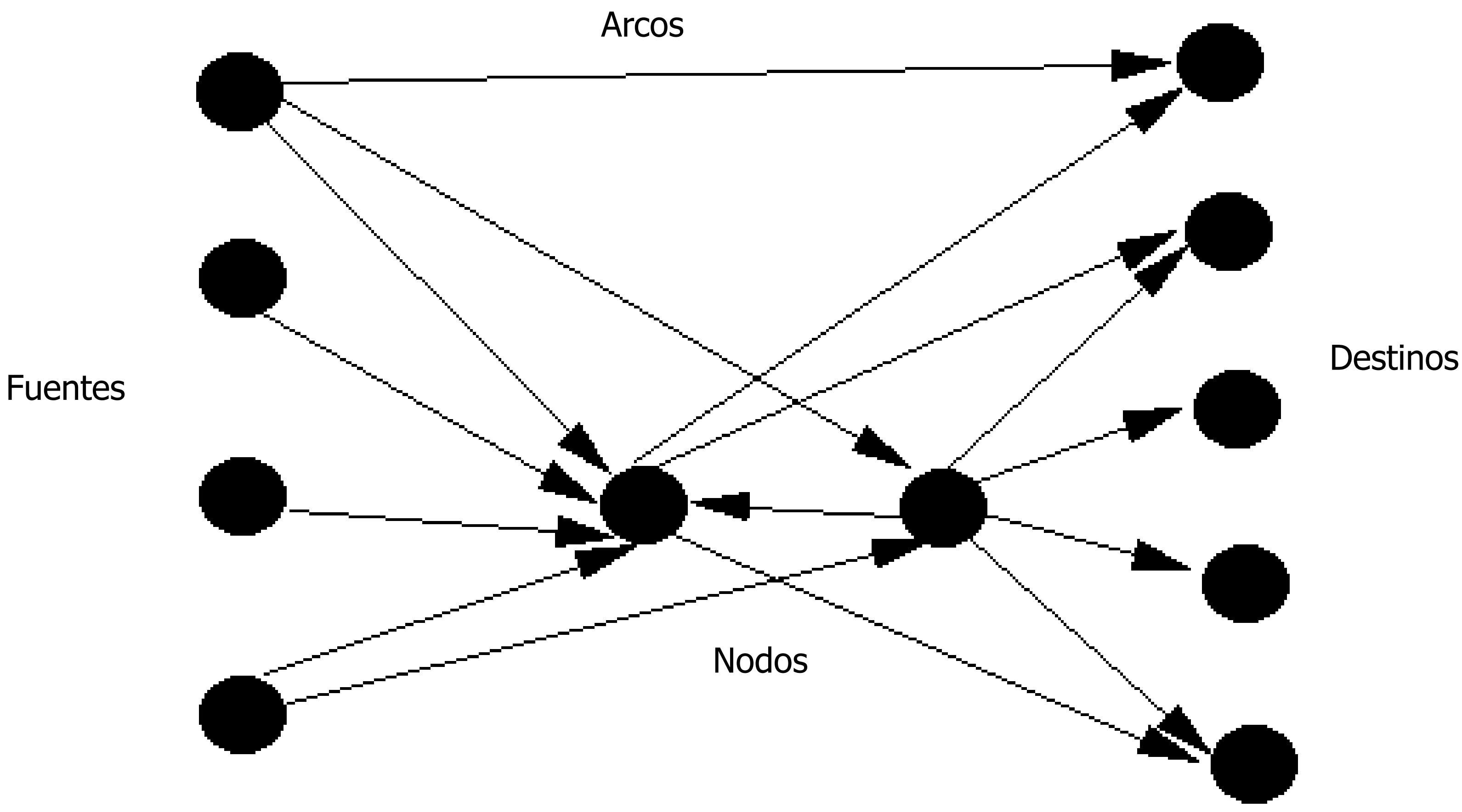
Planteamiento del problema

- Son problemas de programación lineal con ciertas estructuras especiales
- Permiten ser trabajados con algoritmos especiales
- Aprovechan su estructura para aproximarlos a redes
- Su estructura permite la solución de grandes problemas de manera relativamente sencilla

Elementos de un problema de flujo de costo mínimo

- Se tiene un número dado de fuentes y destinos de transacciones
- Cada fuente y destino tiene una capacidad máxima de envío y recibo
- Se pueden tener nodos intermedios
- Se tienen arcos que:
  - Tienen una capacidad máxima de flujo
  - Tienen un costo asociado a una unidad de flujo

Elementos de un problema de flujo de costo mínimo



Problemas típicos

- Costo Mínimo
- Ruta Más Corta
- Flujo máximo
- Asignación
- Transporte
- Trasbordo
- Problema del agente viajero

Formulación del problema de flujo de costo mínimo:

- Considere una red dirigida y conectada, donde esta incluye al menos un nodo de oferta y otro de demanda:
- La variable de decisión será:

x_{ij}: será el flujo a través del arco $i \rightarrow j$

Formulación General:

- Incluye la siguiente información:

  c_{ij}: es el costo de enviar una unidad a través del arco $i \rightarrow j$

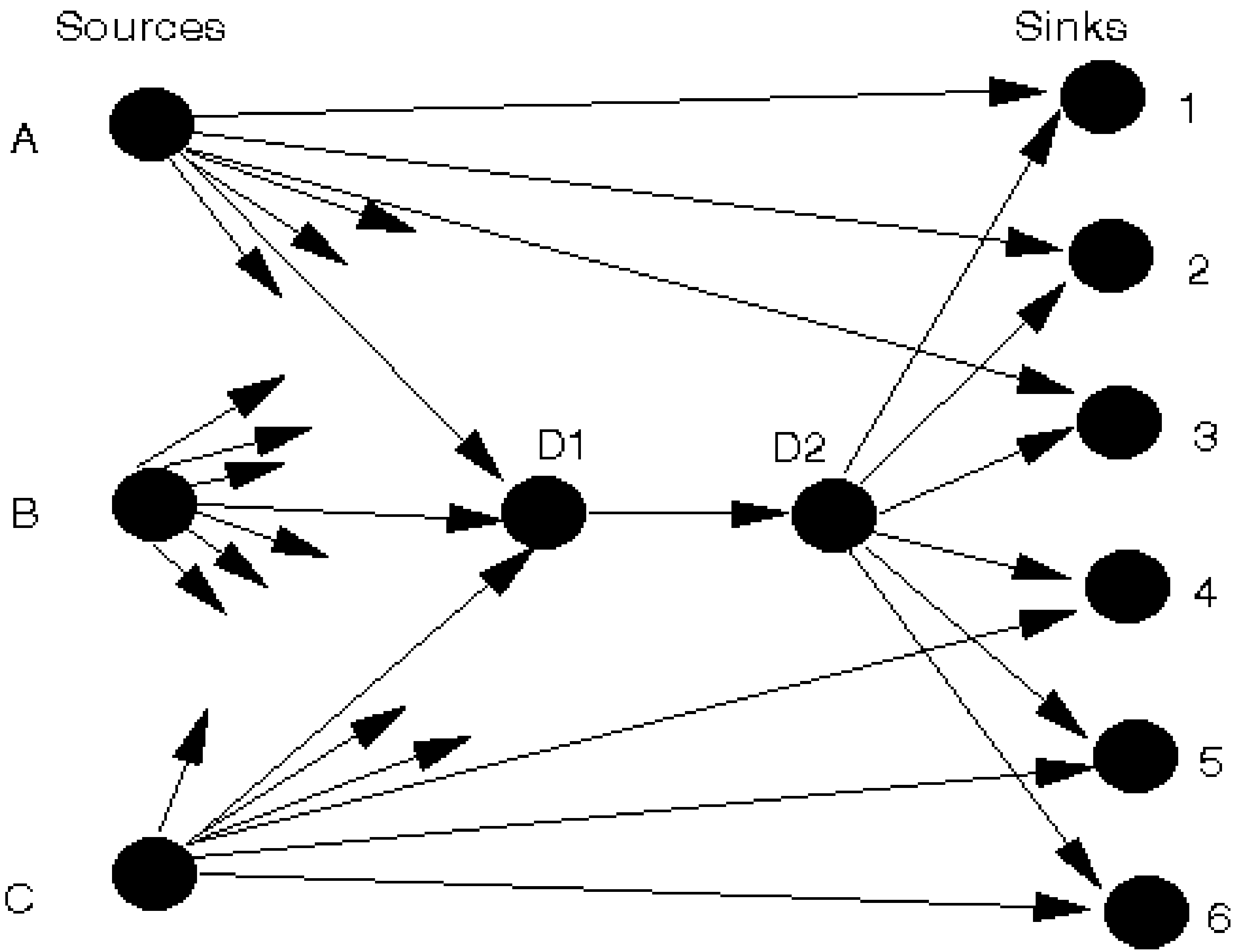
  u_{ij}: es la capacidad del arco $i \rightarrow j$

  b_i: es el flujo generado en el nodo i
- *El* valor de b_i depende de la naturaleza del nodo :

  $b_i > 0$, si i es un nodo de oferta

  $b_i < 0$, si i es un nodo de demanda

  $b_i = 0$, si i es un nodo de trasbordo
- El objetivo es minimizar el costo total de enviar el suministro disponible a través de la red a fin de satisfacer una demanda dada.
- En una solución factible, el flujo total generado en los nodos de oferta iguala al flujo total consumido por los nodos de demanda.


Sources
Sinks
A
B
C
D1
D2
1
2
3
4
5
6

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij},$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} - \sum_{j=1}^{n} x_{ji} = b_i, \qquad \text{for each node } i,$$

and

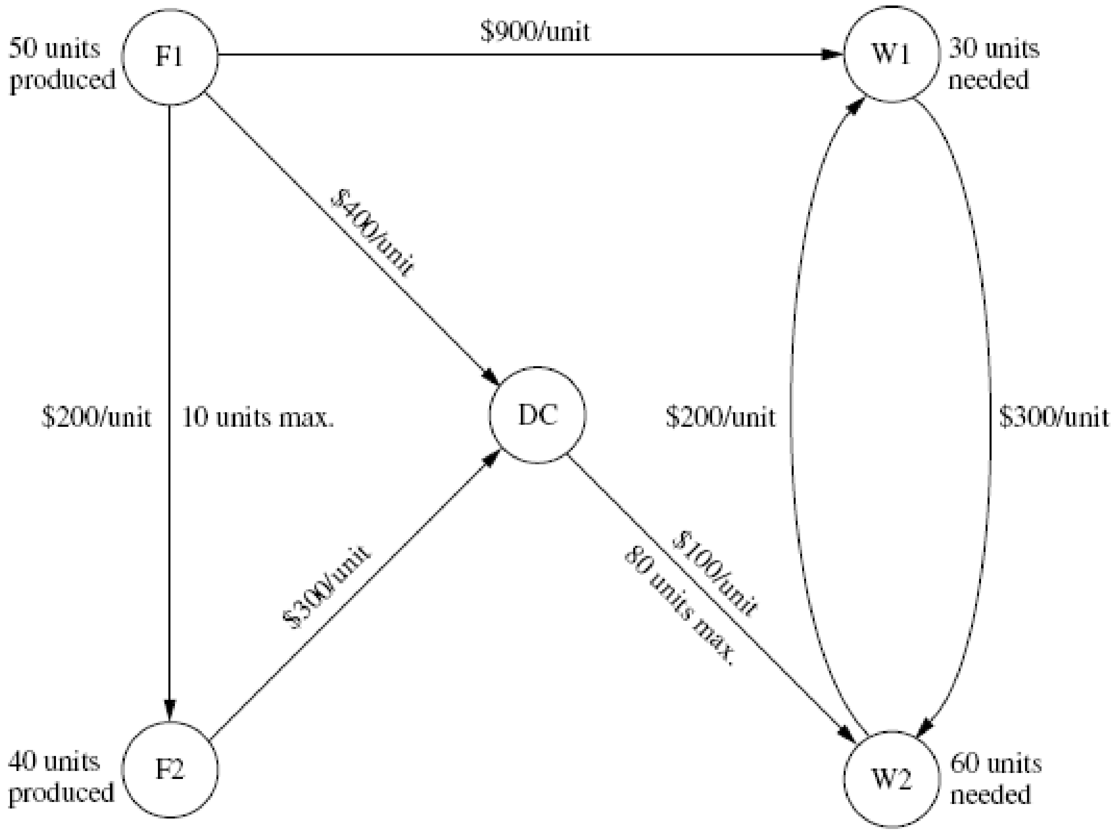
$$0 \le x_{ij} \le u_{ij}, \qquad \text{for each arc } i \rightarrow j.$$

Una condición necesaria para la factibilidad de estos problemas es que:

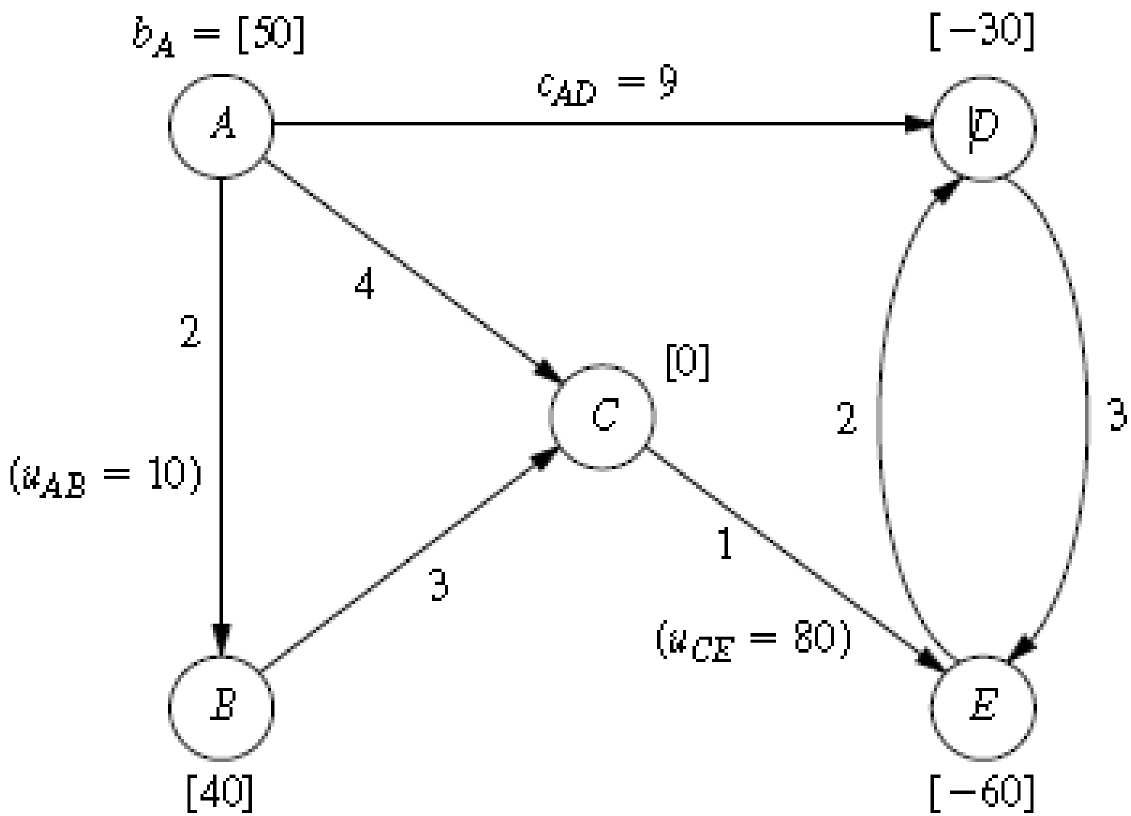
$$\sum_{i=1}^{n} b_i = 0.$$

En otras palabras, el flujo total generado en los nodos de suministro debe ser igual a la demanda total

Ejemplo:



50 units
produced
F1
$900/unit
W1
30 units
needed
$400/unit
$200/unit
10 units max.
DC
$200/unit
$300/unit
$300/unit
$100/unit
80 units max.
40 units
produced
F2
W2
60 units
needed


$b_A = [50]$
$c_{AD} = 9$
$[-30]$
A
D
4
2
$[0]$
C
2
3
$(u_{AB} = 10)$
1
3
$(u_{CE} = 80)$
B
E
$[40]$
$[-60]$

$$\text{Minimize} \quad Z = 2x_{AB} + 4x_{AC} + 9x_{AD} + 3x_{BC} + x_{CE} + 3x_{DE} + 2x_{ED},$$

subject to

$$\begin{aligned}
x_{AB} + x_{AC} + x_{AD} &= 50\\
-x_{AB} + x_{BC} &= 40\\
-x_{AC} - x_{BC} + x_{CE} &= 0\\
-x_{AD} + x_{DE} - x_{ED} &= -30\\
-x_{CE} - x_{DE} + x_{ED} &= -60
\end{aligned}$$

and

$$x_{AB} \leq 10, \qquad x_{CE} \leq 80, \qquad \text{all } x_{ij} \geq 0.$$

MPL formulation and solution

```
minimize

        Flowcost=2AB+4AC+9AD+3BC+CE+DE+2ED

subject to
        AB+AC+AD = 50;
        -AB + BC = 40;
        -AC-BC+CE = 0;
        -AD+DE-ED = -30;
        -CE-DE+ED=-60;
        AB<=10;
        CE<=80;
integer
        AB AC AD BC CE DE ED;
end
```

```
Optimal integer solution found

 MIN Flowcost =        490.0000

DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES
```

Variable Name	Activity	Reduced Cost
AB	0.0000	2.0000
AC	40.0000	4.0000
AD	10.0000	9.0000
BC	40.0000	3.0000
CE	80.0000	1.0000
DE	0.0000	1.0000
ED	20.0000	2.0000

Constraint Name	Slack	Shadow Price
c1	0.0000	0.0000
c2	0.0000	0.0000
c3	0.0000	0.0000
c4	0.0000	0.0000
c5	0.0000	0.0000
c6	10.0000	0.0000
c7	0.0000	0.0000

Row \ Col	ab	ac	ad	bc	ce	cd	ed	de	av	RHS
c1	1	1	1							50
c2	-1	1								40
c3		-1		-1	1					0
c4			-1				-1	1		-30
c5					-1		1	-1		-60
c6									1	10
c7					1					80
Z	2	4	9	3	1	1	2	0	0	

	XAB	XAC	XAD	XBC	XCE	XDE	XED		RHS	Equation form
Minimize	2	4	9	3	1	2	2			Min 2XAB + 4XAC + ...
Nodo A	1	1	1	0	0	0	0	=	50	XAB + XAC + XAD = 50
Nodo B	-1	0	0	1	0	0	0	=	40	- XAB + XBC = 40
Nodo C	0	-1	0	-1	1	0	0	=	0	- XAC - XBC + XCE = 0
Nodo D	0	0	1	0	0	-1	1	=	30	XAD - XDE + XED = 30
Nodo E	0	0	0	0	1	1	-1	=	60	XCE + XDE - XED = 60
Arco AB	0	0	0	0	0	0	0	<=	10	<= 10
Arco CE	1	0	0	0	1	0	0	<=	80	XAB + XCE <= 80

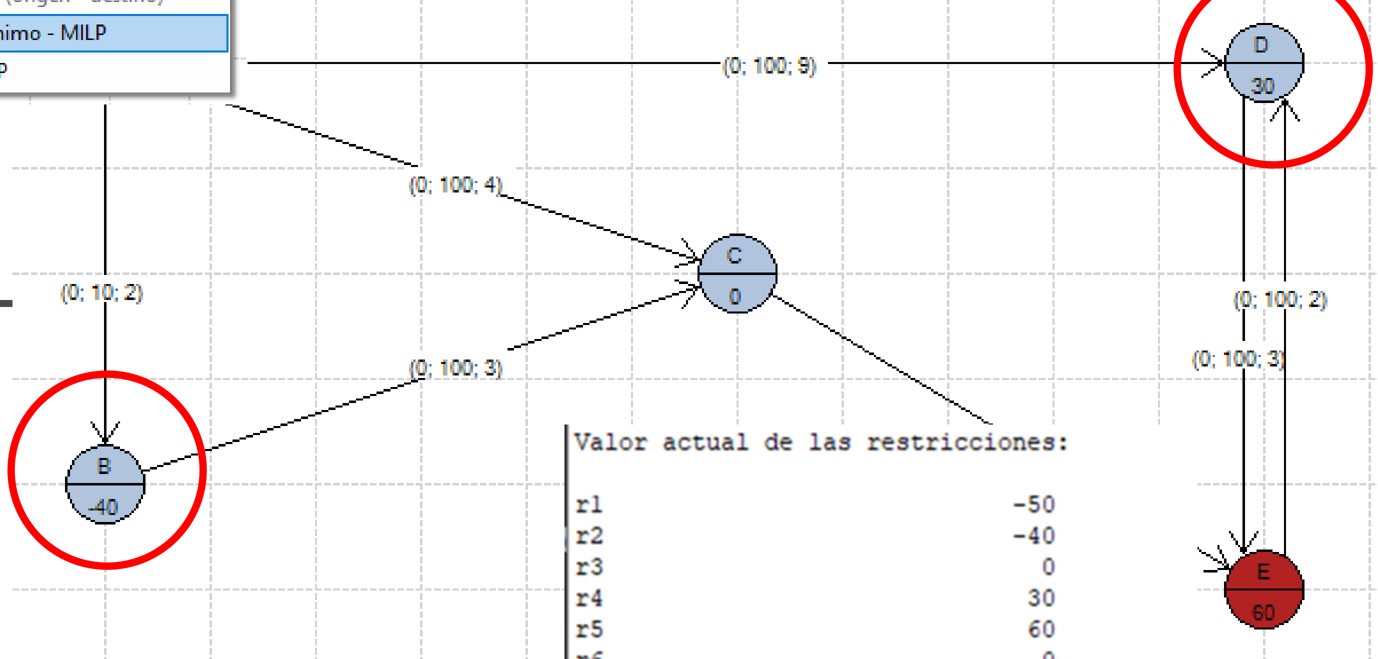
(untitled) Solution

	XAB	XAC	XAD	XBC	XCE	XDE	XED		RHS	Dual
Minimize	2	4	9	3	1	2	2			
Nodo A	1	1	1	0	0	0	0	=	50	-7
Nodo B	-1	0	0	1	0	0	0	=	40	-6
Nodo C	0	-1	0	-1	1	0	0	=	0	-3
Nodo D	0	0	1	0	0	-1	1	=	30	-2
Nodo E	0	0	0	0	1	1	-1	=	60	0
Arco AB	0	0	0	0	0	0	0	<=	10	0
Arco CE	1	0	0	0	1	0	0	<=	80	2
Solution	0	40	10	40	80	0	20		490	

Variable	Status	Value
XAB	NONB...	0
XAC	Basic	40
XAD	Basic	10
XBC	Basic	40
XCE	Basic	80
XDE	NONB...	0
XED	Basic	20
artfcl 1	NONB...	0
artfcl 2	NONB...	0
artfcl 3	NONB...	0
artfcl 4	NONB...	0
artfcl 5	Basic	0
slack 6	Basic	10
slack 7	NONB...	0
Optimal Value (Z)		490

Variable	Value	Reduced ...	Original Val	Lower Bou...	Upper Bou...
XAB	0	3	2	-1	Infinity
XAC	40	0	4	-Infinity	5.5
XAD	10	0	9	7	Infinity
XBC	40	0	3	0	Infinity
XCE	80	0	1	-Infinity	3
XDE	0	4	2	-2	Infinity
XED	20	0	2	-2	4
	Dual Value	Slack/Surp...	Original Val	Lower Bou...	Upper Bou...
Nodo A	-7	0	50	40	50
Nodo B	-6	0	40	30	40
Nodo C	-3	0	0	-10	0
Nodo D	-2	0	30	30	Infinity
Nodo E	0	0	60	60	Infinity
Arco AB	0	10	10	0	Infinity
Arco CE	2	0	80	60	90

Flujo máximo - Alg. FordFulkerson (origen - destino)
Transbordo equilibrado a coste mínimo - MILP
Localización a coste mínimo - MILP



SOLUCION OPTIMA ENCONTRADA

Valor de la función objetivo = 490.00000000

Valor actual de las variables:

x_0_1:: A --> B =	0
x_0_3:: A --> D =	10
x_0_2:: A --> C =	40
x_1_2:: B --> C =	40
x_2_4:: C --> E =	80
x_3_4:: D --> E =	0
x_4_3:: E --> D =	20

Valor actual de las restricciones:

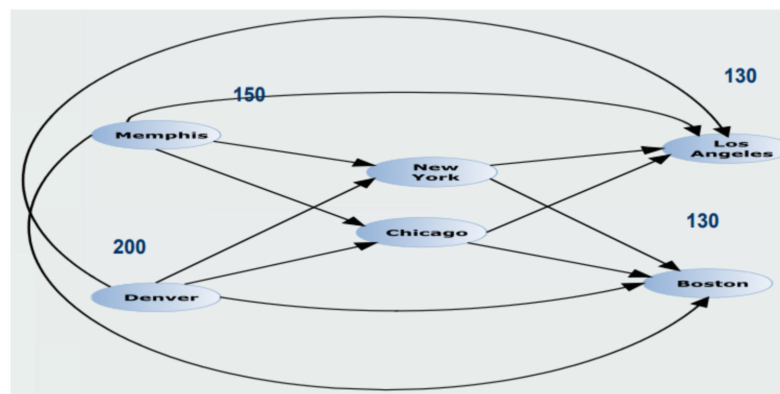
r1	-50
r2	-40
r3	0
r4	30
r5	60
r6	0
r7	0
r8	10
r9	10
r10	40
r11	40
r12	40
r13	40
r14	80
r15	80
r16	0
r17	0
r18	20
r19	20
r20	0
r21	10
r22	40
r23	40
r24	80
r25	0
r26	20

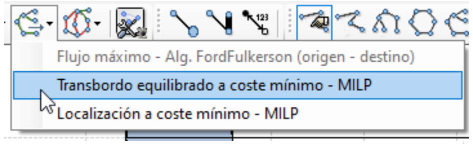
Una fábrica posee dos plantas de manufactura, una en Memphis y otra en Denver.

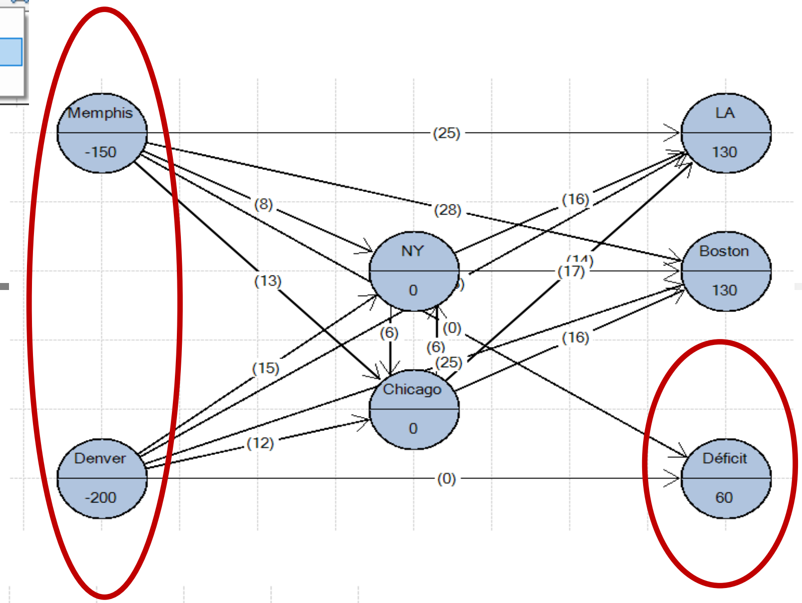
La planta de Memphis puede producir hasta 150 unidades al día, la de Denver hasta 200 unidades al día. Los productos son enviados por avión a Los Ángeles y Boston. En ambas ciudades, se requieren 130 unidades diarias. Existe una posibilidad de reducir costos enviando algunos productos en primer lugar a New York o a Chicago y luego a sus destinos finales. La fábrica desea satisfacer la demanda, minimizando el costo total de envío.

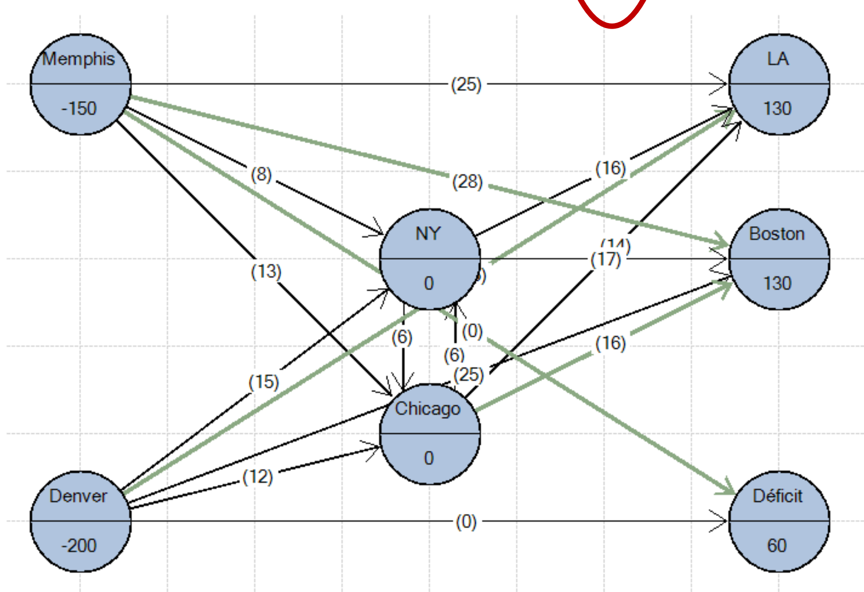
En este problemas, Memphis y Denver son puntos de oferta de 150 y 200 unidades respectivamente. New York y Chicago son puntos de transbordo. Los Ángeles y Boston son puntos de demanda de 130 unidades cada uno. Los costos unitarios de cada tramo factible se ilustran en la siguiente tabla:

Desde \ Hacía	Memphis	Denver	N.Y.	Chicago	L.A.	Boston
Memphis	0	-	8	13	25	28
Denver	-	0	15	12	26	25
N.Y.	-	-	0	6	16	17
Chicago	-	-	6	0	14	16
L.A.	-	-	-	-	0	-
Boston	-	-	-	-	-	0










```
Valor de la función objetivo = 6370.00000000

Valor actual de las variables:

x_0_2:: Memphis --> NY =        130
x_1_2:: Denver --> NY =          0
x_3_2:: Chicago --> NY =          0
x_0_3:: Memphis --> Chicago =          0
x_1_3:: Denver --> Chicago =          0
x_2_3:: NY --> Chicago =          0
x_0_4:: Memphis --> LA =          0
x_1_4:: Denver --> LA =          0
x_2_4:: NY --> LA =        130
x_3_4:: Chicago --> LA =          0
x_0_5:: Memphis --> Boston =          0
x_1_5:: Denver --> Boston =        130
x_2_5:: NY --> Boston =          0
x_3_5:: Chicago --> Boston =          0
x_0_6:: Memphis --> Déficit =         20
x_1_6:: Denver --> Déficit =         40
```

	NY	Chicago	LA	Boston	SUPPLY
Memphis	8	13	25	28	150
Denver	15	12	26	25	200
NY	0	6	16	17	350
Chicago	6	0	14	16	350
DEMAND	350	350	130	130	

solution value = $6370	NY	Chicago	LA	Boston	Dummy
Memphis	130				20
Denver		0		130	70
NY	220		130		
Chicago		350			

	NY	Chicago	LA	Boston	Dummy
Memphis	130/$1040				20/$0
Denver		0/$0		130/$3250	70/$0
NY	220/$0		130/$2080		
Chicago		350/$0			

El problema de Asignación

El problema de asignación

- Supóngase que se tienen n centros de trabajo y n posibles asignaciones, cada una de las cuales puede ser realizada por cualquiera de los n centros de trabajo.
- Supóngase además que existe un costo asociado $c_{i,j}$ que resulta de asignar un trabajo i a un centro de trabajo j.
- En este caso, la asignación de cada trabajo se realizará solamente a un solo centro de tal manera que el costo total de la asignación de los trabajos sea mínimo.

Formulación general

$$\min . Z = \sum_{i} \sum_{j} C_{i,j} X_{i,j}$$

s.a. :

$$\sum_{i} X_{i,j} = 1 \quad \forall\, j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{j} X_{i,j} = 1 \quad \forall\, i = 1, 2, \ldots, n$$

$$X_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si trabajo i se asigna a centro j} \\ 0 & \text{otra cosa} \end{cases}$$

Solución

- Método fila columna – o método Húngaro
- Método SIMPLEX o programación entera binaria

El Método Húngaro

- La más conocida técnica de solución para el problema de asignación pura es el método húngaro, desarrollado a partir de los trabajos de Köning y Egerváry en 1916
- Es un algoritmo de optimización combinatoria que resuelve el problema en tiempo polinomial.
- Fue desarrollado y publicado por Harold Kuhn en 1955. Es por esto que se le conoce también como el algoritmo de Kuhn-Munkres o el algoritmo de asignación de Munkres
- Este método utiliza la propiedad de reducción de matrices para reducir la matriz original de costo, hasta que los costos c_{ij} asociados con la asignación óptima, sean cero y todos los otros costos sean no negativos.

Coefficientes de costos del problema

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} = C$$

Ejemplo

- La administración de cierto restaurante ha decidido dirigir diferentes clientes a diferentes áreas de servicio. La administración sabe que las diferentes combinaciones de cliente/mesero hacen variar los costos de servicio a causa de las características del cliente y las habilidades de los diferentes meseros. A continuación se tiene la información de costos por cliente y mesero:

Costo por mesero

	Costo de Meseros		
Cliente	1	2	3
1	12.90	11.90	12.10
2	15.30	15.50	14.30
3	11.90	13.90	13.00

One formulation in MPL

```
title assignment;
index
   customer:=1..3;
   server:=1..3;
data
   cost[customer,server]:=(  12.90       11.9     12.1
                             15.3        15.5     14.3
                             11.9        13.9     13 );

variable
        x[customer, server];
macro
        totalcost:=sum(customer, server: cost*x);

model
        min totalcost;
subject to

        customers[customer]:sum(server: x) = 1;
        servers[server]:sum(customer: x) = 1;
binary
        x;
end
```

Solución

View File: assignment_engl.sol

SOLUTION RESULT

Optimal integer solution found

MIN Z = 38.1000

MACROS

Macro Name	Values
totalcost	38.1000

View File: assignment_engl.sol

CONSTRAINTS

CONSTRAINT custservice[customer] :

customer	Slack	Shadow Price
Customer1	0.0000	11.9000
Customer2	0.0000	14.3000
Customer3	0.0000	11.9000

CONSTRAINT custserver[server] :

server	Slack	Shadow Price
Server1	0.0000	0.0000
Server2	0.0000	0.0000
Server3	0.0000	0.0000

View File: assignment_engl.sol

VARIABLE x[customer,server] :

customer	server	Activity	Reduced Cost
Customer1	Server1	0.0000	1.0000
Customer1	Server2	1.0000	0.0000
Customer1	Server3	0.0000	0.2000
Customer2	Server1	0.0000	1.0000
Customer2	Server2	0.0000	1.2000
Customer2	Server3	1.0000	0.0000
Customer3	Server1	1.0000	0.0000
Customer3	Server2	0.0000	2.0000
Customer3	Server3	0.0000	1.1000

Matriz de no-ceros en MPL

Graph of Matrix: Assignment

Matrix Nonzero Elements

Row \ Col	xCusSer	xCusSer	xCusSer	xCusSer	xCusSer	xCusSer	xCusSer	xCusSer	xCusSer	RHS
custsCus	1	1	1							1
custsCus				1	1	1				1
custsCus							1	1	1	1
custsSer	1			1			1			1
custsSer		1			1			1		1
custsSer			1			1			1	1
Z	12.9	11.9	12.1	15.3	15.5	14.3	11.9	13.9	13	

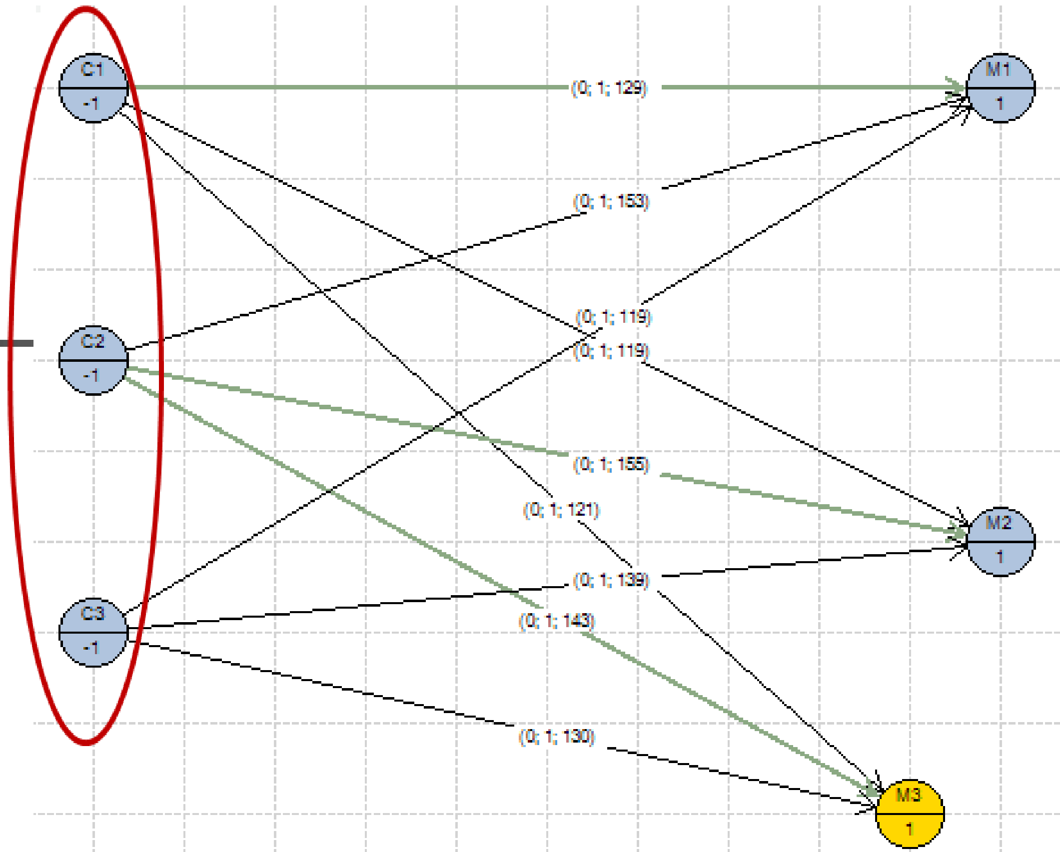
	Mesero 1	Mesero 2	Mesero 3
Cliente 1	12.9	11.9	12.1
Cliente 2	15.3	15.5	14.3
Cliente 3	11.9	13.9	13

Assignment Results

(untitled) Solution

Optimal solution value = 38.1	Mesero 1	Mesero 2	Mesero 3
Cliente 1	12.9	Assign 11.9	12.1
Cliente 2	15.3	15.5	Assign 14.3
Cliente 3	Assign 11.9	13.9	13

JOB	Assigned to	Cost
Cliente 1	Mesero 2	11.9
Cliente 2	Mesero 3	14.3
Cliente 3	Mesero 1	11.9
Total		38.1




```
Valor de la función objetivo = 381.00000000

Valor actual de las variables:

x_0_3:: C1 --> M1 =          0
x_0_4:: C1 --> M2 =          1
x_0_5:: C1 --> M3 =          0
x_1_3:: C2 --> M1 =          0
x_1_4:: C2 --> M2 =          0
x_1_5:: C2 --> M3 =          1
x_2_3:: C3 --> M1 =          1
x_2_4:: C3 --> M2 =          0
x_2_5:: C3 --> M3 =          0
```

Prentice Hall, Inc., un editor con sede en New Jersey, desea asignar a tres graduados universitarios recién contratados, Jones, Smith y Wilson a distritos de ventas regionales en Omaha, Dallas y Miami.

No obstante, la empresa también tiene un puesto en Nueva York y mandaría a uno de los tres, si fuera más económico que moverlo a Omaha, Dallas o Miami.

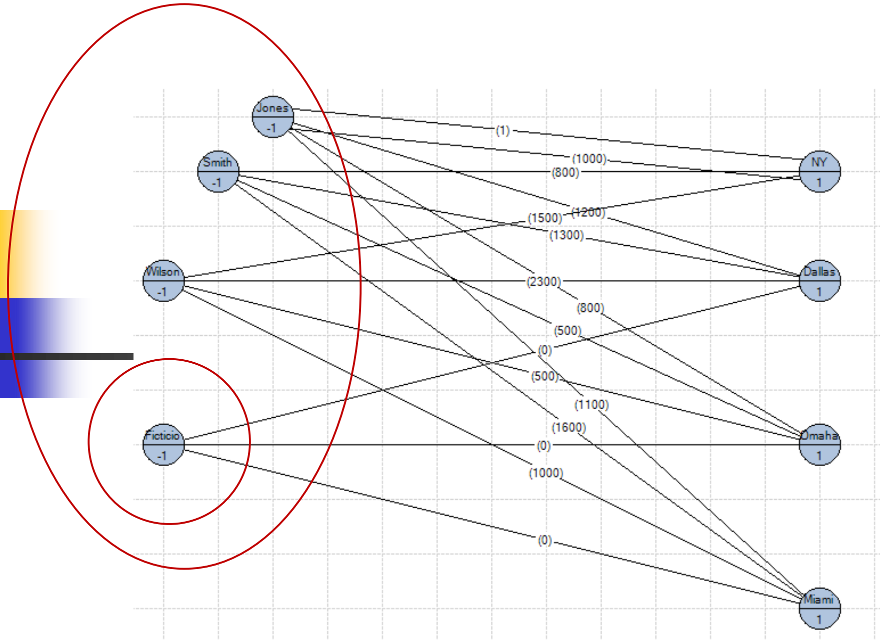
Le costaría $1,000 reasignar a Jones a Nueva York, $800 reasignar a Smith ahí y $1,500 mover a Wilson. ¿Cuál es la asignación óptima de personal a las oficinas?

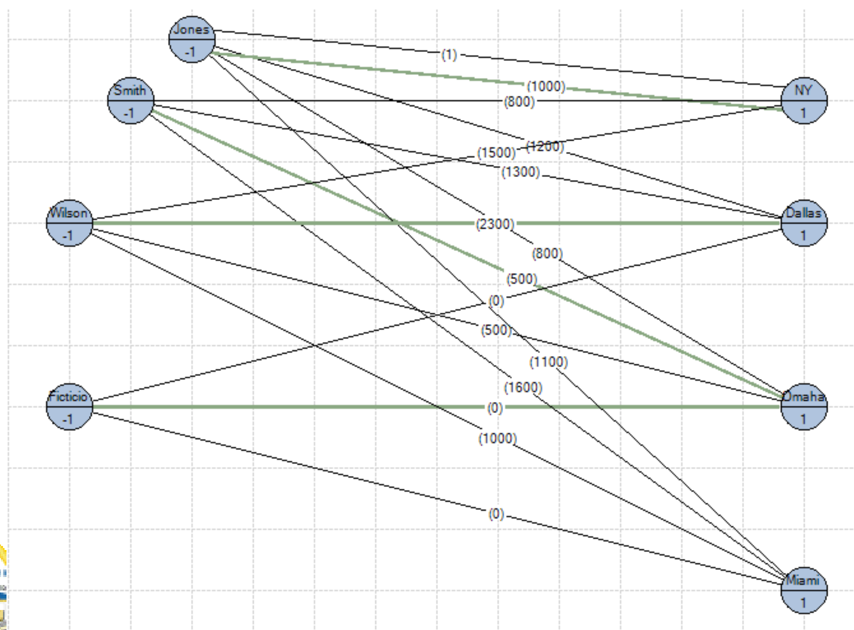
OFICINA / CONTRATADO	OMAHA	MIAMI	DALLAS	NUEVA YORK
JONES	$800	$1,100	$1,200	$1,000
SMITH	$500	$1,600	$1,300	$800
WILSON	$500	$1,000	$2,300	$1,500
FICTICIO	0	0	0	0

	Omaha	Miami	Dallas	NY
Jones	800	1,100	1,200	1000
Smith	500	1,600	1,300	800
Wilson	500	1,000	2,300	1,500

Optimal solution value = 2,400	Omaha	Miami	Dallas	NY
Jones	800	Assign 1,1...	1,200	1,000
Smith	500	1,600	1,300	Assign 800
Wilson	Assign 500	1,000	2,300	1,500
Dummy	0	0	Assign 0	0

JOB	Assigned to	Cost
Jones	Miami	1,100
Smith	NY	800
Wilson	Omaha	500
Total		2,400






```
Valor de la función objetivo = 2400.00000000

Valor actual de las variables:

x_7_0:: NY --> Jones =            0
x_0_4:: Jones --> Omaha =            0
x_1_4:: Smith --> Omaha =            0
x_2_4:: Wilson --> Omaha =            1
x_3_4:: Ficticio --> Omaha =            0
x_0_5:: Jones --> Miami =            1
x_1_5:: Smith --> Miami =            0
x_2_5:: Wilson --> Miami =            0
x_3_5:: Ficticio --> Miami =            0
x_0_6:: Jones --> Dallas =            0
x_1_6:: Smith --> Dallas =            0
x_2_6:: Wilson --> Dallas =            0
x_3_6:: Ficticio --> Dallas =            1
x_0_7:: Jones --> NY =            0
x_1_7:: Smith --> NY =            1
x_2_7:: Wilson --> NY =            0
```

El problema de transporte

El Problema de Transporte

- Busca optimizar la satisfacción de demandas de destinos a través de oferta de orígenes.
- Se optimiza en base a:
  - Distancias
  - Tiempos
  - Costos

Objetivo

- Su objetivo es el de analizar la manera óptima de distribuir un producto desde un grupo de orígenes o centros de suministros a un grupo de centros de recibo o destinos de tal manera que se minimice el costo total de la política.
- Cada fuente tiene cierta capacidad de suministro a ser distribuida, mientras que cada destino tiene cierta capacidad de demanda a ser satisfecha.

Supuestos:

- **El Supuesto de los requerimientos:** debe existir un balance entre todo el suministro **s** de las diferentes fuentes y la demanda total **d** de los destinos.
- **La propiedad de la solución factible:** en el problema de trasnporte habrá una solución factible sí y solo sí $\Sigma s = \Sigma d$
- **El supuesto de costso:** el costo de distribuir unidades de cualquier fuente a cualquier destino es directamente proporcional al número de productos distribuídos.
- **El modelo:** cualquier problema puede ser visto como este caso si puede ser descrito completamente en términos de una tabla de parámetros que satisfaga tanto el supuesto de los requirimientos como el de los costos.

Descripción

- Un conjunto A de m puntos de origen de donde un bien es enviado. El punto *i* puede suministrar hasta s_i unidades.
- Un conjunto de n puntos de demanda donde llega un bien. Los puntos de demanda *j* pueden recibir por lo menos d_j bienes.
- Cada unidad enviada del punto *i* al punto *j* incurre en un costo unitario cij.

Tabla de parámetros.

		Cost per Unit Distributed				
		Destination				
		1	2	...	n	Supply
Source	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}	s_1
	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}	s_2
	⋮					⋮
	m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mn}	s_m
Demand		d_1	d_2	...	d_n	

Formulación general

$$\min \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=1}^{j=n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{j=n} x_{ij} \leq s_i \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \qquad \text{(Supply constraints)}$$

$$\sum_{i=1}^{i=m} x_{ij} \geq d_j \quad (j = 1, 2, \ldots, n) \qquad \text{(Demand constraints)}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n)$$

If $\sum_{i=1}^{i=m} s_i = \sum_{j=1}^{j=n} d_j$ Será un problema balanceado

La formulación general para el problema balanceado

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij},$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = s_i \quad \text{for } i = 1, 2, \ldots, m,$$

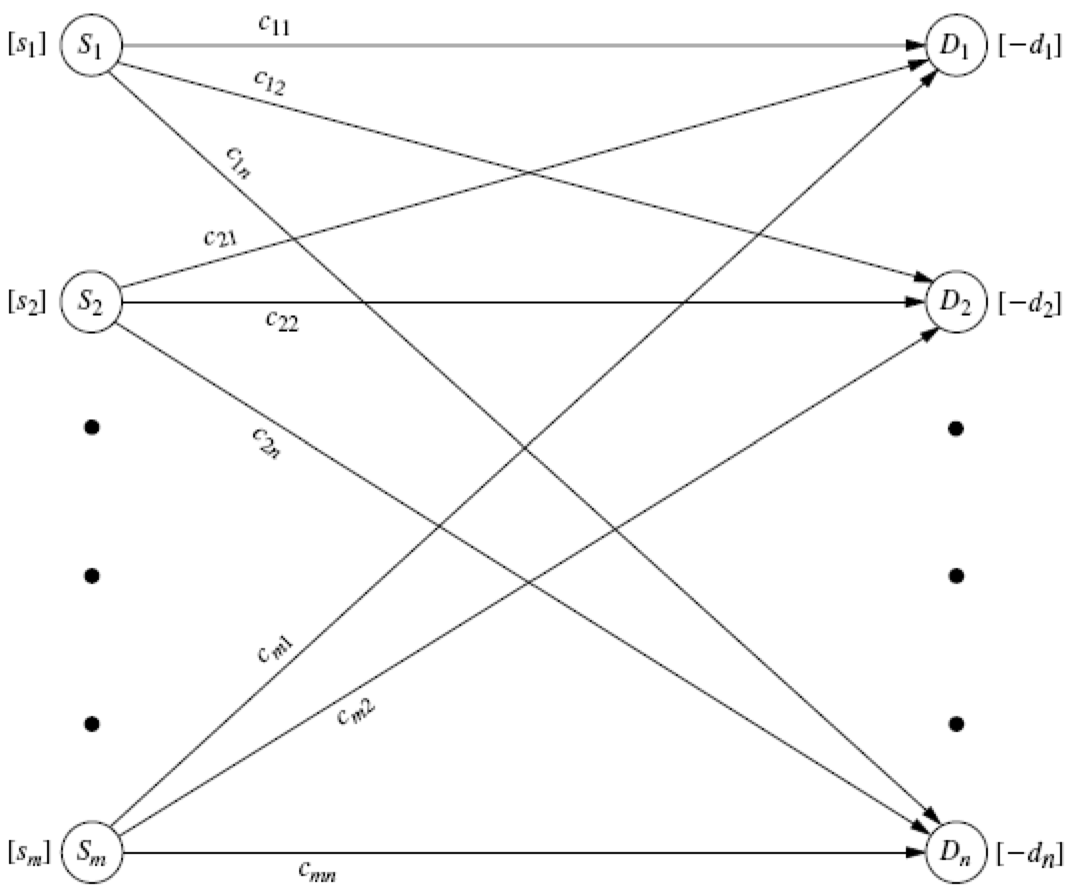
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \quad \text{for } j = 1, 2, \ldots, n,$$

and

$$x_{ij} \geq 0, \quad \text{for all } i \text{ and } j.$$

El requerimiento es que la demanda sea igual a la oferta. De otra manera habrá que crear puntos de oferta o demanda ficticios.

Representación de la red



Solution

- Método simplex
- Algoritmo de transporte
  - Tableau inicial
  - Solución
  - Prueba de optimalidad
  - Redistribución de envios

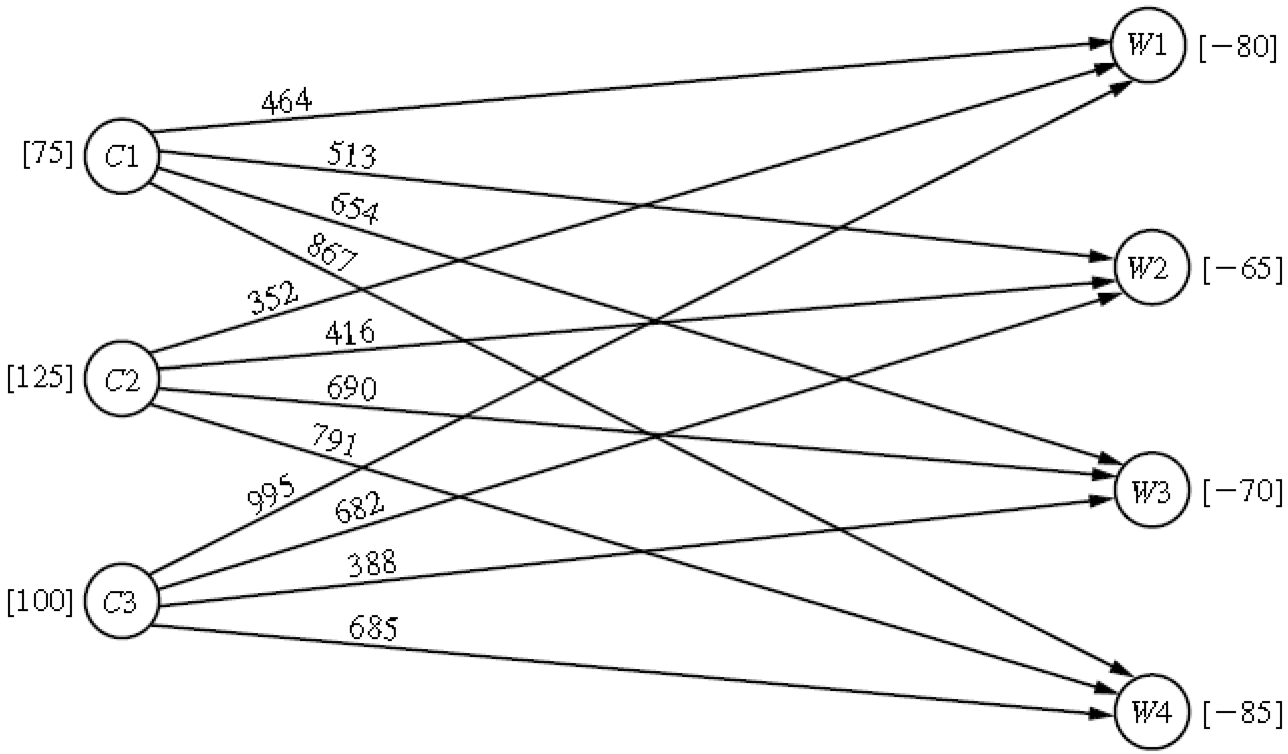
Ejemplo: Se tiene la siguiente red de distribución (Hillier)

		Shipping Cost ($) per Truckload				
		Warehouse				
		1	2	3	4	Output
Cannery	1	464	513	654	867	75
	2	352	416	690	791	125
	3	995	682	388	685	100
Allocation		80	65	70	85	

Es necesario encontrar la política óptima de transporte

Solución

La red del sistema



Las ecuaciones

Minimize $Z = 464x_{11} + 513x_{12} + 654x_{13} + 867x_{14} + 352x_{21} + 416x_{22} + 690x_{23} + 791x_{24} + 995x_{31} + 682x_{32} + 388x_{33} + 685x_{34},$

subject to the constraints

$$
\begin{array}{llllllllllllll}
x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} & & & = & 75 \\
& x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} & & = & 125 \\
& & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} & = & 100 \\
x_{11} & + x_{21} & + x_{31} & = & 80 \\
\quad x_{12} & \quad + x_{22} & \quad + x_{32} & = & 65 \\
\qquad x_{13} & \qquad + x_{23} & \qquad + x_{33} & = & 70 \\
\qquad\quad x_{14} & \qquad\quad + x_{24} & \qquad\quad + x_{34} & = & 85
\end{array}
$$

and

$$x_{ij} \geq 0 \qquad (i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, 3, 4).$$

Matrix Nonzero Elements

Row \ Col	ShipC1W1	ShipC1W2	ShipC1W3	ShipC1W4	ShipC2W1	ShipC2W2	ShipC2W3	ShipC2W4	ShipC3W1	ShipC3W2	ShipC3W3	ShipC3W4	RHS
OutputC1	1	1	1	1									75
OutputC2					1	1	1	1					125
OutputC3									1	1	1	1	100
AllocaW1	1				1				1				80
AllocaW2		1				1				1			65
AllocaW3			1				1				1		70
AllocaW4				1				1				1	85
TotalCos	464	513	654	867	352	416	690	791	995	682	388	685	

Solución: una formulación MPL

```
   {  Expml8.1-1_P&TComp.mpl  }

   {  Hillier and Lieberman, Introduction to Operations Research, 8th ed.  }

   {  Chapter 8.1,  Example 1, Transportation, Size 7x12, Page 321  }


TITLE
   P&TCompany;

INDEX
   cannery := (C1, C2, C3);
   warehouse := (W1, W2, W3, W4);

DATA
   ShipCost[cannery, warehouse] := (464, 513, 654, 867,
                                    352, 416, 690, 791,
                                    995, 682, 388, 685);
   Supply[cannery] := (75,125,100);
   Demand[warehouse] := (80, 65, 70, 85);

VARIABLE
   Ship[cannery, warehouse];

MODEL
   MIN TotalCost = SUM(cannery, warehouse: ShipCost * Ship);

SUBJECT TO
   Output[cannery] : SUM(warehouse: Ship) = Supply;
   Allocation[warehouse] : SUM(cannery : Ship) = Demand;

END
```

Solución: variables

```
SOLUTION RESULT

  Optimal solution found

    MIN TotalCost        =      152535.0000


DECISION VARIABLES

VARIABLE Ship[cannery,warehouse] :
```

cannery	warehouse	Activity	Reduced Cost
C1	W1	0.0000	15.0000
C1	W2	20.0000	0.0000
C1	W3	0.0000	84.0000
C1	W4	55.0000	0.0000
C2	W1	80.0000	0.0000
C2	W2	45.0000	0.0000
C2	W3	0.0000	217.0000
C2	W4	0.0000	21.0000
C3	W1	0.0000	728.0000
C3	W2	0.0000	351.0000
C3	W3	70.0000	0.0000
C3	W4	30.0000	0.0000

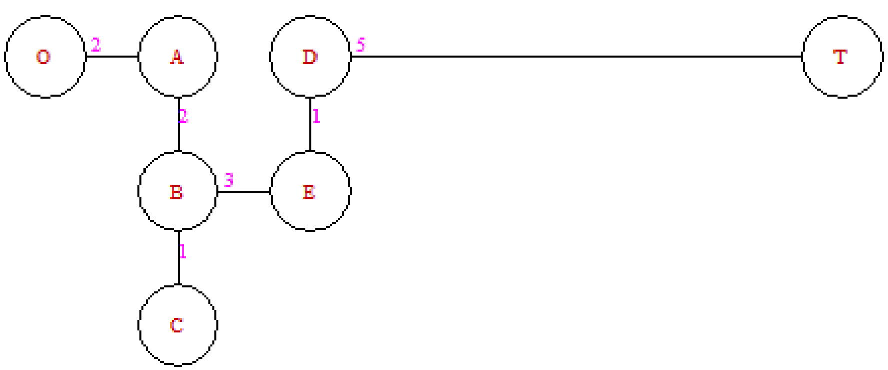
Solución: restricciones

```
CONSTRAINTS

CONSTRAINT Output[cannery] :

  cannery                   Slack      Shadow Price
 ----------------------------------------------
  C1                      0.0000          570.0000
  C2                      0.0000          473.0000
  C3                      0.0000          388.0000
 ----------------------------------------------


CONSTRAINT Allocation[warehouse] :

  warehouse                   Slack      Shadow Price
 ------------------------------------------------
  W1                        0.0000         -121.0000
  W2                        0.0000          -57.0000
  W3                        0.0000            0.0000
  W4                        0.0000          297.0000
 ------------------------------------------------
```

Formulación y solución en MPL

```
minimize

        minspanning=2OA+5OB+4OC+2AB+7AD+4BD+3BE+BC+4CE+5DT+7ET+DE;

SUBJECT TO

        OA+OB+OC+AD+AB+BD+BE+BC+CE+DT+ET+DE=6;
        OA+OB+OC>=1;
        OA+AB+AD>=1;
        OB+AB+BD+BE+BC>=1;
        OC+BC+CE>=1;
        AD+BD+DE+DT>=1;
        DE+BE+CE+ET>=1;
        DT+ET>=1;

BINARY
        OA OB OC AD AB BD BE BC CE DT ET DE;
END
```

```
MIN minspann =          14.0000


DECISION VARIABLES


PLAIN VARIABLES

   Variable Name                    Activity
  ------------------------------------------
   OA                                1.0000
   OB                                0.0000
   OC                                0.0000
   AB                                1.0000
   AD                                0.0000
   BD                                0.0000
   BE                                1.0000
   BC                                1.0000
   CE                                0.0000
   DT                                1.0000
   ET                                0.0000
   DE                                1.0000
```



	Destinatio...	Destinatio...	Destinatio...	Destinatio...	SUPPLY
1	464	513	654	867	75
2	352	416	690	791	125
3	995	682	388	685	100
DEMAND	80	65	70	85	

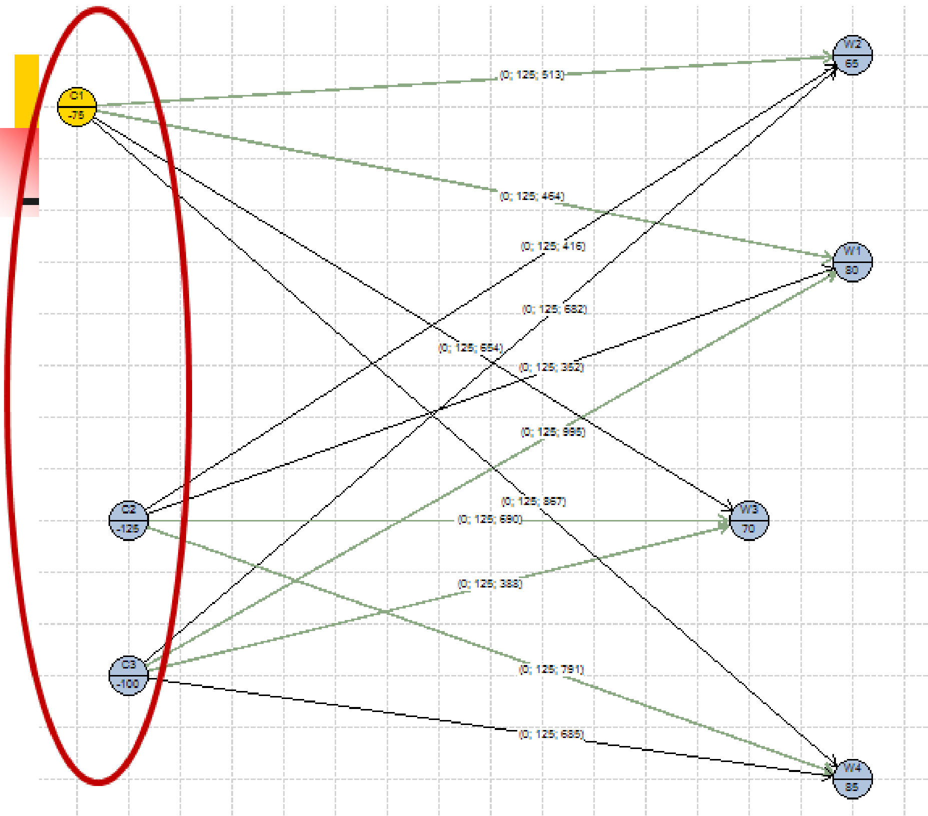
(untitled) Solution

solution value = $152535	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4
1		20		55
2	80	45		
3			70	30

(untitled) Solution

	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4
1		20/$10260		55/$47685
2	80/$28160	45/$18720		
3			70/$27160	30/$20550

From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
1	Destination 2	20	513	10260
1	Destination 4	55	867	47685
2	Destination 1	80	352	28160
2	Destination 2	45	416	18720
3	Destination 3	70	388	27160
3	Destination 4	30	685	20550




```
Valor de la función objetivo = 152535.0000

Valor actual de las variables:

x_0_3:: C1 --> W1 =          0
x_1_3:: C2 --> W1 =         80
x_2_3:: C3 --> W1 =          0
x_0_4:: C1 --> W2 =         20
x_1_4:: C2 --> W2 =         45
x_2_4:: C3 --> W2 =          0
x_0_5:: C1 --> W3 =          0
x_1_5:: C2 --> W3 =          0
x_2_5:: C3 --> W3 =         70
x_0_6:: C1 --> W4 =         55
x_1_6:: C2 --> W4 =          0
x_2_6:: C3 --> W4 =         30
```

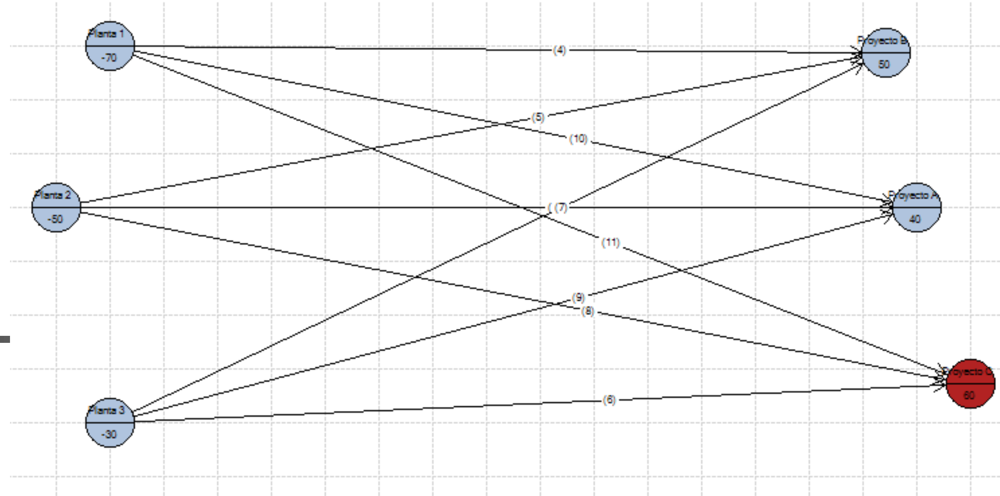
Don Yale, presidente de la compañía Hardrock Concrete, tiene plantas en tres lugares y actualmente trabaja en tres proyectos de construcción importantes, ubicados en sitios diferentes.
El costo de envío por camión cargado de concreto, las capacidades de las plantas y los requerimientos de los proyectos se muestran en la tabla siguiente.

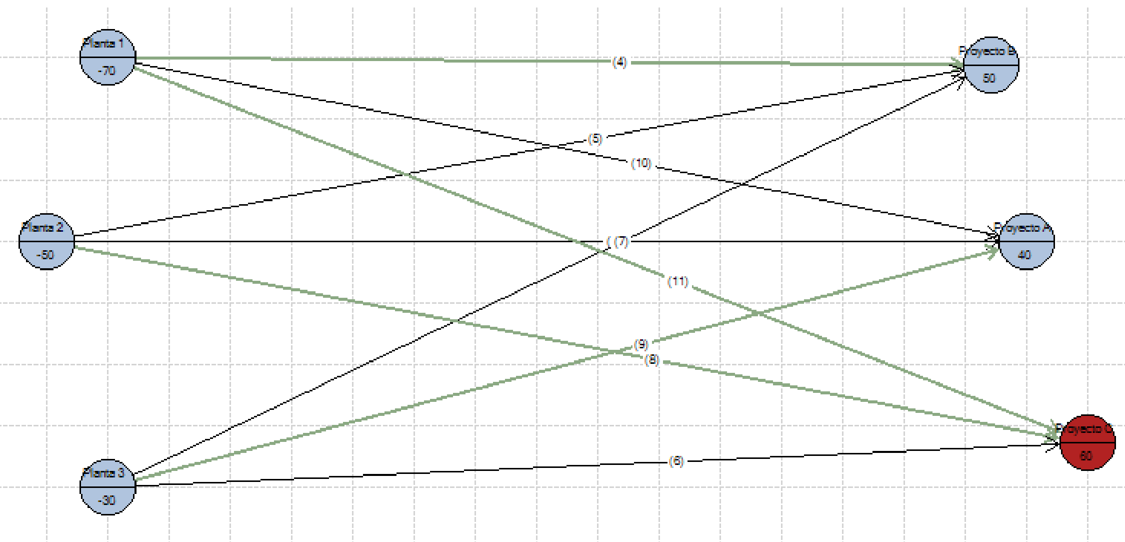
DE \ A	PROYECTO *A*	PROYECTO *B*	PROYECTO *C*	CAPACIDAD DE PLANTA
PLANTA 1	\$10	\$4	\$11	70
PLANTA 2	\$12	\$5	\$8	50
PLANTA 3	\$9	\$7	\$6	30
REQUERIMIENTOS DEL PROYECTO	40	50	60	150

	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Capacidad
Planta 1	10	4	11	70
Planta 2	12	5	8	50
Planta 3	9	7	6	30
Requerimientos	40	50	60	

solution value = $1,040	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
Planta 1	20	50	
Planta 2			50
Planta 3	20		10

From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
Planta 1	Proyecto A	20	10	200
Planta 1	Proyecto B	50	4	200
Planta 2	Proyecto C	50	8	400
Planta 3	Proyecto A	20	9	180
Planta 3	Proyecto C	10	6	60






```
Valor de la función objetivo = 1040.00000000

Valor actual de las variables:

x_0_3:: Planta 1 --> Proyecto A =        40
x_1_3:: Planta 2 --> Proyecto A =         0
x_2_3:: Planta 3 --> Proyecto A =         0
x_0_4:: Planta 1 --> Proyecto B =        30
x_1_4:: Planta 2 --> Proyecto B =        20
x_2_4:: Planta 3 --> Proyecto B =         0
x_0_5:: Planta 1 --> Proyecto C =         0
x_1_5:: Planta 2 --> Proyecto C =        30
x_2_5:: Planta 3 --> Proyecto C =        30
```

El problema de la ruta más corta

- Considera una red NO DIRIGIDA y conectada, con dos nodos llamados origen y destino.
- Asociado con cada arco no dirigido hay una distancia no negativa.
- El objetivo es encontrar la ruta más corta del origen al destino.

Formulación

$$\min \sum_i \sum_j c_{ij}\, x_{ij}$$

Subject to

$$\sum_{arcs\ out} x_{ij} - \sum_{arcs\ in} x_{ij} = 1 \quad \text{Origin Node i}$$

$$\sum_{arcs\ out} x_{ij} - \sum_{arcs\ in} x_{ij} = 0 \quad \text{Intermediate nodes } \forall \text{i,j}$$

$$\sum_{arcs\ in} x_{ij} - \sum_{arcs\ out} x_{ij} = 1 \quad \text{Destination node j}$$

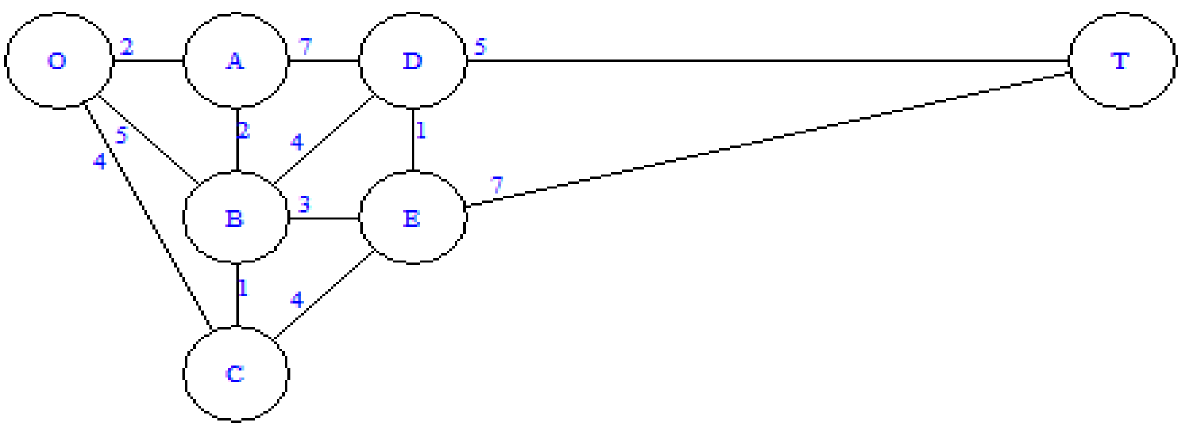
For unacceptable route add a new constraint

$$\sum x_{ij} = 0$$

$$x_{i,j} \begin{cases} 1, if\ edge\ from\ i\ to\ j\ exists \\ 0\ otherwise \end{cases}$$

Ejemplo

From \ To	O	A	B	C	D	E	T
O		2	5	4			
A			2		7		
B				1	4	3	
C						4	
D						1	5
E							7
T							



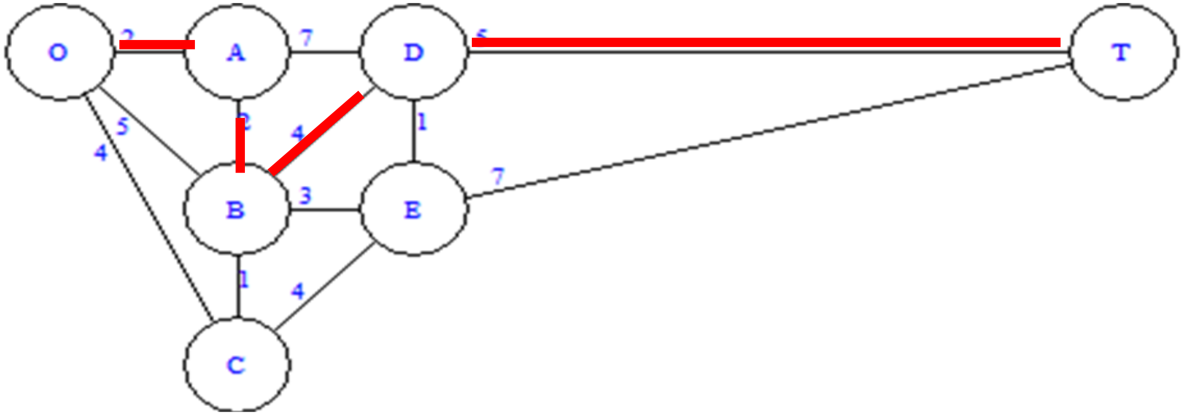
MPL formulation and solution

```
title short_path;
minimize
        path=2OA+5OB+4OC+2AB+7AD+BC+4BD+3BE+4CE+DE+5DT+7ET;
subject to
        OA+OB+OC = 1;
        AD+AB-OA = 0;
        BC+BD+BE-OB-AB = 0;
        CE-BC-OC = 0;
        DT+DE+-AD-BD = 0;
        ET-BE-CE-DE=0;
        DT+DE = 1;
binary
        OA OB OC AB AD BC BD BE CE DE DT ET;
end
```

```
Optimal integer solution found

  MIN path            =         13.0000

DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

  Variable Name                Activity     Reduced Cost
------------------------------------------------------
  OA                             1.0000           2.0000
  OB                             0.0000           5.0000
  OC                             0.0000           4.0000
  AB                             1.0000           2.0000
  AD                             0.0000           7.0000
  BC                             0.0000           1.0000
  BD                             1.0000           4.0000
  BE                             0.0000           3.0000
  CE                             0.0000           4.0000
  DE                             0.0000           1.0000
  DT                             1.0000           5.0000
  ET                             0.0000           7.0000
------------------------------------------------------
```

```
CONSTRAINTS

PLAIN CONSTRAINTS

  Constraint Name                  Slack     Shadow Price
------------------------------------------------------
  c1                              0.0000           0.0000
  c2                              0.0000           0.0000
  c3                              0.0000           0.0000
  c4                              0.0000           0.0000
  c5                              0.0000           0.0000
  c6                              0.0000           0.0000
  c7                              0.0000           0.0000
------------------------------------------------------
```

From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
O	A	2	2
A	B	2	4
B	D	4	8
D	T	5	13
From O	To T	=	13



Network type

- (•) Undirected
- ( ) Directed

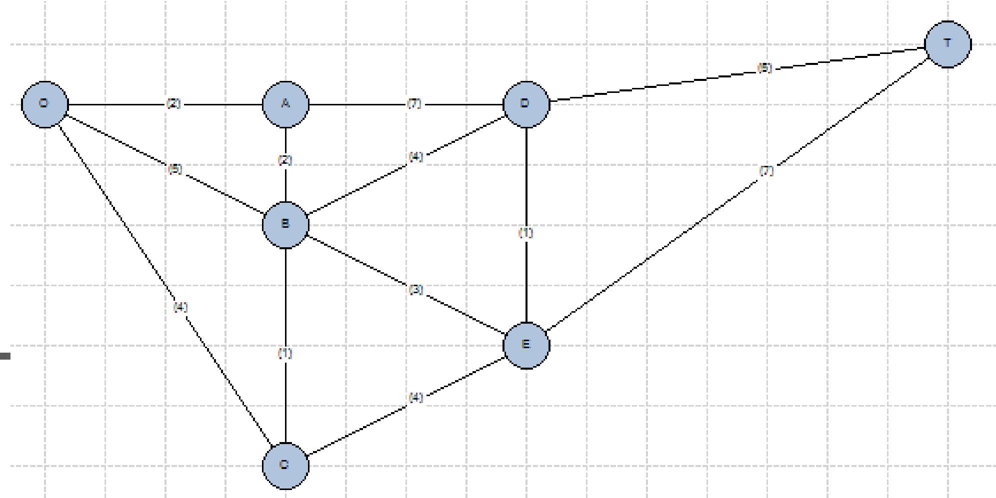
Origin: 1

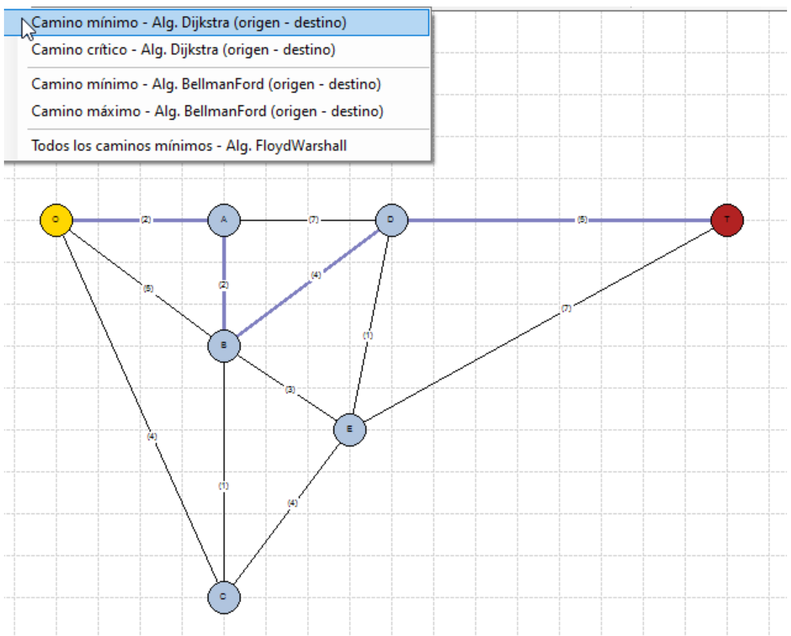
Destination: 7

(untitled)

	Start node	End node	Distance
OA	1	2	2
OB	1	3	5
OC	1	4	4
AB	2	3	2
AD	2	5	7
BD	3	5	4
BC	3	4	1
BE	3	6	3
CE	4	6	4
DE	5	6	1
DT	5	7	5
ET	6	7	7

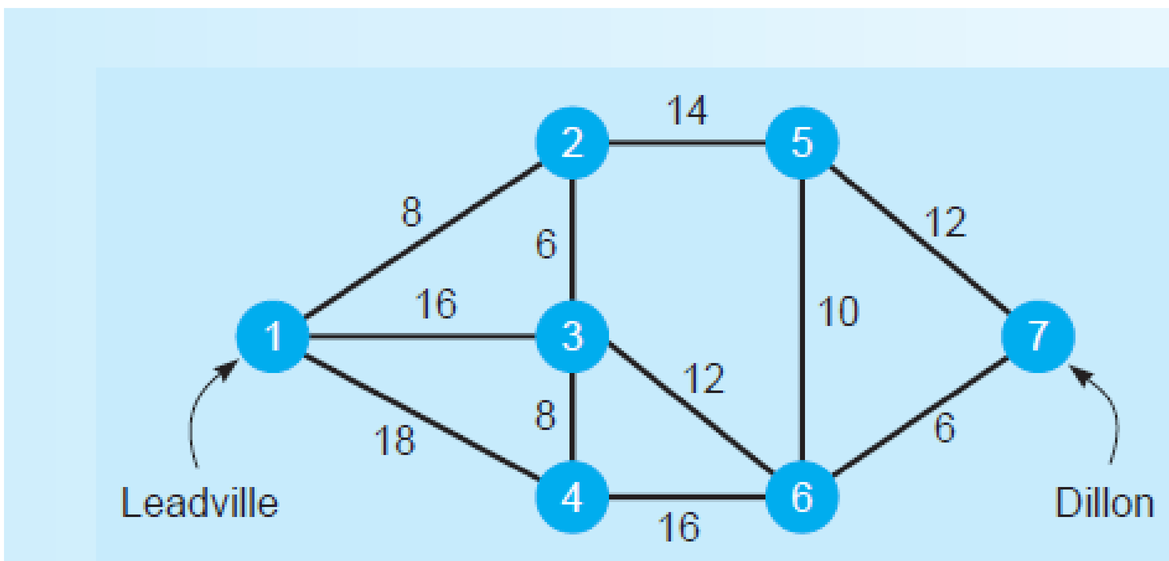
Total distance = 13	Start node	End node	Distance	Cumulative Distance
OA	1	2	2	2
AB	2	3	2	4
BD	3	5	4	8
DT	5	7	5	13






```
Arcos calculados desde el nodo origen (O) hasta el nodo destino (T):

 *   O ----(2)---> A
 *   A ----(2)---> B
 *   B ----(4)---> D
 *   D ----(5)---> T

Coste total = 13
```

La red de la figura ilustra las carreteras y las ciudades cercanas a Leadville, Colorado. Leadville Tom, un fabricante de cascos para bicicleta, debe transportar sus artículos a un distribuidor en Dillon, Colorado. Para hacerlo, tiene que pasar por varias ciudades. Tom quiere encontrar la ruta más corta para ir de Leadville a Dillon. ¿Qué le recomendaría?



El problema del flujo máximo

- Todo flujo a través de una red dirigida e interconectada se origina en el nuede fuente y termina en el nodo destino.
- Todos los otros nodos serán nodos de trasbordo.
- El flujo a través del arco es permitido en una dirección, donde el máximo flujo permitido está dado por la capacidad del arco.
- En la fuente, todos los arcos salen. En el destino, todos los arcos llegan.
- El objetivo es maximizar el flujo total de la fuente al destino.

LP formulation

$$\max F$$

$$\sum_{arcs\ out} x_{ij} - F = 0 \text{ at Origin}$$

$$\sum_{arcs\ out} x_{ij} - \sum_{arcs\ in} x_{ij} = 0 \text{ Intermediate nodes } \forall\, i$$

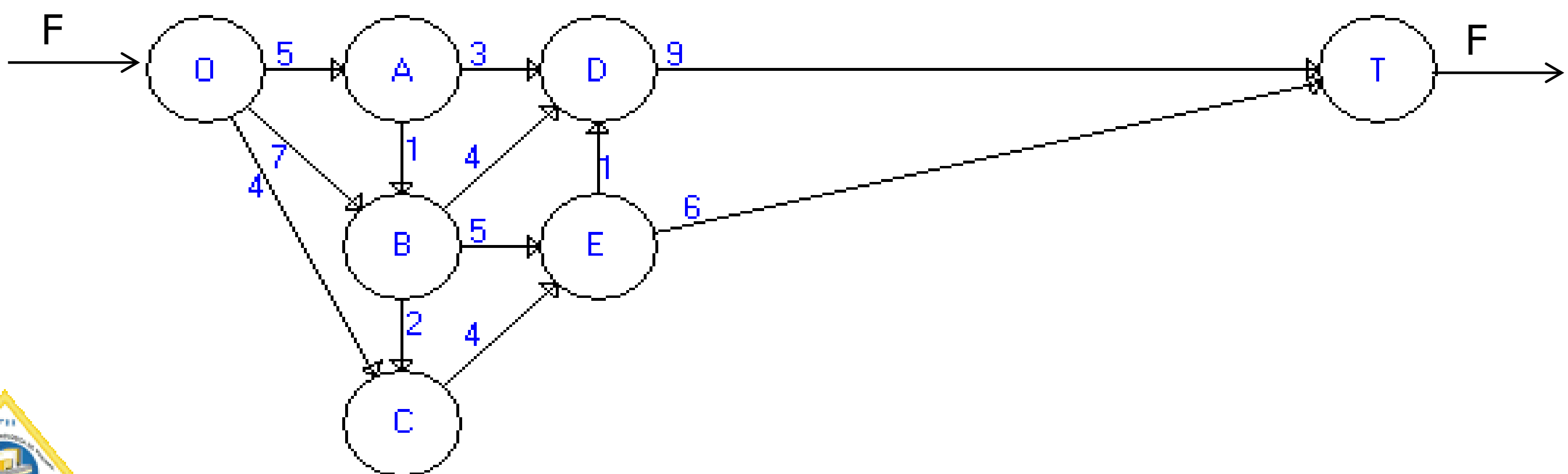
$$\sum_{arcs\ in} x_{ij} - F = 0 \text{ at Destinations}$$

$$x_{ij} \le f_{ij}\ \forall \text{ nodes}$$

$$x_{ij} \ge 0$$

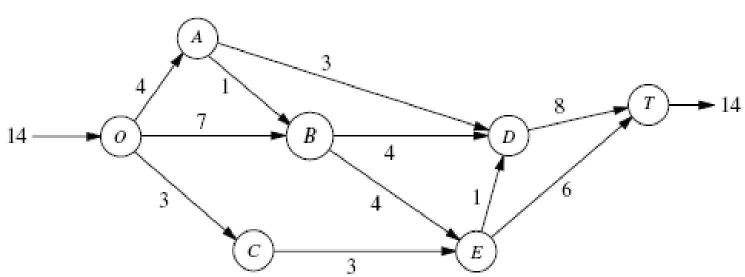
Ejemplo

From \ To	O	A	B	C	D	E	T
O		5	7	4			
A			1		3		
B				2	4	5	
C						4	
D							9
E					1		6
T							

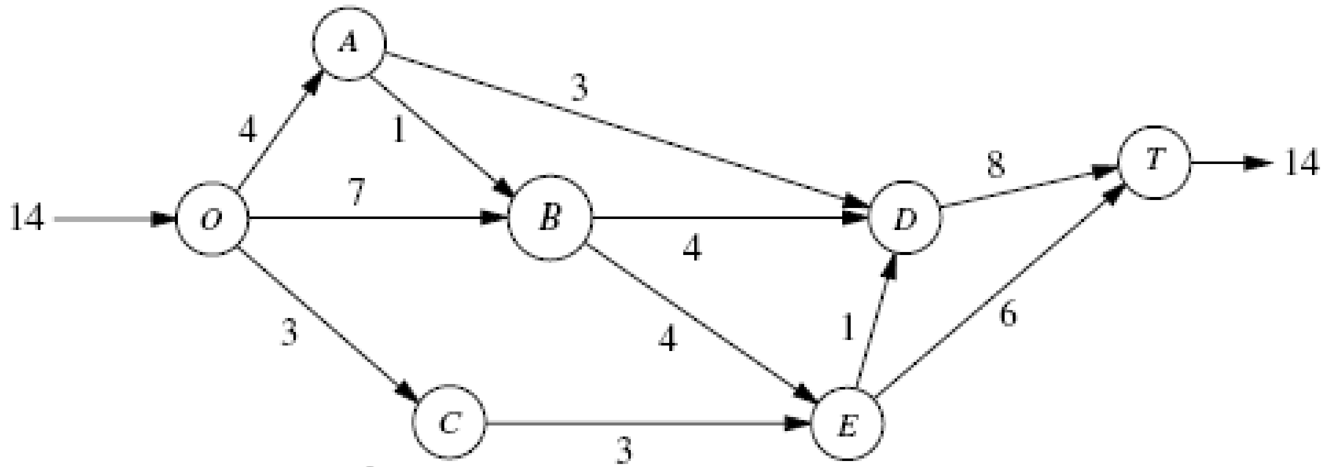


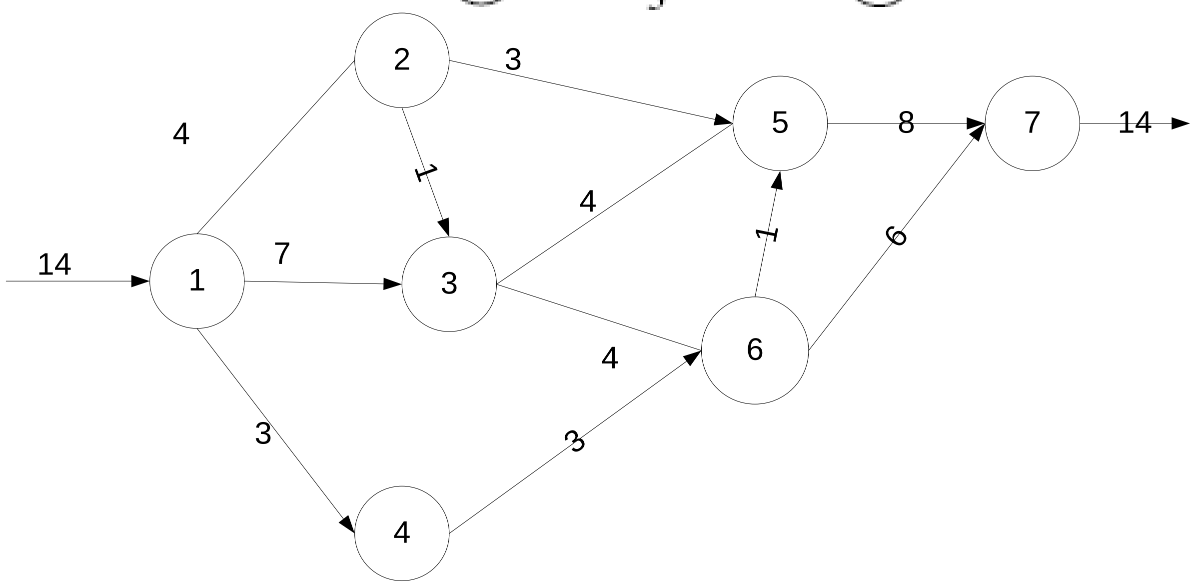
Formulación y solución

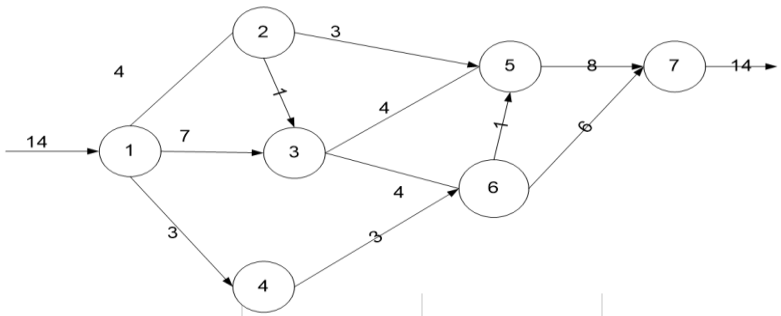
```
title max_flow;
maximize
        Flow = F;
subject to
        OA+OB+OC-F=0;
        AD+AB-OA=0;
        BC+BD+BE-OB-AB=0;
        CE-BC-OC=0;
        DT-AD-BD-ED=0;
        ET+ED-CE-BE=0;
        DT+ET-F=0;
        OA<=5;
        OB<=7;
        OC<=4;
        AB<=1;
        BC<=2;
        AD<=3;
        BD<=4;
        BE<=5;
        CE<=4;
        DT<=9;
        ED<=1;
        ET<=6;
integer
```




```
SOLUTION RESULT

  Optimal integer solution found

    MAX Flow            =          14.0000

DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

    Variable Name            Activity     Reduced Cost
  ------------------------------------------------------
    F                         14.0000           0.0000
    OA                         4.0000           1.0000
    OB                         7.0000           1.0000
    OC                         3.0000           1.0000
    AD                         3.0000           0.0000
    AB                         1.0000           0.0000
    BC                         0.0000           0.0000
    BD                         4.0000           0.0000
    BE                         4.0000           0.0000
    CE                         3.0000           0.0000
    DT                         8.0000           0.0000
    ED                         1.0000           0.0000
    ET                         6.0000           0.0000
  ------------------------------------------------------
```


14
O
A
B
C
D
E
T
4
7
3
1
3
4
4
3
1
6
8
14


14
1
2
3
4
5
6
7
4
7
3
3
1
4
4
3
1
6
8
14

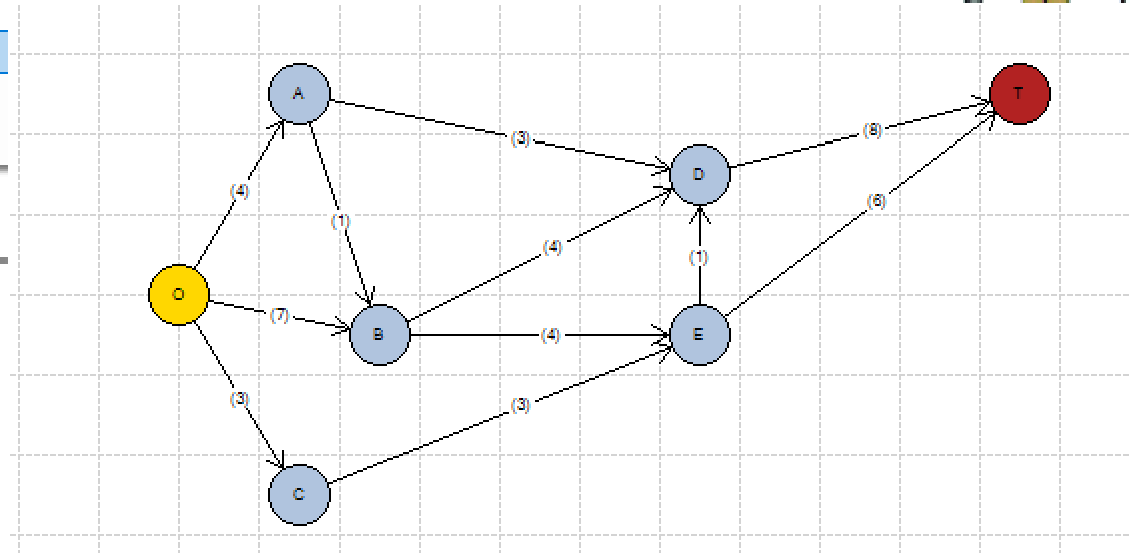


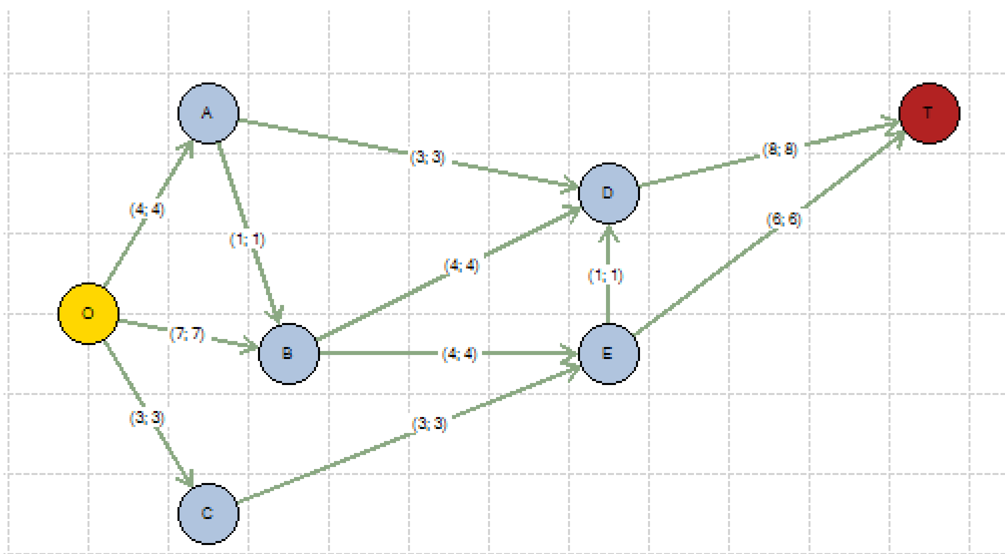
Branch name	Start node	End node	Capacity	Reverse capacity
OA	1	2	4	0
OB	1	3	7	0
OC	1	4	3	0
AB	2	3	1	0
AD	2	5	3	0
BD	3	5	4	0
BE	3	6	4	0
CE	4	6	3	0
ED	6	5	1	0
DT	5	7	8	0
ET	6	7	6	0

Branch name	Start node	End node	Capacity	Reverse capacity	Flow
Maximal Network Flow	14				
OA	1	2	4	0	4
OB	1	3	7	0	7
OC	1	4	3	0	3
AB	2	3	1	0	1
AD	2	5	3	0	3
BD	3	5	4	0	-3
BE	3	6	4	0	4
CE	4	6	3	0	3
ED	6	5	1	0	1
DT	5	7	8	0	8
ET	6	7	6	0	6

Flujo máximo - Alg. FordFulkerson (origen - destino)
Transbordo equilibrado a coste mínimo - MILP
Localización a coste mínimo - MILP

Origen\Destino	O	A	B	C	D	E	T
O		4	7	3			
A			1		3		
B					4	4	
C						3	
D							8
E					1		6
T							





Flujos calculados desde el nodo origen (O) hasta el nodo destino (T)
Flujo máximo = 14

PetroChem, una refinería de petróleo localizada en el río Mississippi al sur de Baton Rouge, Luisiana, está diseñando una nueva planta para producir combustible diesel. La figura muestra la red de los principales centros de procesamiento y la tasa del flujo existente (en miles de galones de combustible).

La gerencia de PetroChem busca determinar la cantidad máxima de combustible que puede fluir a través de la planta, del nodo 1 al nodo 7.