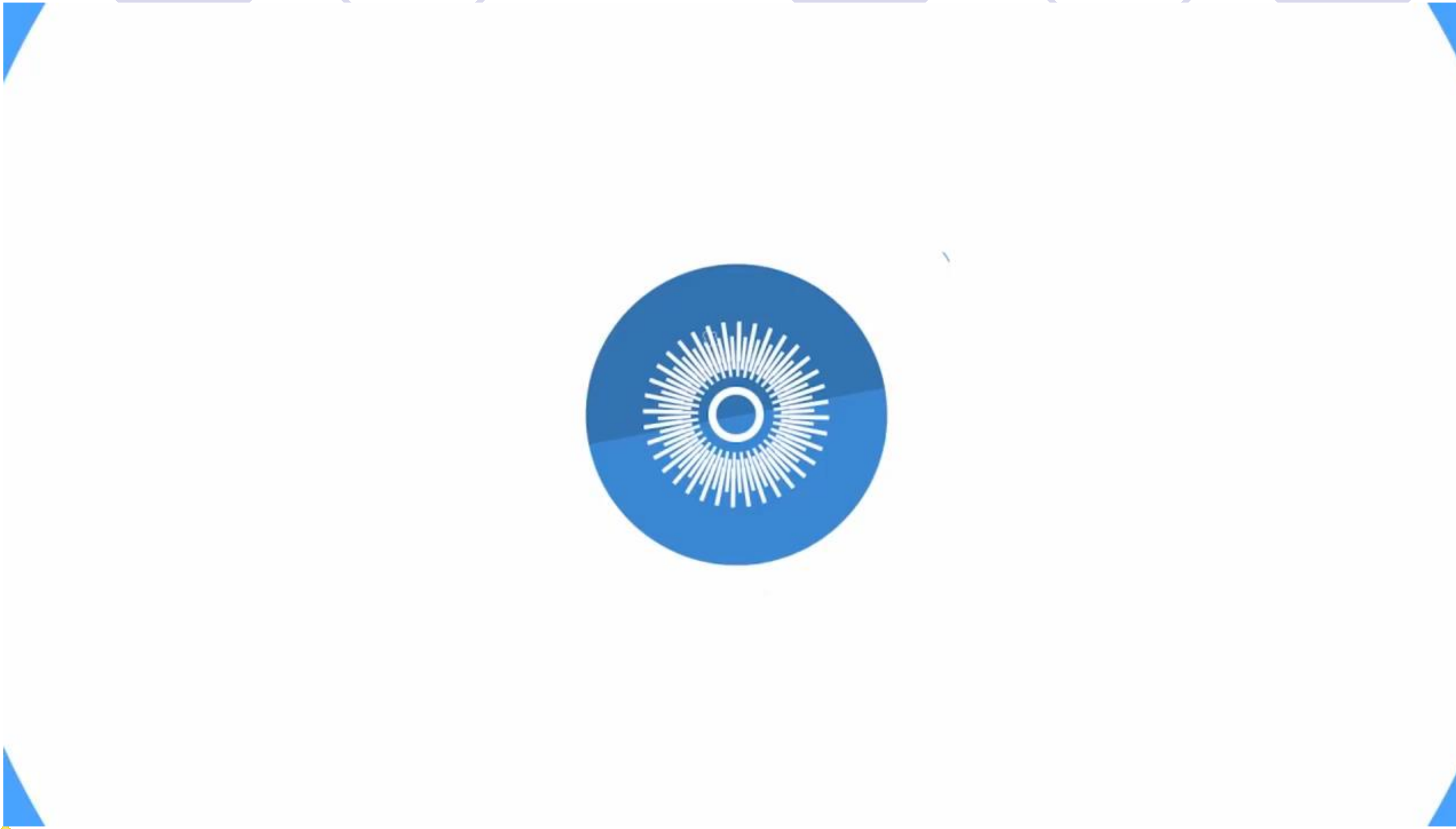
Inventarios

El caso Zara



Forever 21

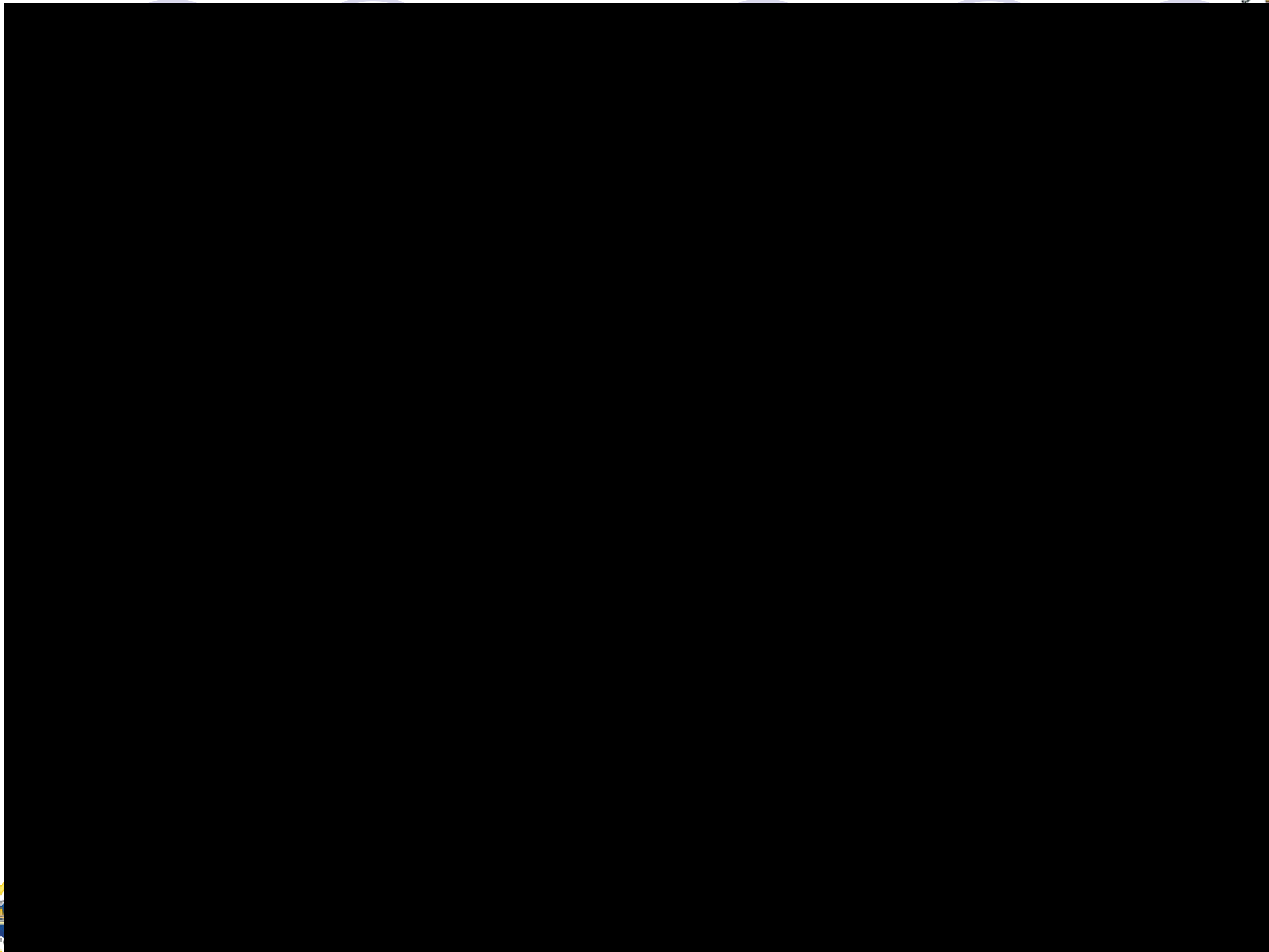
¿Qué son los Inventarios?

Inventarios: ¿qué son?

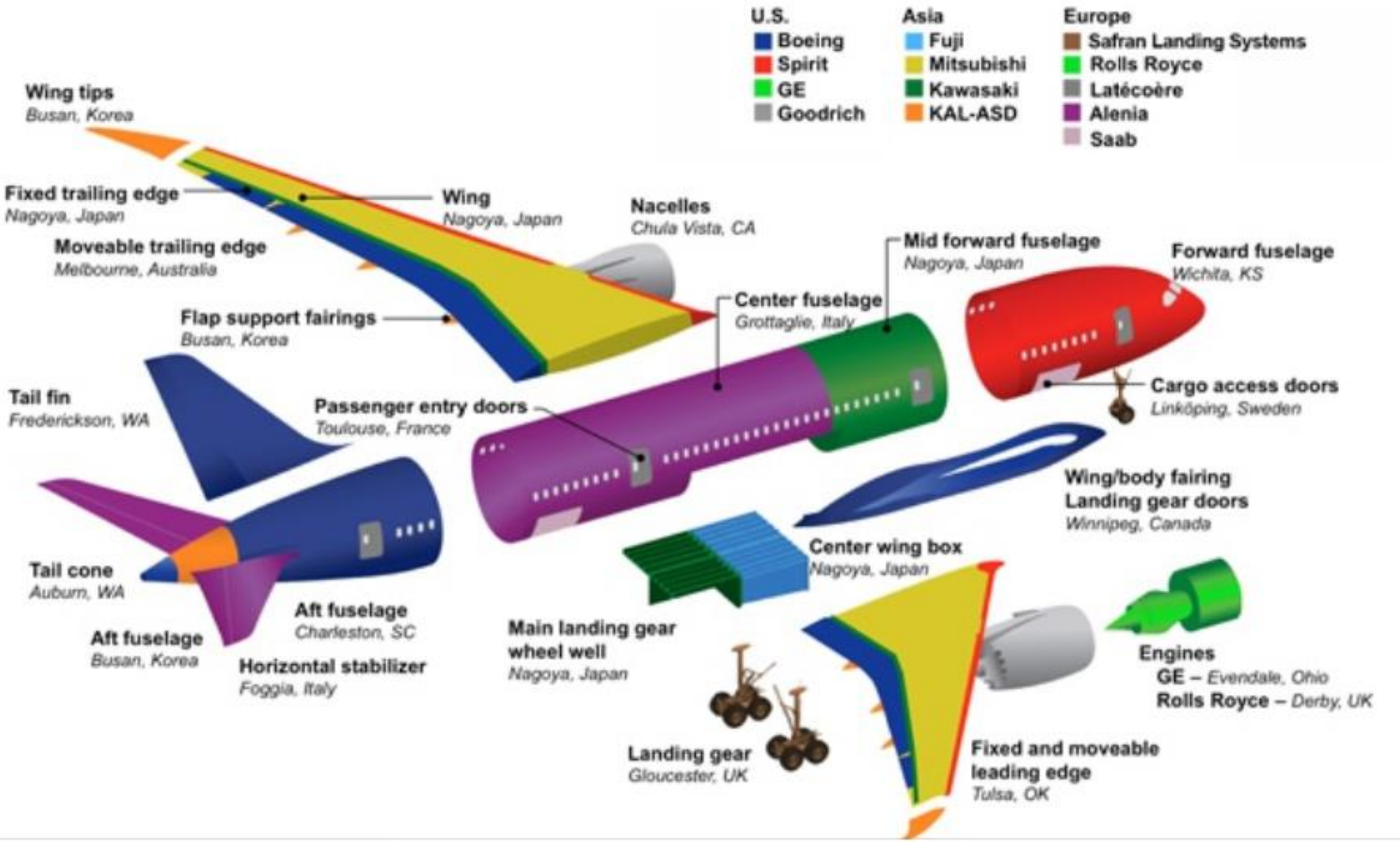
- **Definición contable**: registro documental de los bienes y demás objetos pertenecientes a una persona física, a una organización o comunidad. Debe aparecer dentro del activo como un activo circulante.
- **Definición operativa**: representa la existencia de bienes almacenados destinados a realizar una operación, sea de compra, alquiler, venta, uso o transformación.
- En una organización están constituidos por sus materias primas, sus productos en proceso, los suministros que utiliza en sus operaciones y los productos terminados

Inventarios

- Tienen una gran importancia siempre y cuando estos añadan valor a los procesos.
- La existencia de los inventarios añade valor si estos están disponibles sin generar costos adicionales que muchas veces están ocultos.
- Razones para tener inventarios:
  - Para crear reservas contra imprevistos en la oferta y la demanda
  - Para lograr ventajas en descuentos de cantidad
  - Para disminuir costos de instalación y montaje aprovechando la producción por lotes
  - Para tener reservas que permitan enfrentar demandas estacionales o promociones
  - Para mantener el flujo de productos entre lugares o centros de trabajo
  - Para explotar oportunidades de especulación



El Boeing 787



¿Por qué definir su tipo y cantidad?

- En un ambiente justo a tiempo, el inventario se considera un desperdicio.
- Sin embargo llevar inventario desempeña un elemento estratégico si la organización carece de control sólido sobre:
  - su flujo de caja
  - la transferencia de información entre los departamentos y los proveedores importantes,
  - los plazos de entrega y
  - la calidad de los materiales que recibe,

La cantidad óptima:

- La optimización está en función del cuánto y cuándo.
- Cuánto:
  - Inventario por si acaso vs., inventario justo a tiempo.
  - Costos asociados por almacenamiento
  - Costos asociados por pedir
  - Costos asociados por ventas perdidas
- Cuándo:
  - Plan de abastecimiento
  - Pedidos pendientes
  - Tiempo de pedido
  - Inventarios faltantes

Costos de inventarios

Restricciones:
Nivel de Servicio
Capital
Capacidad
Espacio
Mercado
Competencia

Entradas:
Planes operativos
Objetivos
Pronósticos de la demanda
Inventario actual
Información de proveedores
Órdenes colocadas
Inventarios

SISTEMA DE INVENTARIOS

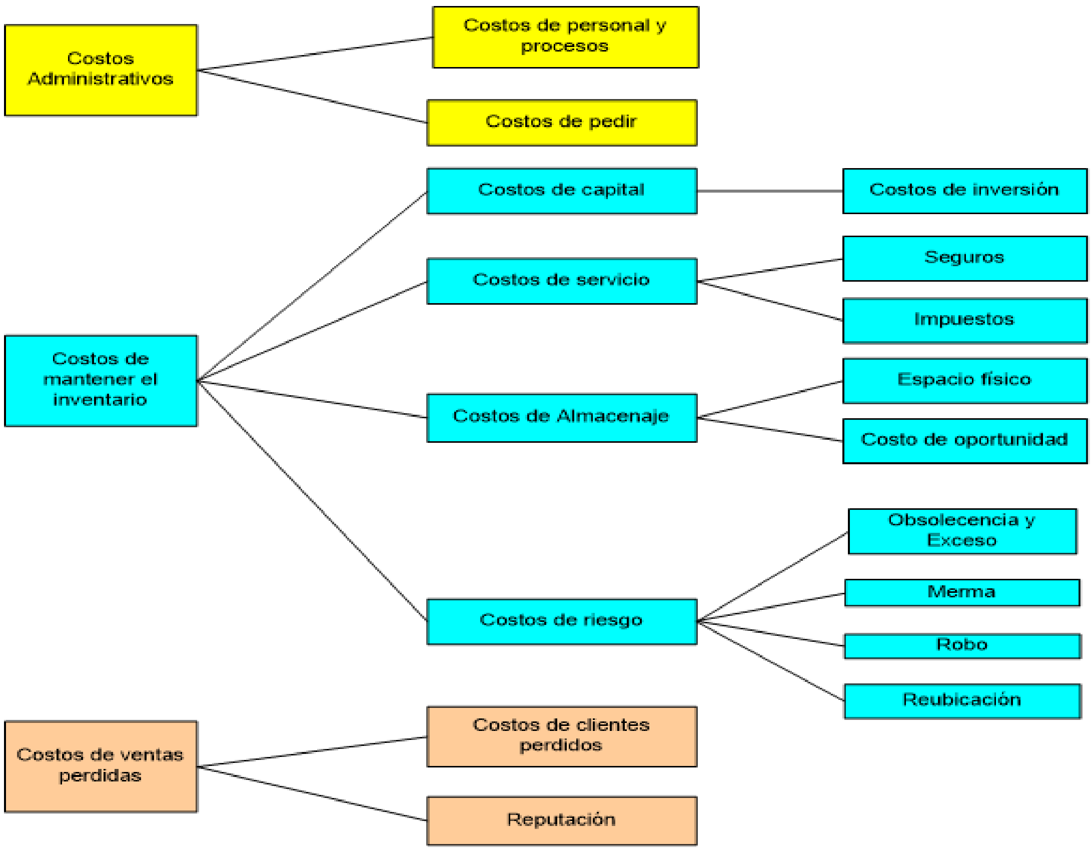
Salidas:
Unidades a almacenar
Cantidades a ordenar
Tiempo entre órdenes
Proveedores
Inversión
Desempeño

Costos:
Unitarios
Preparación
Mantener en inventario
Paros de producción
Descuentos
Imprevistos

Componentes de un sistema de administración de inventarios

[redacted]

Taxonomía de costos



Costos relacionados

- **Costo de las órdenes de reposición o de ordenar P**. Incluye todos aquellos gastos realizados por la empresa para conseguir el producto. Incluye todos los costos que no varían con el tamaño del pedido o lote, pero en los cuales se incurre cada vez que hay un pedido.
- **Costo de Mantenimiento H**. Hace referencia a todos los gastos asociados a mantener los stocks en la bodega de la organización.
  - Costos de capital, impuestos, seguros, obsolescencia.
  - Costos de almacenamiento, espacio físico, energía eléctrica, personal e infraestructura
- Puede presentarse como un valor unitario, o como un porcentaje h del costo del producto, tal que:

$$H = Ch(\text{Inv. Promedio})$$

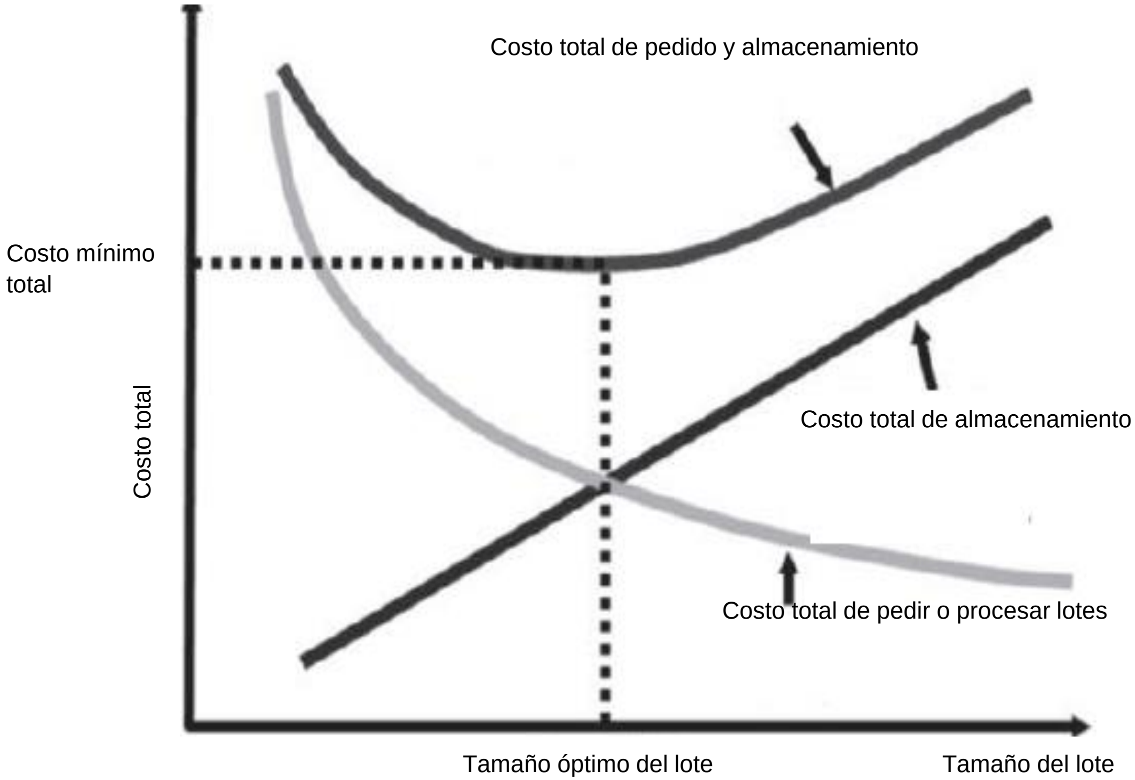
Componentes típicos del costo de mantener los inventarios

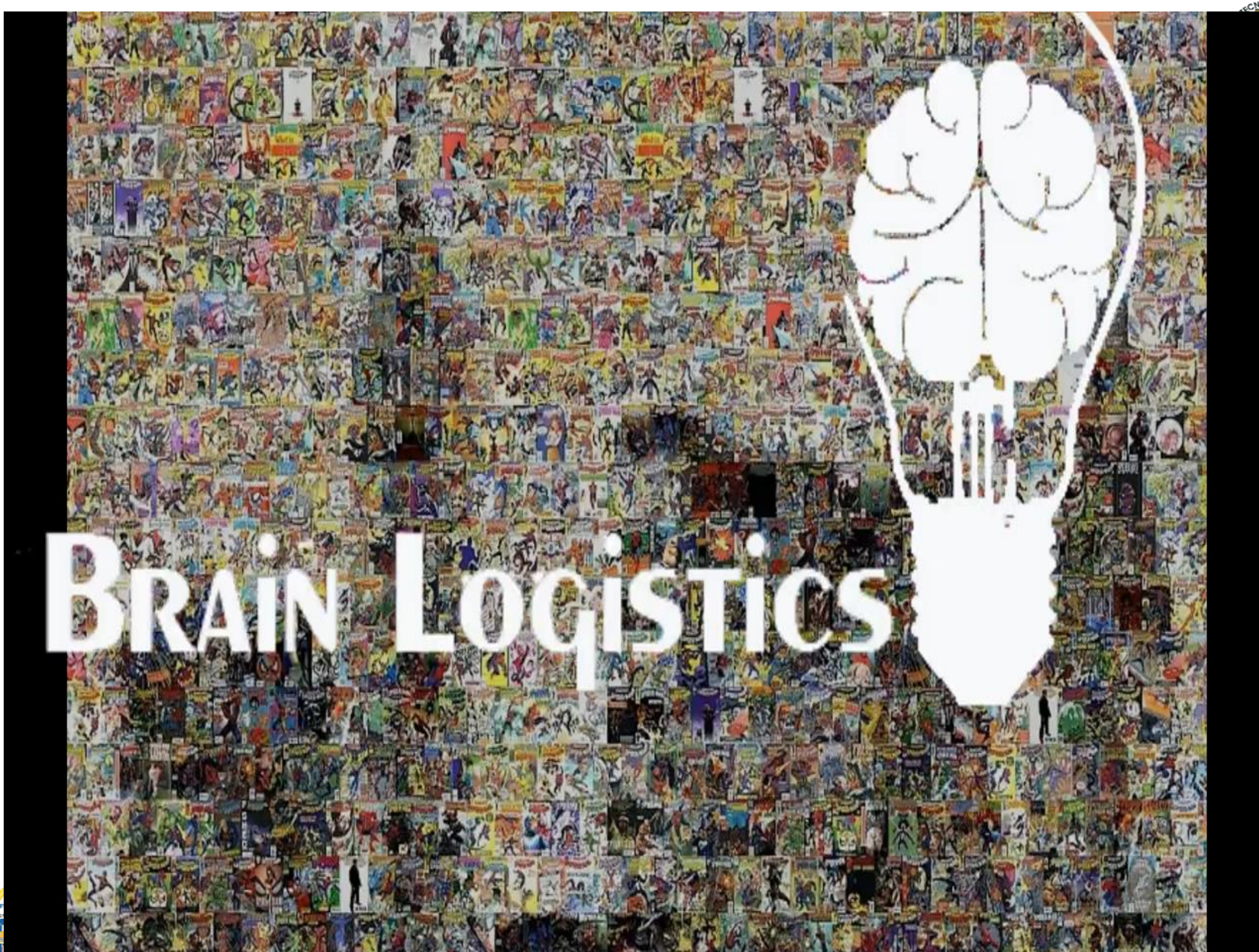
Concepto	% Promedio	Rangos
Costo de Capital	10%	4 - 40%
Impuestos	1%	0.5 – 2%
Seguro	0.5%	0 – 2%
Obsolescencia	1.2%	0.5 – 2%
Almacenamiento	2%	0 – 4%
Totales	14.25%	4 – 50%

Algunos autores sugieren que el costo de mantener inventario es alrededor del 25% de su valor anual

- **Costos de ventas perdidas:** son aquellos costos relacionados a la falta de un producto en inventario y se pueden considerar de dos tipos: cliente o venta perdida y de reputación.
- Estos costos se toman en cuenta en el caso de que la empresa tenga la política de aceptar pedidos por faltantes, cuando estos productos tienen muy altos costos de mantenimiento o la empresa no tiene competencia.

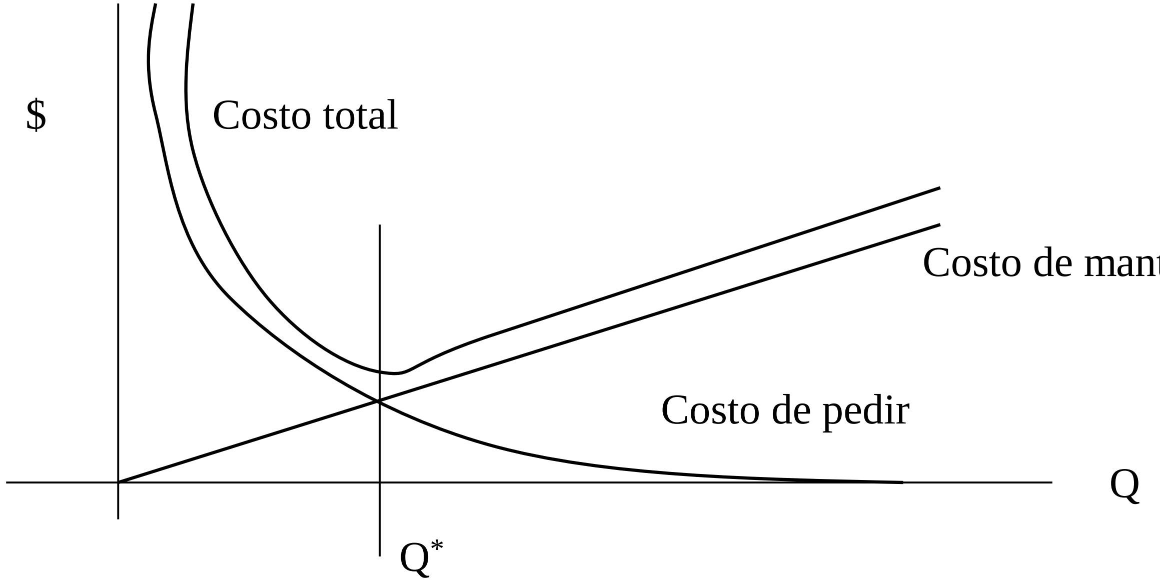
Optimización de los costos totales




Brain Logistics

Modelos de inventario

- El objetivo es mantener inventarios “justo a tiempo” y no “por si acaso”.
- El énfasis es más en disminuir o eliminar inventarios al minimizar el grado de incertidumbre.
- El objetivo es el de minimizar el costo total de la política de inventario: Costo de Mantener y Costo de Pedir



Modelos determinísticos:

- **Modelo del Tamaño Económico de Lote** (EOQ).
- Este modelo analiza el comportamiento de los inventarios de un producto único basándose en los siguientes supuestos:
  - La demanda es conocida y ocurre a una tasa constante **d** totalizando **D** unidades al año.
  - Cada vez que se hace una orden, el costo de ordenar es constante e igual a **Cp**
  - Cada orden se recibe a tiempo, o sea no hay tiempo de espera
  - La orden se recibe exactamente cuando el inventario es cero
  - No se permite déficit
  - El costo total por año de mantener el inventario es **Ch**

Costos asociados

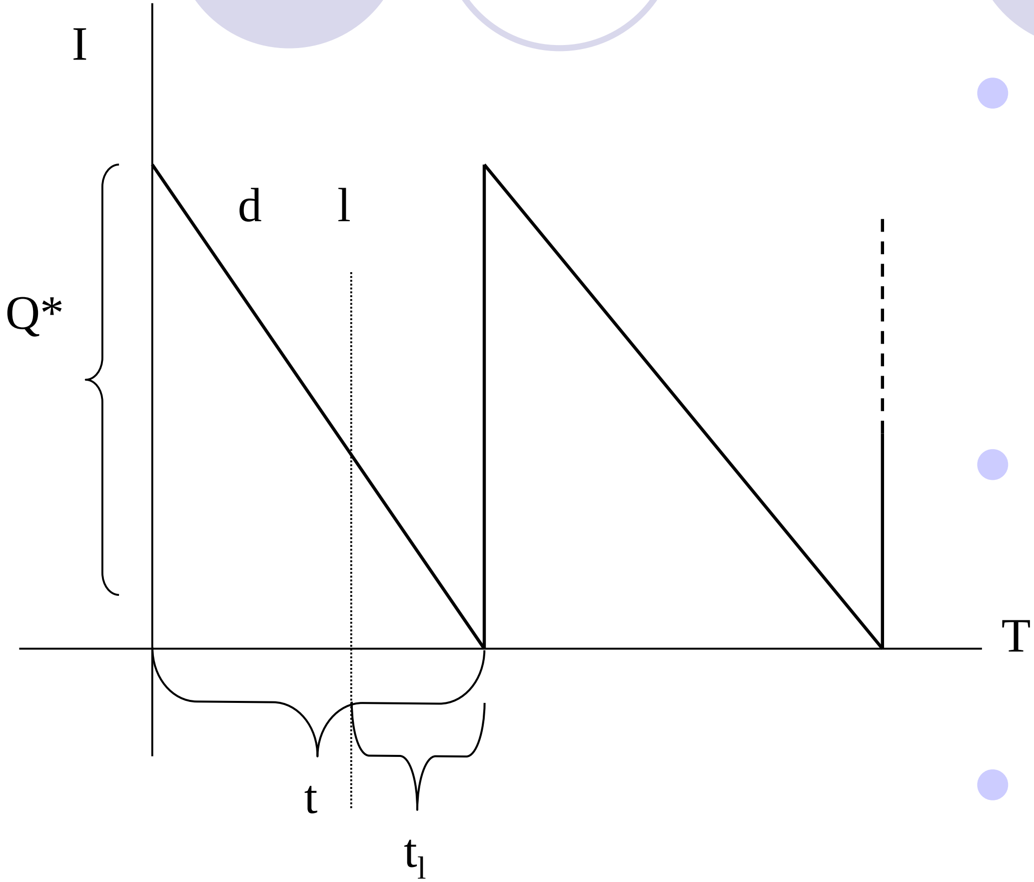
- En la política de inventarios:
- Costo de la política = Costo Total de Pedidos + Costo promedio de mantener una unidad

$$C_T = Cp\frac{D}{Q} + Ch\frac{Q}{2}$$

Minimizando C_T en función de Q se tiene que:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CpD}{Ch}}$$

Modelo EOQ determinístico



- Al inicio del período de inventario, se reciben **Q*** unidades que son consumidas a una taza **d** cada día en un tiempo de **t** días, momento en el que llega el siguiente pedido.
- Se puede suponer que el pedido demora **t_l** días en llegar, por lo que habrá que pedir cuando el nivel de inventario llega al punto de reorden **l**.
- El ciclo se repite indefinidamente o hasta que alguno de los elementos que definió la política de inventario cambie.

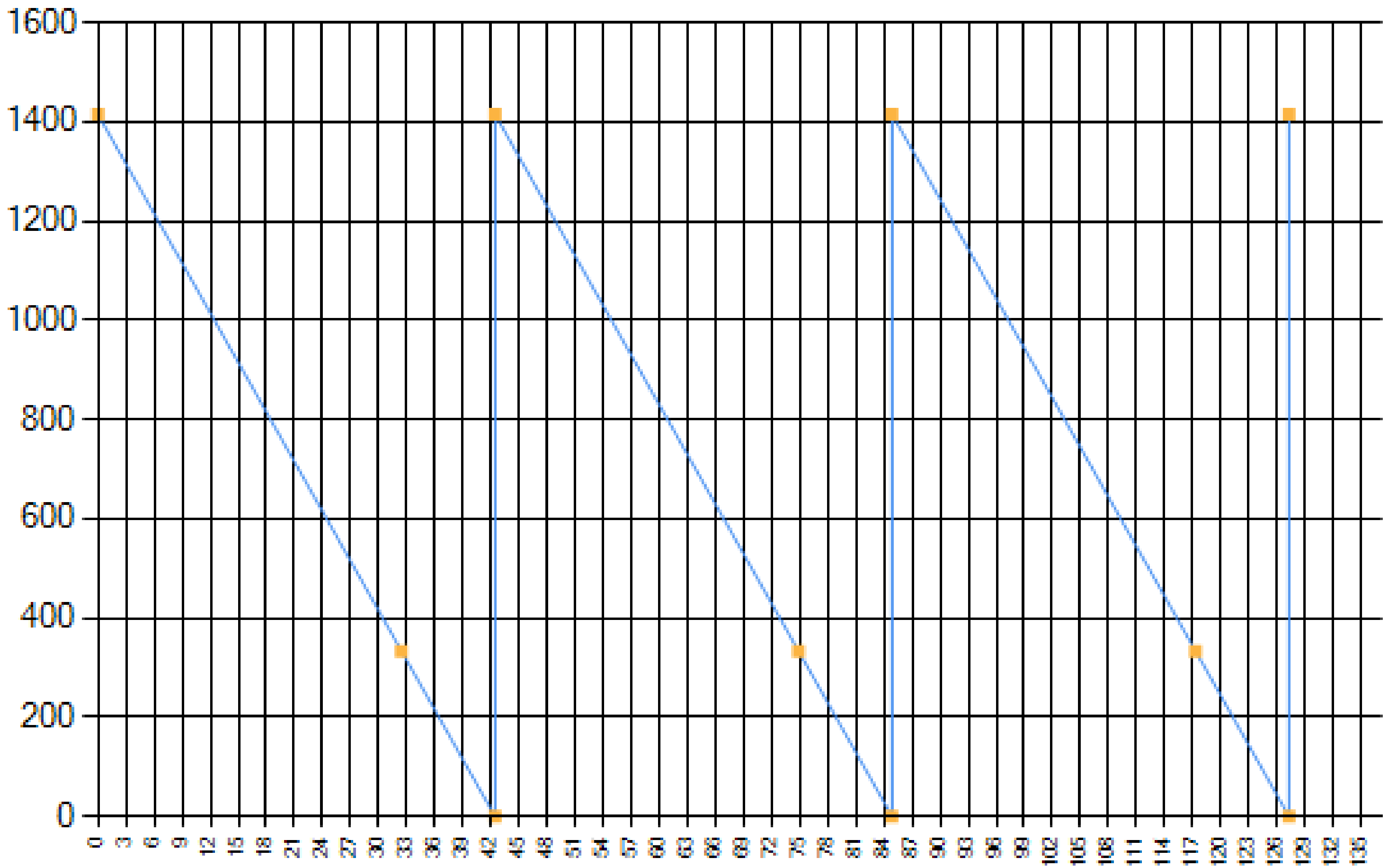
Ejemplo

- La demanda es de 10,000 unidades anuales.
- El costo de hacer un pedido es 100 y el de mantener una unidad en inventario es de 1.
- La empresa trabaja 300 días al año.
- Los pedidos demoran 10 días en llegar.
- Determine la política de pedidos y su costo.
- ¿Qué pasa si los pedidos demoran 60 días en llegar?

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	10000		Optimal order quantity (Q*)	1414.21
Setup/ordering cost(S)	100		Maximum Inventory Level (Imax)	1414.21
Holding/carrying cost(H)	1		Average inventory	707.11
Unit cost	0		Orders per period(year)	7.07
Days per year (D/d)	300		Annual Setup cost	707.11
Daily demand rate	33.33		Annual Holding cost	707.11
Lead time (in days)	10		Total Inventory (Holding + Setup) Cost	1414.21
Safety stock	0		Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	1414.21
			Reorder point	333.33 units

Parametro	Valor
Demanda Anual	10000
Costo de pedido	100
Costo de mantener inventario	1
Costo por unidad (opcional)	0
Días al año	300
Demanda diaria	33.333333...
Tiempo de espera (opcional)	10

Parametro	Valor
Tamaño del pedido optimo	1414.21
Inventario máximo	1414.21
Número de pedidos	7.07
Tiempo de ciclo	42.43
Punto de reorden	333.33
Costo de la politica	$1414.21



1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0 3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45 48 51 54 57 60 63 66 69 72 75 78 81 84 87 90 93 96 99 102 105 108 111 114 117 120 123 126 129 132 135

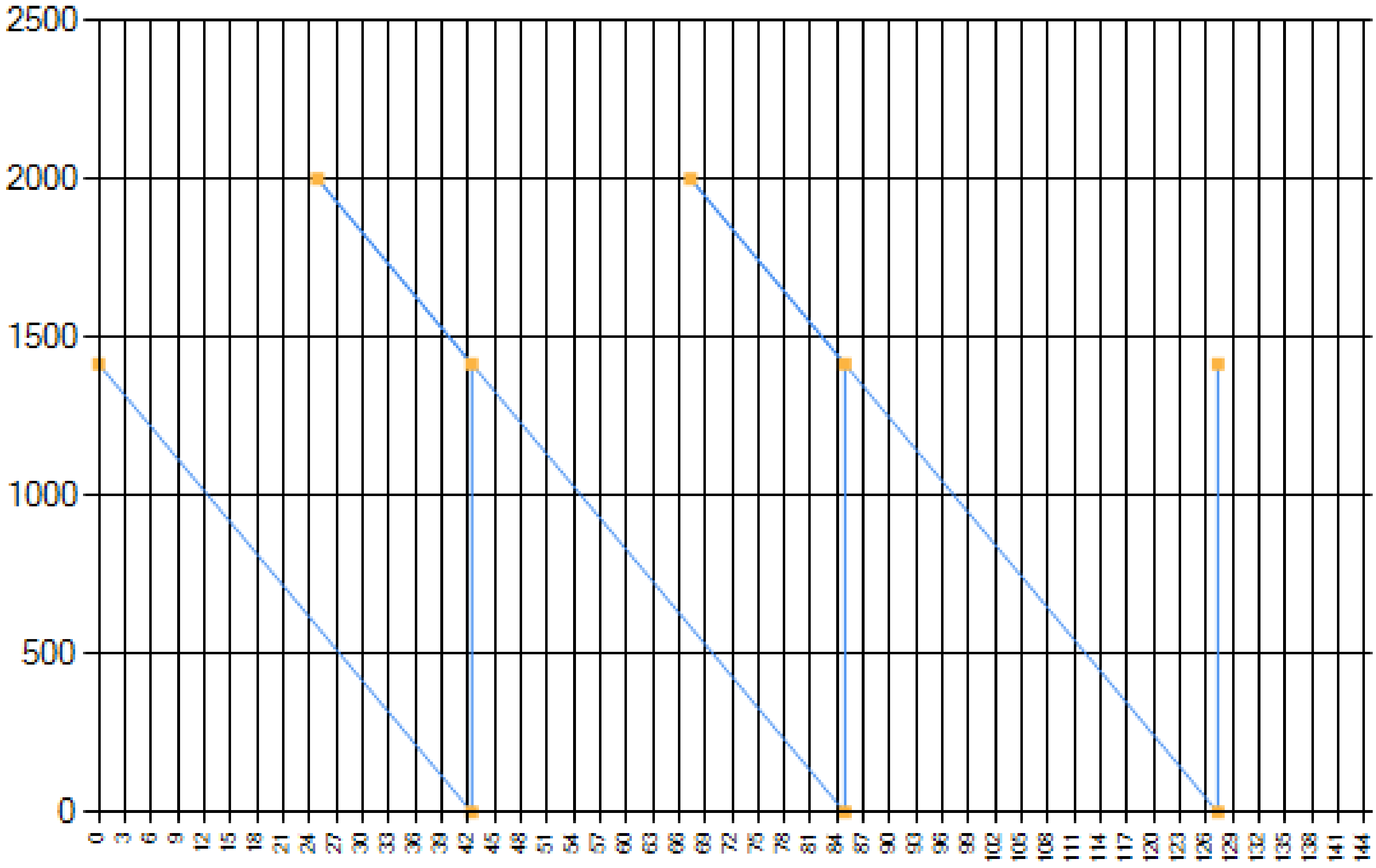
Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	10000		Optimal order quantity (Q*)	1414.21
Setup/ordering cost(S)	100		Maximum Inventory Level (Imax)	1414.21
Holding/carrying cost(H)	1		Average inventory	707.11
Unit cost	0		Orders per period(year)	7.07
Days per year (D/d)	300		Annual Setup cost	707.11
Daily demand rate	33.33		Annual Holding cost	707.11
Lead time (in days)	60		Total Inventory (Holding + Setup) Cost	1414.21
Safety stock	0		Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	1414.21
			Reorder point	2000 units

Parametro	Valor
Demanda Anual	10000
Costo de pedido	100
Costo de mantener inventario	1
Costo por unidad (opcional)	0
Días al año	300
Demanda diaria	33.333333...
Tiempo de espera (opcional)	60

Parametro	Valor
Tamaño del pedido optimo	1414.21
Inventario máximo	1414.21
Número de pedidos	7.07
Tiempo de ciclo	42.43
Punto de reorden	2000
Costo de la politica	$1414.21

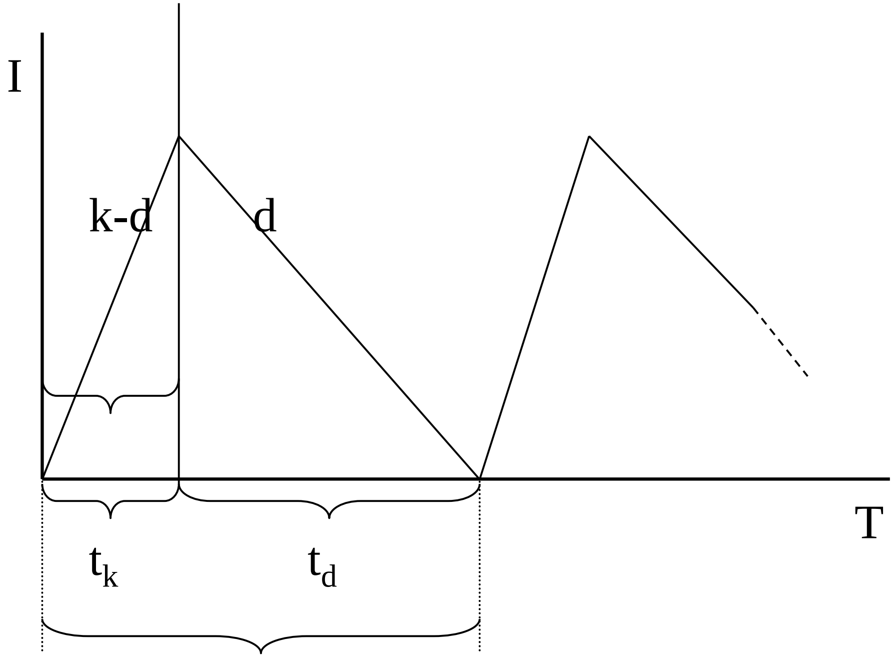
Esta cantidad incluye tanto el punto de reorden real, como el pedido pendiente anterior

$$I = 2{,}000 - 1414.21 = 586$$



2500
2000
1500
1000
500
0
0 3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45 48 51 54 57 60 63 66 69 72 75 78 81 84 87 90 93 96 99 102 105 108 111 114 117 120 123 126 129 132 135 138 141 144

EOQ con acumulación progresiva



- Sea **k** la taza de producción tal que **k** > **d** y Cp el costo de preparar los equipos para iniciar una tanda de producción del lote.
- El lote de tamaño **Q** se acumulará a una taza **k-d** en tiempo $\mathbf{t_k}$, mientras se consume a una taza **d** en tiempo $\mathbf{t_d}$.
- Finalmente, el tiempo entre ciclos estará dado por $\mathbf{t = t_k + t_d}$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_P D}{C_h(1-d/k)}}$$

$$C_T = C_p \frac{D}{Q} + \frac{C_h}{2} Q(1 - d/k)$$

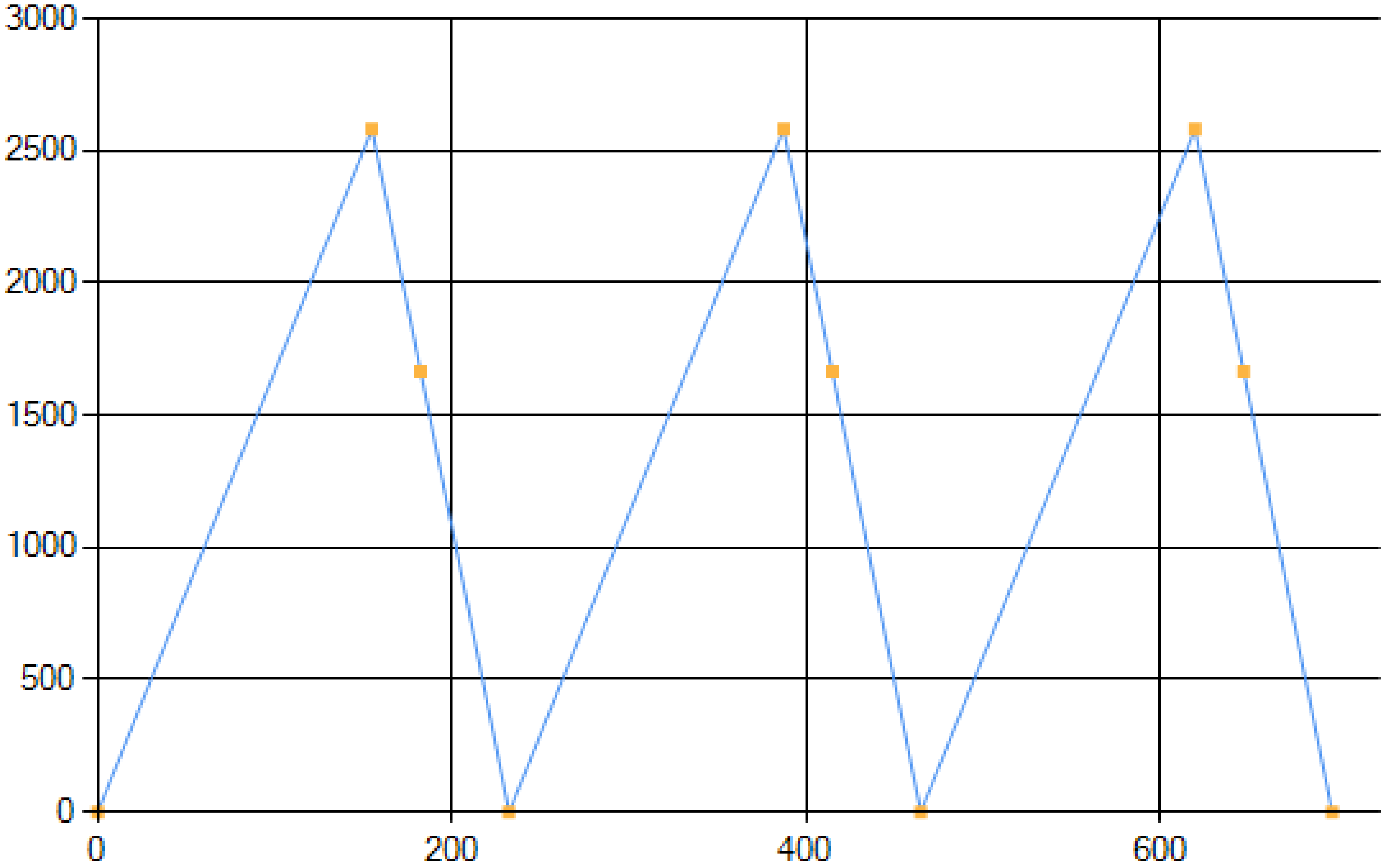
Ejemplo

- La demanda anual de un producto es de 10,000 unidades y la tasa de producción de una fábrica es de 15,000 anuales.
- El costo de preparar la tanda de producción es de 1,000 y el costo de mantener una unidad de inventario promedio es de 1.
- La empresa trabaja 300 días al año y preparar una tanda toma 50 días.
- Determinar la política de producción

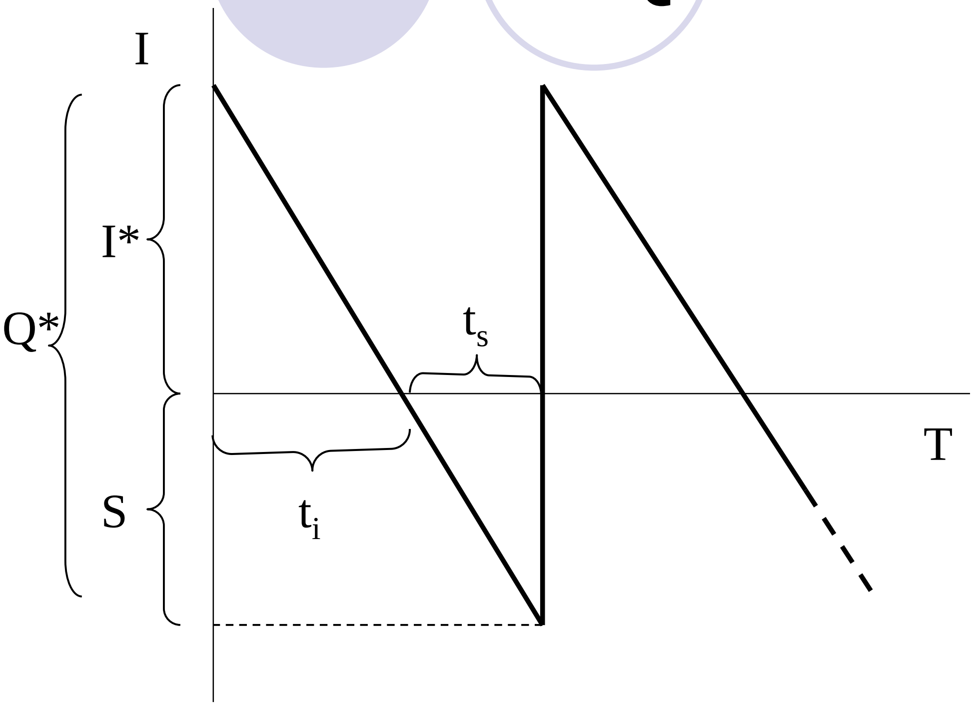
Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	10000		Optimal production quantity (Q*)	7745.97
Setup/ordering cost(S)	1000		Maximum Inventory Level (Imax)	2581.99
Holding/carrying cost(H)	1		Average inventory	1291
Daily production rate(p)	50		Production runs per period (year)	1.29
Days per year (D/d)	300		Annual Setup cost	1291
Daily demand rate	33.33		Annual Holding cost	1291
Unit cost	0		Total Inventory (Holding + Setup) Cost	2581.99
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	2581.99

Parametro	Valor
Demanda anual	10000
Costo de preparar una tanda	1000
Costo de mantener inventario	1
Producción diaria	50
Días al año	300
Demanda diaria	33.333333...
Tiempo de preparación (opcional)	50
Costo por unidad (opcional)	0

Parametro	Valor
Tamaño del lote optimo	7745.97
Inventario máximo	2581.99
Número de tandas	1.29
Tiempo de ciclo	232.38
Punto de reorden	1666.67
Costo de la politica	$2581.99


3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
200
400
600

Modelo EOQ con faltante



$$Q* = \sqrt{\frac{2CpD}{Ch}\left(\frac{Ch + B}{\mathbf{B}}\right)} \qquad S* = \frac{Ch}{\sqrt{B(Ch+B)}}\sqrt{\frac{2CpD}{Ch}}$$

$$C_T = Cp\frac{D}{Q} + Ch\frac{(Q-S)^2}{2Q} + B\frac{S^2}{2Q}$$

- En el modelo EOQ original se permite un faltante **S** con un costo de faltante **B**.
- Supóngase también que el pedido total **Q** incluye tanto el inventario **I*** que se consume en tiempo $\mathbf{t_i}$, y el faltante **S** que se acumula durante el tiempo $\mathbf{t_s}$.

Ejemplo

- La demanda anual es de 10,000, el costo de pedir es de 1,000 y el costo de mantener es de 1.
- El costo de faltante es de:
  - 0.75
  - 1.25
- La empresa trabaja 300 días al año y los pedidos demoran 10 días en llegar.
- Analizar la política de inventarios y pedidos.

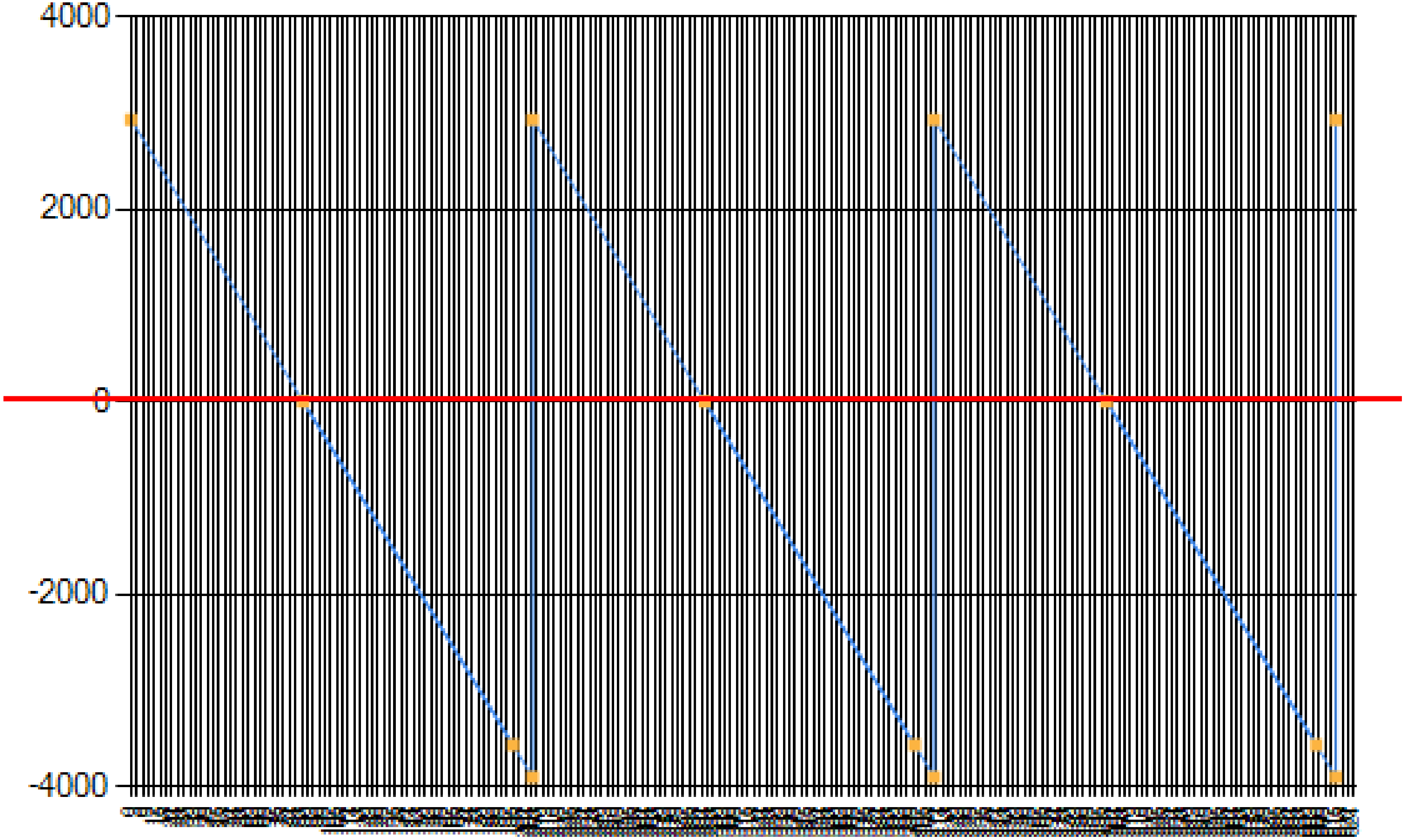
$$Q* = \sqrt{\frac{2CpD}{Ch}\left(\frac{Ch + B}{\mathbf{B}}\right)} \qquad S* = \frac{Ch}{\sqrt{B(Ch+B)}}\sqrt{\frac{2CpD}{Ch}}$$

$$C_T = Cp\frac{D}{Q} + Ch\frac{(Q-S)^2}{2Q} + B\frac{S^2}{2Q}$$

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	10000		Optimal order quantity (Q*)	6831.3
Setup/ordering cost(S)	1000		Maximum Inventory Level (Imax)	2927.7
Holding/carrying cost(H)	1		Maximum Inventory Shortage (B)	3903.6
Backorder cost(B)	.75		Orders per period(year)	1.46
Unit cost	0		Annual Setup cost	1463.85
			Annual Holding cost	627.36
			Annual Shortage cost	836.49
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	2927.7

Parametro	Valor
Demanda Anual	10000
Costo de pedido	1000
Costo de mantener inventario	1
Costo de faltante	0.75
Costo por unidad (opcional)	0
Días al año	300
Demanda diaria	33.333333...
Tiempo de espera (opcional)	10

Parametro	Valor
Tamaño del pedido optimo	6831.3
Pedido pendiente	3903.6
Inventario máximo	2927.7
Número de pedidos	1.46
Tiempo de ciclo	204.94
Punto de reorden	-3570.27
Costo de la politica	$2927.7

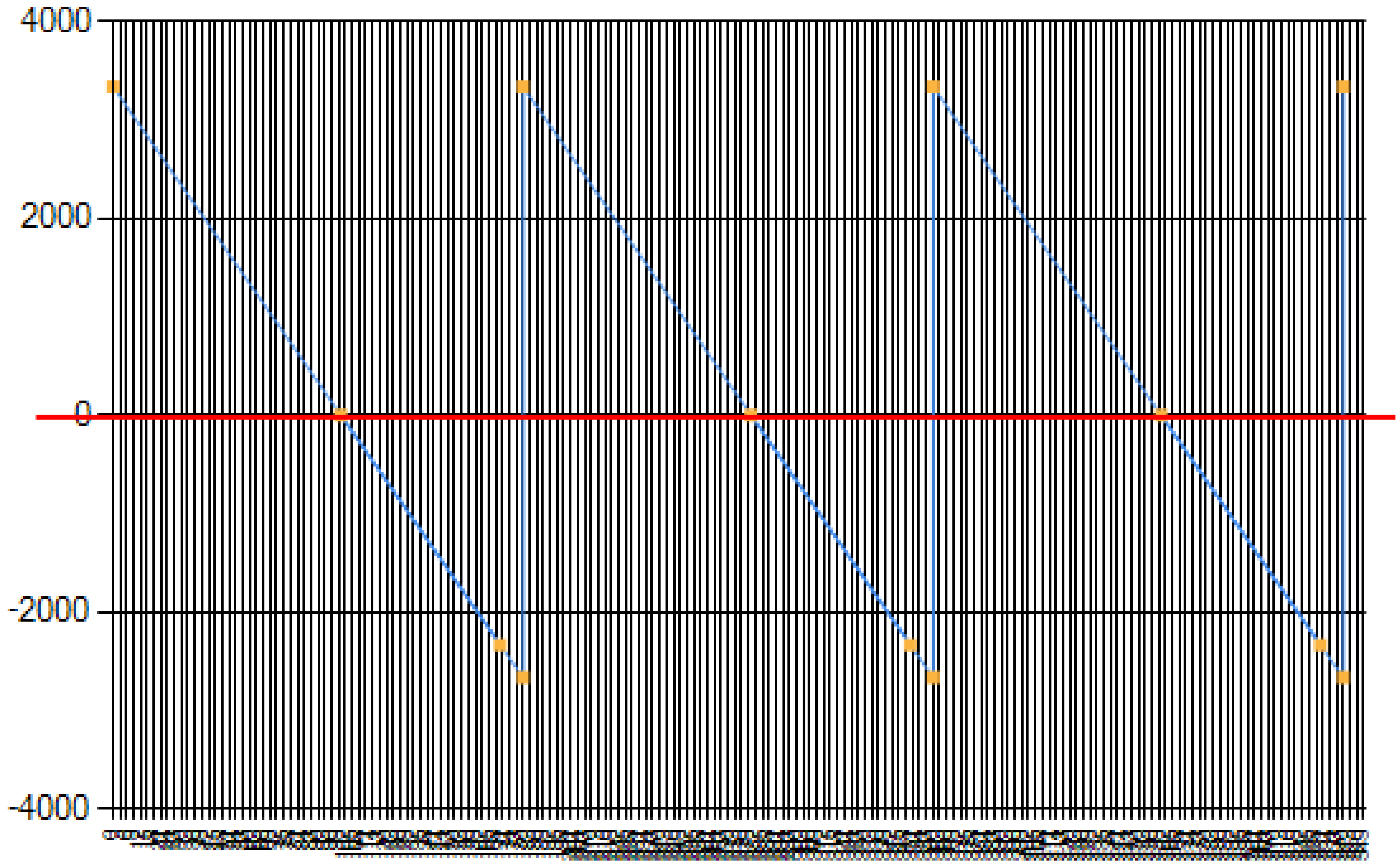

4000
2000
0
-2000
-4000

(untitled) Solution

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	10000		Optimal order quantity (Q*)	6000
Setup/ordering cost(S)	1000		Maximum Inventory Level (Imax)	3333.33
Holding/carrying cost(H)	1		Maximum Inventory Shortage (B)	2666.67
Backorder cost(B)	1.25		Orders per period(year)	1.67
Unit cost	0		Annual Setup cost	1666.67
			Annual Holding cost	925.93
			Annual Shortage cost	740.74
			Unit costs (PD)	0
			Total Cost (including units)	3333.33

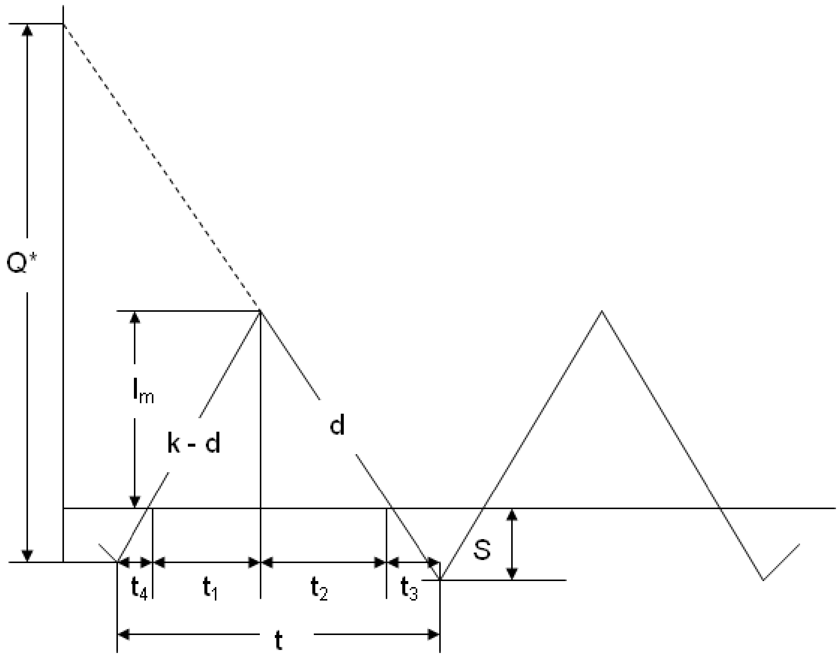
Parametro	Valor
Demanda Anual	10000
Costo de pedido	1000
Costo de mantener inventario	1
Costo de faltante	1.25
Costo por unidad (opcional)	0
Días al año	300
Demanda diaria	33.333333...
Tiempo de espera (opcional)	10

Parametro	Valor
Tamaño del pedido optimo	6000
Pedido pendiente	2666.67
Inventario máximo	3333.33
Número de pedidos	1.67
Tiempo de ciclo	180
Punto de reorden	-2333.34
Costo de la politica	$3333.33


4000
2000
0
-2000
-4000

Parameter	Value
Optimal order quantity (Q*)	1,224.75
Maximum Inventory Level (Imax)	190.52
Maximum Inventory Shortage (B)	81.65
Orders per period(year)	12.25
Annual Setup cost	12,247.45

n progresiva con faltante



- En este caso, el inventario máximo $\mathbf{I_m}$ se acumula en un tiempo $\mathbf{t_1}$ a una tasa **k – d**.

  A esta tasa se permitirá acumular el déficit **S** y el inventario necesario para cubrir parcialmente las necesidades que se presenten en $\mathbf{t_2}$, mientras que en el tiempo $\mathbf{t_3}$ se volverá a acumular el déficit permitido. En $\mathbf{t_4}$ se acumularán algunos inventarios y se aprovechará para satisfacer todos los faltantes anteriores.

  Los costos de iniciar una tanda **Cp**, mantener el inventario **Ch** y déficit **B** son similares a los casos anteriores.

$$Q* = \sqrt{\frac{2CpD}{Ch\left(1-{}^{d}/_{k}\right)}\left(\frac{H+B}{B}\right)} \qquad S* = \frac{Ch}{\sqrt{B(Ch+B)}}\sqrt{\frac{2CpD}{Ch}\left(1-{}^{d}/_{k}\right)}$$

$$C_T = Cp\frac{D}{Q^*} + \frac{Ch}{2Q^*(1-d/k)}\left(Q(1-d/k)-S\right)^2 + \frac{BS^2}{2Q^*(1-d/k)}$$

Ejemplo

- Supóngase que se tiene un proceso de producción bajo las siguientes características:
- Demanda 15,000 unidades al año
- Costo de iniciar una tanda: 10,000
- Costo de mantener una unidad al año: 20% del costo del producción de una unidad
- El costo de tener faltantes es del 30% del costo del producción de una unidad
- Costo de producción de una unidad: 1,000
- Dias de producción 300
- Tasa de producción anual 18,000 unidades

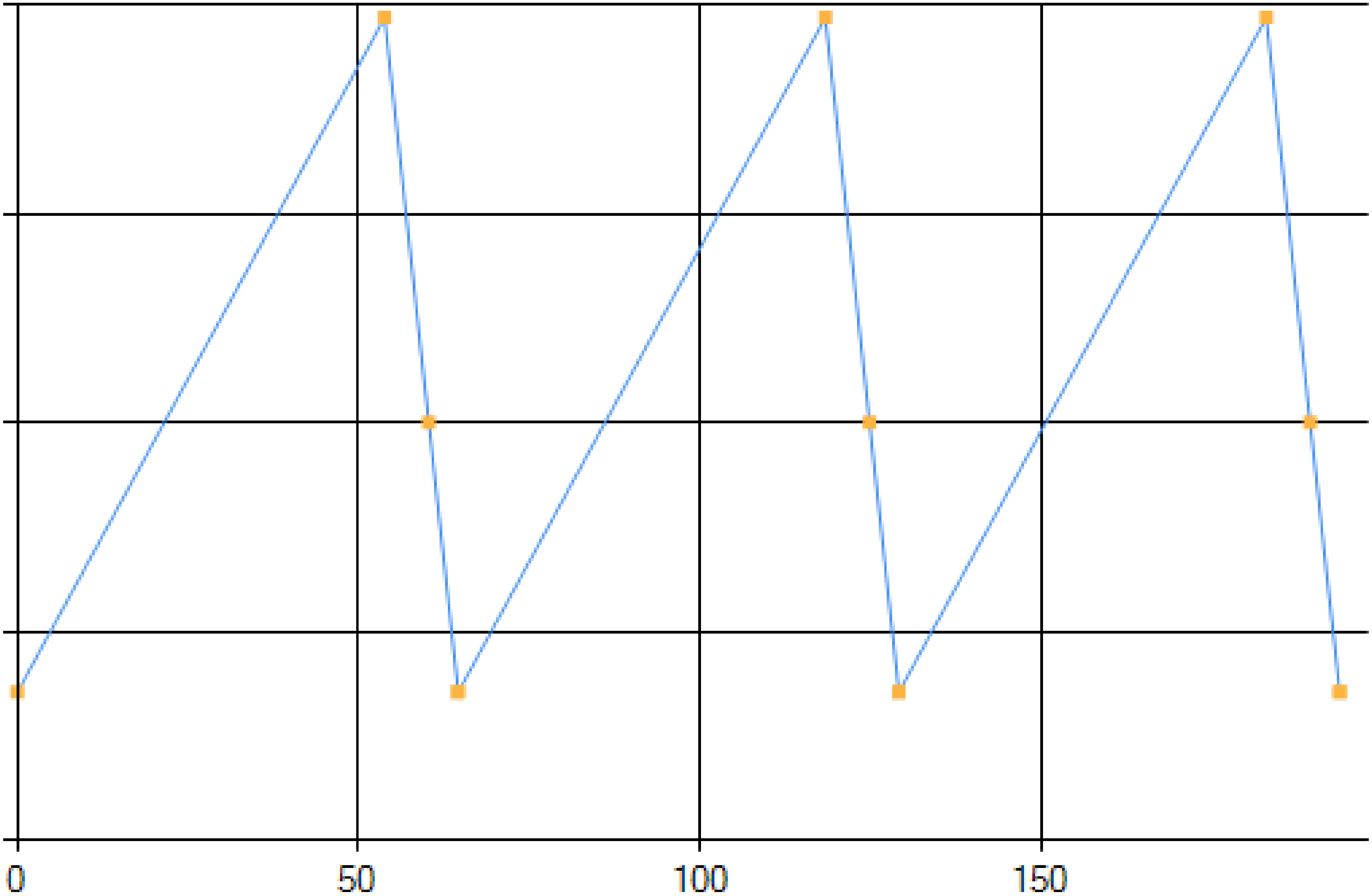
$$Q* = \sqrt{\frac{2CpD}{Ch\left(1-{}^{d}/_{k}\right)}\left(\frac{H+B}{\mathbf{B}}\right)} \qquad S* = \frac{Ch}{\sqrt{B(Ch+B)}}\sqrt{\frac{2CpD}{Ch}\left(1-{}^{d}/_{k}\right)}$$

$$C_T = Cp\frac{D}{Q^*} + \frac{Ch}{2Q^*(1-d/k)}(Q(1-d/k)-S)^2 + \frac{BS^2}{2Q^*(1-d/k)}$$

Parameter	Value		Parameter	Value
Demand rate(D)	15,000		Optimal order quantity (Q*)	1,224.75
Setup/ordering cost(S)	1,000		Maximum Inventory Level (Imax)	190.52
Holding/carrying cost(H)...	200		Maximum Inventory Shortage (B)	81.65
Daily production rate(p)	60		Orders per period(year)	12.25
Days per year (D/d)	300		Annual Setup cost	12,247.45
Daily demand rate	50		Annual Holding cost	7,348.47
Backorder cost(G)	300		Annual Shortage cost	4,898.98
Unit cost	1,000		Unit costs (PD)	15,000,000
			Total Cost (including units)	15,024,500

Parametro	Valor
Demanda anual	15000
Costo de preparar una tanda	1000
Costo de mantener inventario	200
Costo de faltante	300
Producción diaria	60
Días al año	300
Demanda diaria	50
Tiempo de preparación (opcional)	0
Costo por unidad (opcional)	1000

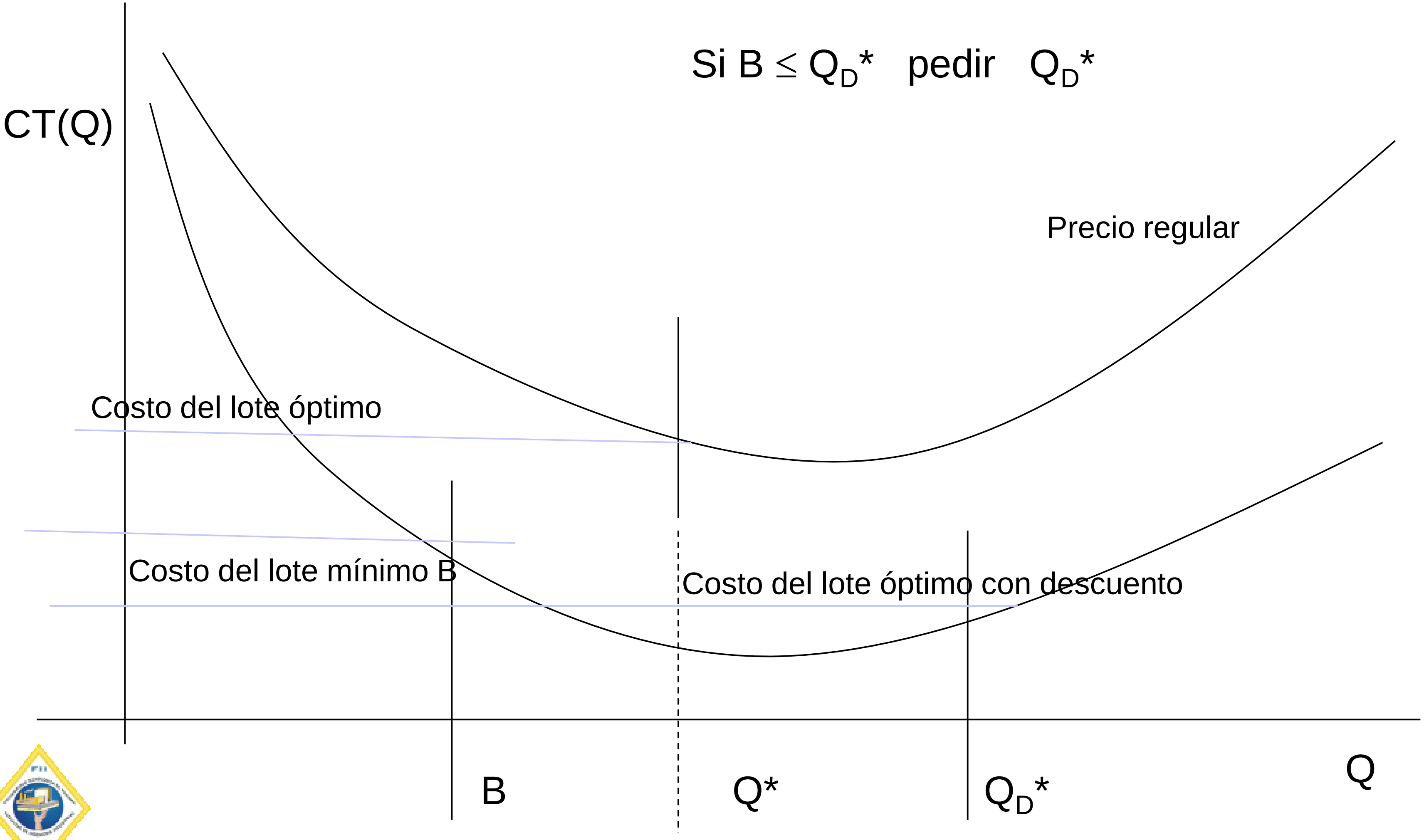
Parametro	Valor
Tamaño del lote optimo	1224.745
Escasez Máxima	81.64966
Inventario máximo	122.47
Número de tandas	12.25
Tiempo de ciclo	24.49
Punto de reorden	-81.65
Costo de la politica	$1.50245E...


0
50
100
150

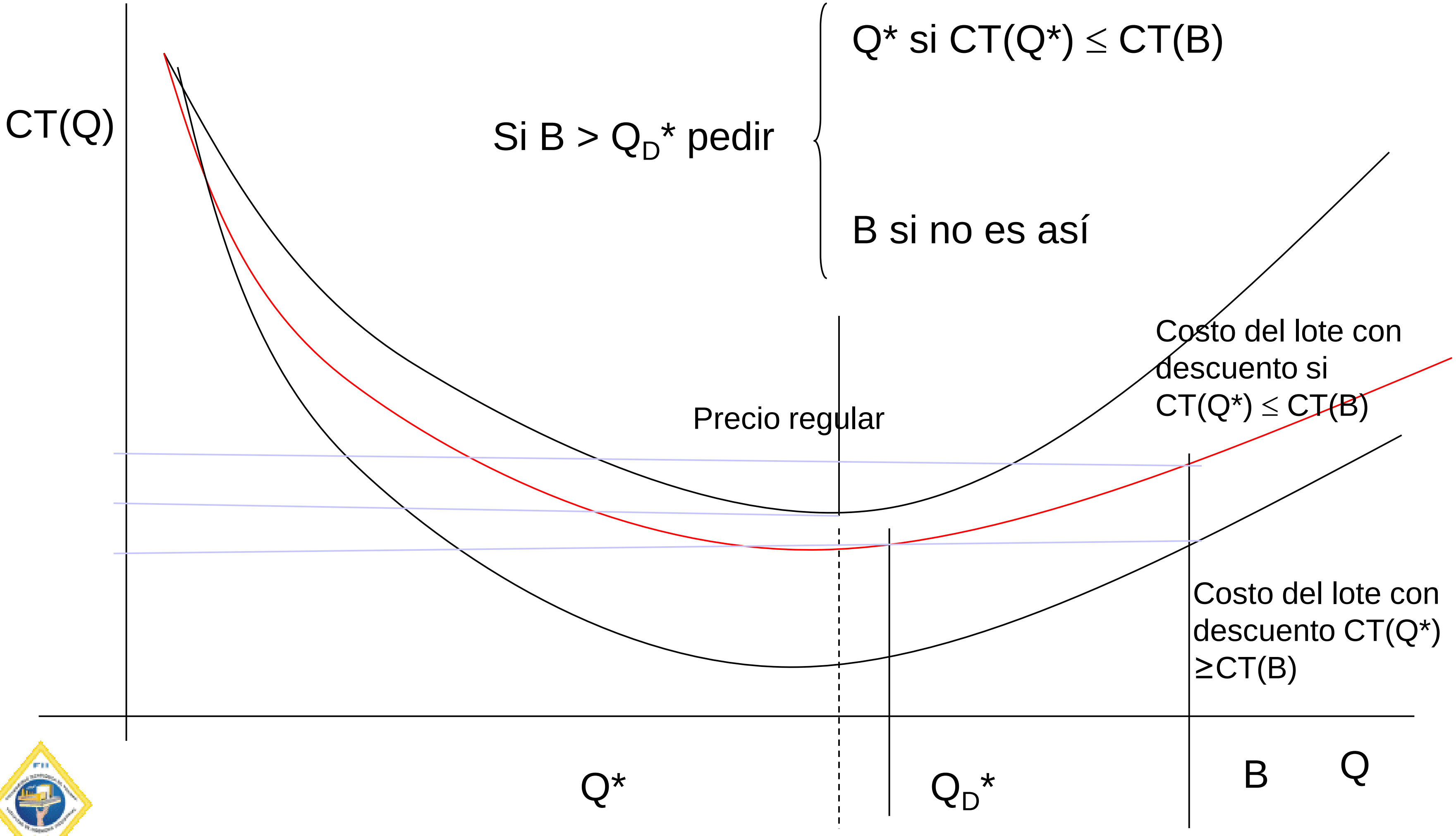
Descuentos por cantidad

- En los modelos anteriores el costo unitario es constante
- El contexto cambia si se ofrecen descuentos por cantidad
- El descuento en general es un porcentaje del precio de compra
- El descuento se ofrece cuando se compra más de cierta cantidad B.
- En este caso Q^*_D, corresponde al tamaño económico de lote para los nuevos costos asociados al descuento.

Efecto del tamaño de B



Efecto del tamaño de B



Ejemplo

- Supóngase el siguiente caso:
- Demanda de 5000 unidades al año
- Costo unitario $5.00
- Costo de mantener 20% del costo unitario por unidad año
- Costo de pedir $49
- Cuadro de descuento:

Categoría	Tamaño del lote	Descuento (%)	Costo unitario
1	0 a 999	0	5.00
2	1,000 a 2,499	3	4.85
3	2500 o más	5	4.75

Solución

Comprar	Costo Unitario	Pedir	Ch	P	M	Q*	Ct
700	5	49	1	350	350	700	25,700.00
1000	4.85	49	0.97	245	485	711	24,980.00
2500	4.75	49	0.95	98	1187.5	718	25,035.50

Política óptima, ordenar 1,000 unidades a un costo total de $24,800 anuales

Parameter	Value		
Demand rate(D)	5000	xxxxxxx	xxxxxxx
Setup/ordering cost(S)	49	xxxxxxx	xxxxxxx
Holding/carrying cost(H)	20%	xxxxxxx	xxxxxxx
Price Ranges	LOWER	UPPER	PRICE
1	1	999	5
2	1000	2499	4.85
3	2500	999999	4.75

Parameter	Value				Parameter	Value
Demand rate(D)	5000	xxxxxxx	xxxxxxx		Optimal order quantit...	1000
Setup/ordering cost(S)	49	xxxxxxx	xxxxxxx		Maximum Inventory L...	1000
Holding/carrying cost(H)@20%		xxxxxxx	xxxxxxx		Average inventory	500
					Orders per period(ye...	5
	From	To	Price		Annual Setup cost	245
1	1	999	5		Annual Holding cost	485
2	1000	2499	4.85			
3	2500	999999	4.75		Unit costs (PD)	24250
					Total Cost (including ...	24980

Range	Q* (Square root formula)	Order Quantity	Total Setup Cost	Total Holding Cost	Total Unit Cost	Total Cost
1 to 999	700	700	350	350	25000	25700
1000 to 2499	710.74	1000	245	485	24250	24980
2500 to 999999	718.18	2500	98	1187.5	23750	25035.5

EOQ con limitación de espacio de almacenamiento

- El modelo se aplica para el caso de n > 1 artículos con comportamiento típico con abastecimiento instantáneo sin faltante.
- Sean:

D_i: la demanda del producto i, para i = 1, 2, ..., n

P_i: el costo de procesar un pedido para el proudcto i

H_i: Costo unitario de almacenamiento por unidad de tiempo del producto i

Q^*_i: cantidad óptima de pedido de producto i

a_i: área de almacenamiento necesaria para una unidad de producto i

A: Área total disponible para el almacenamiento de los productos

- El costo total de la política se puede expresar como:

$$\text{Min } C = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{p_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i \leq A$$

- Optimizando a través de multiplicadores de Lagrange:

$$C = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{p_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2}\right) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A\right) \leq 0$$

$$Q^*_i = \sqrt{\frac{2p_i D_i}{h_i - 2\lambda a_i}}$$

- Donde λ es el multiplicador de Lagrange

- EOQ se determina a través de un proceso de ensayo y error, satisfaciendo siempre $\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i \leq A$

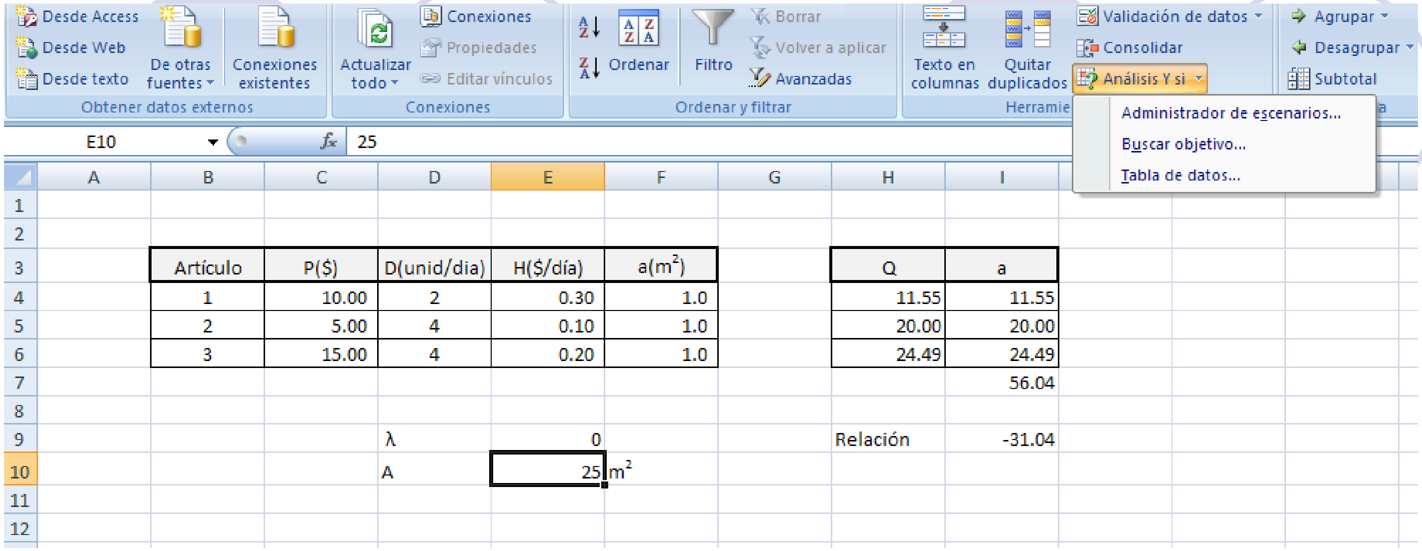
Ejemplo

- Se tiene la siguiente información, donde el área máxima disponible es de $25m^2$. Se requiere encontrar el tamaño óptimo de lote de tal manera que se satisfaga la restricción de área disponible.

Artículo	P($)	D(unid/dia)	H($/día)	$a(m^2)$
1	10.00	2	0.30	1.0
2	5.00	4	0.10	1.0
3	15.00	4	0.20	1.0

- Por ensayo y error se tiene que $\lambda = -0.348$ y,

Q	a
6.34	6.34
7.09	7.09
11.57	11.57



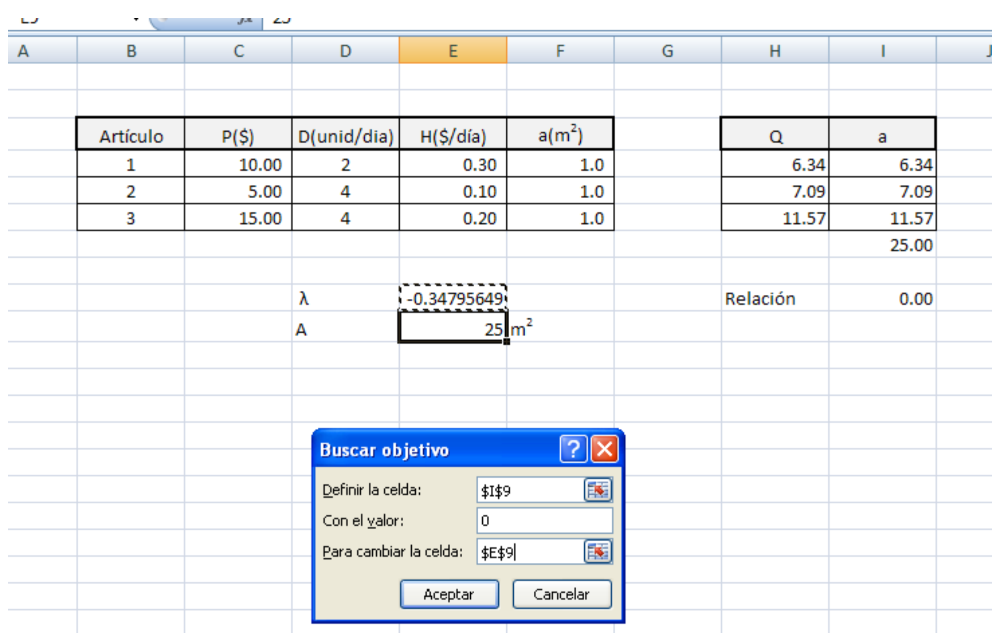
Artículo	P($)	D(unid/dia)	H($/día)	a(m^2)
1	10.00	2	0.30	1.0
2	5.00	4	0.10	1.0
3	15.00	4	0.20	1.0

Q	a
11.55	11.55
20.00	20.00
24.49	24.49
	56.04

λ 0

A 25 m^2

Relación -31.04



Artículo	P($)	D(unid/dia)	H($/día)	a(m^2)
1	10.00	2	0.30	1.0
2	5.00	4	0.10	1.0
3	15.00	4	0.20	1.0

Q	a
6.34	6.34
7.09	7.09
11.57	11.57
	25.00

λ -0.34795649

A 25 m^2

Relación 0.00

Modelo estocástico de un solo período

- También conocido como el problema del vendedor de periódico
- La demanda es incierta, con distribución f(X), tal que X es una variable aleatoria representando la demanda donde D=E(X)
- Si Q > E(X), hay un costo unitario por excedente c(o), de lo contrario hay un costo unitario c(u) de faltante.
- El objetivo es encontrar P(X≤Q) y la utilidad de la política correspondiente

Modelo estocástico de un solo período

- Sean
  - Q: cantidad a pedir
  - P: precio de venta
  - C: el costo unitario
  - S: el costo de salvamento
  - B: el costo de déficit
  - c(o): costo unitario incremental del excedente = C – S
  - c(u): costo unitario incremental del faltante = P – C + B

$$P(Q \le X) = \frac{c(u)}{c(o) + c(u)}$$

$$Q = F^{-1}(X)$$

$$Q = -\lambda \ln\left(1 - \frac{c(u)}{c(o)+c(u)}\right) \text{ distr. exponencial}$$

$$Q = \mu \pm z\sigma, \text{para } z = f\left(\frac{c(u)}{c(o)+c(u)}\right) \text{ distr. normal}$$

$$Q = a + (b - a)\left(\frac{c(u)}{c(o)+c(u)}\right) \text{ distr. uniforme}$$

$$\text{Utilidad}\begin{cases} PX - CQ + S(Q - X) \text{ si } X \le Q \\ PX - CQ + B(X - Q) \text{ si } X < Q \end{cases}$$

Ejemplo

- Una tienda de zapatos tiene una demanda uniforme de cierto modelo con intervalo entre 350 y 650
- Precio de cada par de zapato 30
- Costo de cada par de zapato 20
- Costo de faltante 10
- Valor de salvamento 10
- Costo de hacer un pedido 30

Reemplazando

- $c(o)=10$
- $c(u)=20$
- Distribución uniforme: inventario promedio es de 500 unidades
- $P(X \leq Q) = 0.6667$
- $Q = 350 + (650 - 350)*0.6667 = 550$

Enfoques heurísticos para períodos múltiples

- Programación dinámica para encontrar el tamaño del lote
- Basados en la formulación:

$$Min \quad \sum_{t=1}^{m} \left(vc_t x_t + sc_t y_t + hc_t s_t \right)$$

$$s.t. \qquad s_{t-1} + x_t = d_t + s_t \qquad \forall t \in T$$

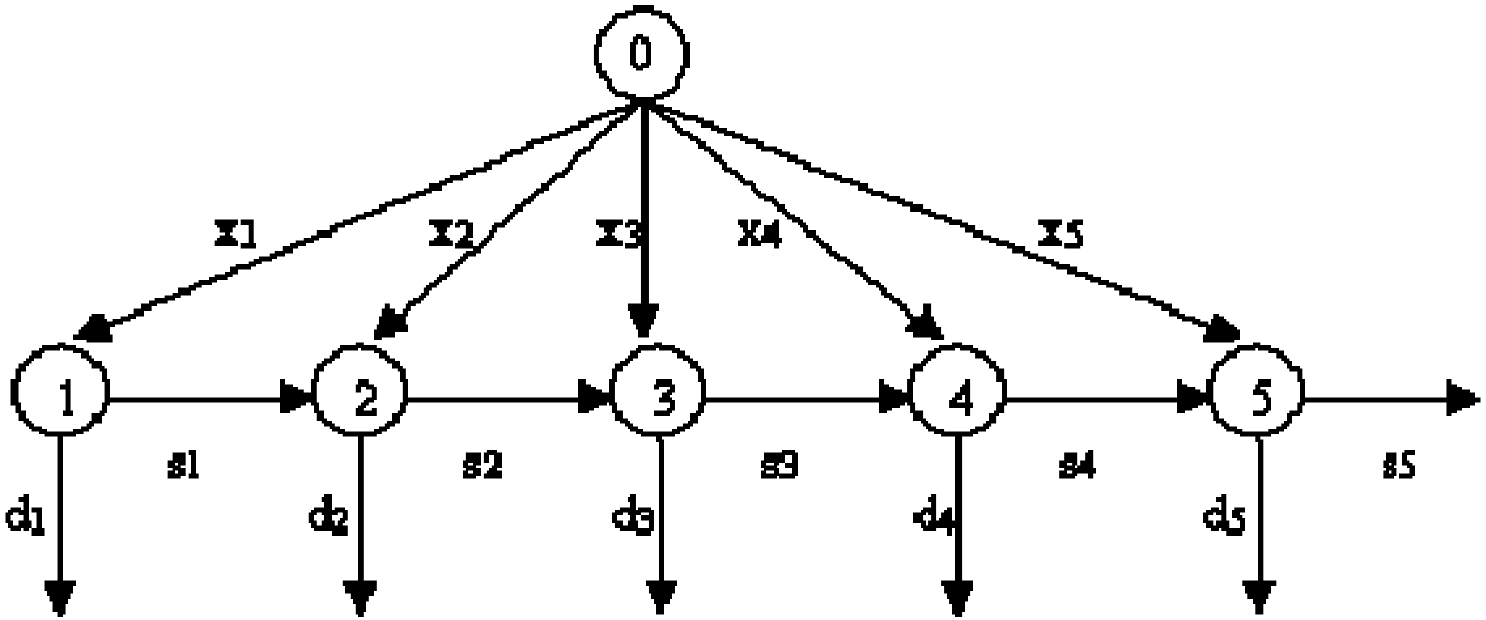
$$x_t \leq sd_{tm} y_t \qquad \forall t \in T$$

$$x_t, s_t \geq 0; y_t \in \{0,1\} \qquad \forall t \in T$$

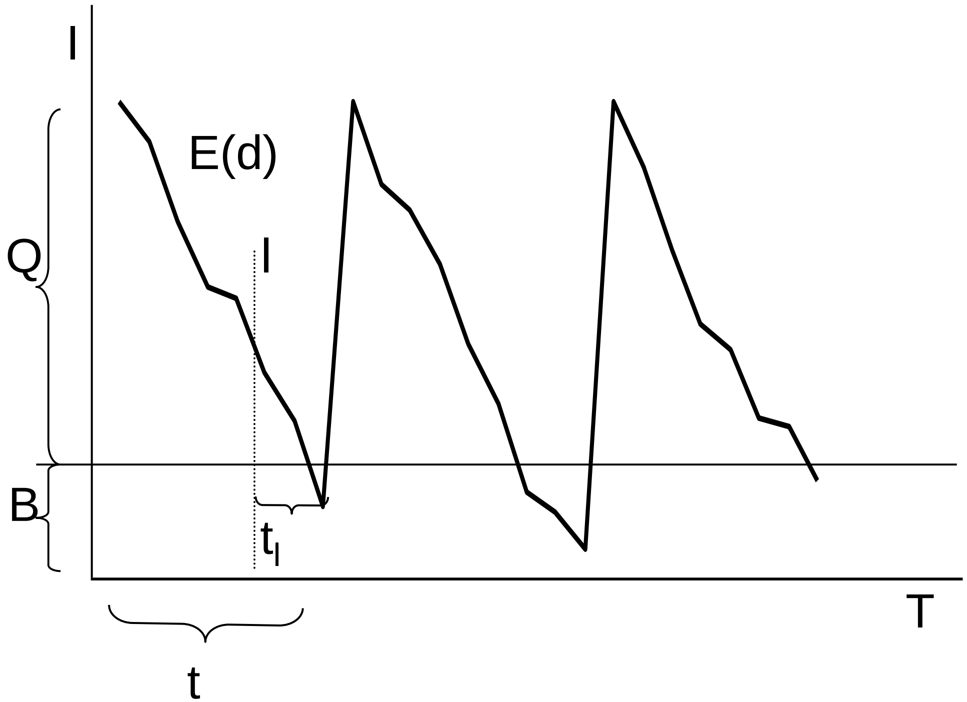
Donde, para cualquier período t:
d_t : demanda
x_t : nivel de producción
y_t : nueva tanda o pedido
s_t : nivel de inventario
vc_t: es el costo unitario
sc_t: costo de pedir o de iniciar la tanda
hc_t: costo promedio de mantener
sd_t: inventario acumulado en t
T : horizonte de planeación.
T = 1, 2, …, t, t+1, t+2, …, m

Enfoques heurísticos para períodos múltiples

- Fue resuelto por primera vez por Wagner y Whitin en 1958
- Utiliza un enfoque de programación dinámica buscando un balance del costo óptimo por período.
- Existen diferentes heurísticas, WinQSB presenta 10 de ellas.



Modelos probabilísticos



$$Q* = \sqrt{\frac{2CpE(D)}{Ch}}$$

- Dos enfoques: el inventario se revisa continuamente, o se asignan cantidades constantes en intervalos de tiempo
- Sea E(**D**) el valor esperado de la demanda total, **E(d)** el valor esperado de la demanda por unidad de tiempo y $\boldsymbol{\sigma_d}$ su desviación estándar.
- Al ser la demanda variable, hay que considerar que la tasa de agotamiento del inventario varía de tal manera que el consumo del mismo no puede modelarse linealmente.
- Para minimizar la incertidumbre, se incluye un inventario de seguridad **B.**

$$B = z_\alpha \sigma_d \sqrt{t_l}$$

$$I = B + d_l$$

$$d_l = E(d)t_l$$