



Decisiones bajo ambiente de riesgo e incertidumbre

Modelos de matriz de pago



Teoría de la decisión

- Un proceso de decisión trata de resolver la ambigüedad existente en un conjunto de alternativas.
- Es necesario construir una escala de preferencias que permita la comparación de alternativas.
- Esta escala revela la estructura de preferencias que subyace en el conjunto de alternativas.



Heurística

- Puede describirse como *el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención* o de resolver problemas mediante la creatividad. La etimología de *heurística* es la misma que la de la palabra *eureka*
- Trata de métodos o algoritmos exploratorios durante la resolución de problemas en los cuales las soluciones se descubren por la evaluación del progreso logrado en la búsqueda de un resultado final (ANSI/IEEE Std 100-1984).
- Caracterizado por técnicas por las cuales se mejora en promedio el resultado de una tarea resolutiva de problemas



Tipo de entornos para la toma de decisiones

- Toma de decisiones con certidumbre: se conoce con certeza la consecuencia de cada alternativa u opción de decisión. Se elegirá la alternativa que maximice su bienestar o que dé el mejor resultado.
- Toma de decisiones con incertidumbre: existen varios resultados posibles para cada alternativa, pero no se conocen las probabilidades de los diferentes resultados.
- Toma de decisiones con riesgo: existen varios resultados posibles para cada alternativa, y se conocen las probabilidades de los diferentes resultados.



Criterios de dominancia

- Criterio de dominancia simple:
 - Sean A_s y A_k dos alternativas de un problema de decisión y $r_{s,j}$ y $r_{k,j}$ sus resultados asociados para el j -ésimo estado de la naturaleza.
 - Se dice que A_s domina a A_k ($A_s > A_k$), para todos los estados de naturaleza j si:
 - $r_{s,j} \geq r_{k,j}$: en el caso de resultados favorables
 - $r_{s,j} \leq r_{k,j}$: en el caso de resultados desfavorables



Definiciones

- **Alternativas:** es el conjunto de posibles situaciones de que dispone el decisor para conseguir sus objetivos.
- **Estados de la naturaleza:** aquel factor o factores que influyen en el problema de decisión y que no están bajo el control del decisor. Refleja el entorno del problema de decisión.
- **Probabilidades de ocurrencia:** son las probabilidades asociadas a la ocurrencia de los diferentes estados de naturaleza.
- **Criterio de estimación:** es la característica que permite valorar el conjunto de alternativas



Decisiones en ambiente de incertidumbre

- Son aquellos modelos heurísticos donde las diferentes **alternativas** de acción se conocen, así como los **estados de la naturaleza**, los **resultados** de las mismas pero no las **probabilidades** de que cada una de estos resultados sea obtenido.
- En este caso la decisión tiene un factor subjetivo ya que no conoce de manera objetiva las probabilidades.

Matriz de pago

Alternativas	Estados de la Naturaleza						
	1	2	3	.	.	.	n
A_1	r_{A1}	$r_{A1,1}$	$r_{A1,1}$.	.	.	$r_{A1,1}$
A_2	$r_{A2,1}$	$r_{A2,1}$	$r_{A2,1}$.	.	.	$r_{A2,1}$
.
.
.
A_k	$r_{AK,1}$	$r_{AK,1}$	$r_{AK,1}$.	.	.	$r_{AK,1}$



Criterio Maximax (optimista)

- Calcular el máximo pago o resultado para cada alternativa
- Escoger la alternativa con el máximo de todos
- $A^* \rightarrow \underline{\max\{\max(r_{i,j})\}}$



Criterio Maximin (conservador)

- Calcular el mínimo de todos los pagos o resultados de cada alternativa
- Escoger el máximo de ellos
- $A^* \rightarrow \underline{\max\{\min(r_{i,j})\}}$



Criterio Minimax (conservador)

- Calcular el máximo de todos los pagos o resultados de cada alternativa
- Escoger el mínimo de ellos
- $A^* \rightarrow \underline{\min\{\max(r_{i,j})\}}$



Criterio Minimin (pesimista)

- Calcular el peor de todos los pagos o resultados de cada alternativa
- Escoger el peor de ellos
- $A^* \rightarrow \underline{\min\{\min(r_{i,j})\}}$



Criterio

Minimax del Costo de Oportunidad

- Sea $C(A_i^*) = \max(r_{i,j})$ el máximo de los alternativas
- Sea $C(A_i^*) - N_i \forall j$, el costo de oportunidad para cada alternativa i bajo cada resultado j
- Seleccionar el máximo de cada alternativa, escogiéndose la menor de todas ellas tal que
- $A^* \rightarrow \min[\max\{C(A_i^*) - r_{i,j}\}]$

Criterio realista o de Hurwicz

- Es un compromiso entre una decisión optimista y una pesimista.
- Se selecciona un **coeficiente de realismo** α que mide el nivel de optimismo del tomador de decisiones.
- El valor de este coeficiente está entre 0 y 1. Cuando α es 1, quien toma las decisiones está 100% optimista acerca del futuro.
- Cuando α es 0, quien toma las decisiones es 100% pesimista acerca del futuro.

Promedio ponderado = $\alpha(\text{mejor fila}) + (1 - \alpha)(\text{peor fila})$



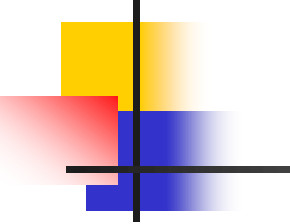
Criterio de La Place o igual probabilidades.

- Debe encontrarse el pago promedio para cada alternativa.
- Se elegirá la alternativa con el mejor promedio o el más alto.
- El enfoque de probabilidades iguales supone que todas las probabilidades de ocurrencia para los estados de naturaleza son las mismas y con ello cada **estado de naturaleza** tiene probabilidades iguales.
- $A^* \rightarrow \max[\sum_j A_{i,j}/n]$, para cada alternativa i .



Ejemplo

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA	
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	200,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000
No hacer nada	0	0



ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		MÁXIMO DE LA FILA (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	200,000 Maximax
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	100,000
No hacer nada	0	0	0

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		MÍNIMO DE LA FILA (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	-20,000
No hacer nada	0	0	0 Maximin

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		CRITERIO DE REALISMO O PROMEDIO PONDERADO ($\alpha = 0.8$) \$
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	124,000 Realismo
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	76,000
No hacer nada	0	0	0

Ejemplo de Thompson Lumber Solution

	Favorable	Desfavora	Row Min	Row	Hurwicz
Probabilities	0	0			
Planta Grande	200	-180	-180	200	124
Planta pequeña	100	-20	-20	100	76
No hacer nada	0	0	0	0	0
		maximum	0	200	124
			maximin	maximax	Best Hurwicz

The maximin is 0 given by No hacer nada

The maximax is 200 given by Planta Grande

Ejemplo de Thompson Lumber Solution

Hurwicz Value	Planta Grande	Planta pequeña	No hacer nada
.00	-180	-20	0
.01	-176.2	-18.8	0
.02	-172.4	-17.6	0
.03	-168.6	-16.4	0
.04	-164.8	-15.2	0
.05	-161	-14	0
.06	-157.2	-12.8	0
.07	-153.4	-11.6	0
.08	-149.6	-10.4	0
.09	-145.8	-9.2	0
.10	-142	-8	0
.11	-138.2	-6.8	0
.12	-134.4	-5.6	0
.13	-130.6	-4.4	0
.14	-126.8	-3.2	0
.15	-123	-2	0



Decisiones en ambiente de riesgo

- Son aquellos modelos heurísticos donde las diferentes **alternativas** de acción se conocen, así como los **estados de la naturaleza**, los **resultados** de las mismas y las **probabilidades** de que cada una de estos resultados sea obtenido



Matriz de pago

Alternativas	Estados de la Naturaleza y probabilidades asociadas						
	1, p_1	2, p_2	3, p_3	.	.	.	n, p_n
A_1	r_{A1}	$r_{A1,1}$	$r_{A1,1}$.	.	.	$r_{A1,1}$
A_2	$r_{A2,1}$	$r_{A2,1}$	$r_{A2,1}$.	.	.	$r_{A2,1}$
.
.
.
A_k	$r_{AK,1}$	$r_{AK,1}$	$r_{AK,1}$.	.	.	$r_{AK,1}$



Definiciones

- **Alternativas:** es el conjunto de posibles situaciones de que dispone el decisor para conseguir sus objetivos.
- **Estados de la naturaleza:** aquel factor o factores que influyen en el problema de decisión y que no están bajo el control del decisor. Refleja el entorno del problema de decisión.
- **Probabilidades de ocurrencia:** son las probabilidades asociadas a la ocurrencia de los diferentes estados de naturaleza.
- **Criterio de estimación:** es la característica que permite valorar el conjunto de alternativas



Probabilidades

- ¿En qué consisten las probabilidades?
- Indican incertidumbre acerca de un evento que:
 - Ocurrió en el pasado
 - Ocorre en el presente
 - Ocurrirá en el futuro



Enfoques de probabilidad

- Clásico o escuela objetiva
- Frecuencias relativas
- Personalista o subjetivo



Fuentes de las probabilidades

- Historia del pasado
- Juicio subjetivo
- Distribuciones teóricas



Valor esperado de una decisión

- Definiendo el valor esperado de las diferentes alternativas como $E(N_i)$, donde N_i es el resultado de la alternativa i , se tiene que:

$$E(A_i) = \sum_{j=1}^n r_{i,j} p(r_{i,j}) \quad i = A_1, A_2; \dots, A_k$$

- Se escoge la alternativa tal que:
 - Max $E(N_i)$ para el caso favorable
 - Min $E(N_i)$ para el caso desfavorable



Valor esperado de la información perfecta

- **Resultado esperado con información perfecta (REIP):** es la cantidad que el decisor espera ganar si supiera con certeza qué estado de la naturaleza va a presentarse
- **Resultado esperado en riesgo (RER):** es la cantidad que se espera ganar si no se tiene información adicional. Es el resultado óptimo sin información adicional.
- **Valor esperado de información perfecta (VIP):** es el valor que la información perfecta tiene para el decisor porque supone la mejora en los resultados esperados que obtendría con dicha información



Valor esperado de la información perfecta

- **Resultado esperado con información perfecta (REIP):**
 - $REIP = E(r_j^*)$, donde $r_j^* = \text{mejor}(r_{i,j}) \quad \forall i, j$
- **Resultado esperado en riesgo (RER):**
 - $RER = E(A^*)$, esto es, el mejor valor esperado $E(A_j)$
- **Valor esperado de información perfecta (VIP):**
 - $VIP = REIP - RER$



Ejemplo I

- La siguiente tabla muestra los estados de la naturaleza, alternativas y utilidad de tres alternativas de negocios.

	E_1 0.3	E_2 0.5	E_3 0.2
A_1	8	2	0
A_2	10	1	-5
A_3	10	4	-4



Tabla Excel

	E_1	E_2	E_3	Valor Esperado
	0.3	0.5	0.2	$E(A)$
A_1	8	2	0	3.4
A_2	10	1	-5	2.5
A_3	10	4	-4	4.2*
REIP	10	4	0	5

$$\begin{aligned}\text{Valor de Información Perfecta} &= \text{REIP} - \text{RER} \\ &= 5 - 4.2 = 0.8\end{aligned}$$

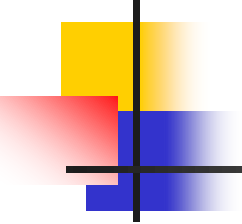


Efecto de la varianza

- La desventaja del valor medio es que no toma en cuenta la variabilidad
- Suponga que $A_i \rightarrow (\mu, \sigma^2)$
- Recordando que la varianza se estima como:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^n p_{i,j} r_{i,j}^2 - \mu_i^2$$

- Se escogerá la decisión donde $\sigma^2 \leq M$ y además cumpla con los criterios favorables o desfavorables, según sea el caso.



	E1	E2	E3	E	Var	Desv
	0.3	0.5	0.2	(A)	(A)	Std.
A1	8	2	0	3.4	9.64	3.105
A2	10	1	-5	2.5	29.3	5.408
A3	10	4	-4	4.2	23.6	4.854



Criterio

Mínimo costo de Oportunidad

- Sea $C(A_{i,j}^*)$ el máximo de los resultados asociados para cada alternativa i bajo cada estado de la naturaleza j
- Sea $C(A_{i,j}^*) - r_{i,j} \forall j$, el costo de oportunidad correspondiente para cada alternativa i bajo cada estado de la naturaleza j



Criterio

Mínimo costo de Oportunidad

- Sea $E(C(A_j^*) - r_j) \forall j$ el valor esperado de cada costo de oportunidad j
- Calcular el valor esperado del costo de oportunidad de cada alternativa
- Seleccionar el mínimo de ellos:
 $\text{Min}\{E(C(A_i) - r_j) \forall j\}$



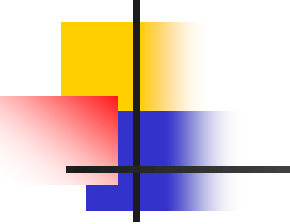
	E1	E2	E3	E
	0.3	0.5	0.2	(A)
A1	2	2	0	1.6
A2	0	3	5	2.5
A3	0	0	4	0.8



Ejemplo

Ganga S. A., es una empresa que se dedica a la comercialización de bienes destinados a tiendas “¡TODO A BALBOA!”. Esa empresa quiere ampliar su negocio entrando a nuevos mercados. Por este motivo, realiza un estudio sobre la demanda de sus productos en cuatro zonas distintas, I, II, III y IV, estimando una demanda (en miles de unidades) en cada zona de 11, 12, 15.5 y 17 respectivamente.

Para poder abastecer el nuevo mercado debe contar con un nuevo almacén; actualmente se alquilan tres, que tienen, cada uno, una capacidad (en miles de unidades) de 11, 15 y 17. La estructura de costos (en miles de balboas) para cada posible situación se muestra en la siguiente tabla:



Almacén/ Mercado	11,000	15,000	17,000
I	10	15	20
II	10	17.5	15
III	15	16	19
IV	30	35	18



Ejemplo cont...


Si la probabilidad de alquilar el primer almacén es de 30%, de conseguir el segundo es 40% y el tercero es 30%

- ¿Cuál será la mejor decisión si se quiere reducir costos?
- ¿Cuál será la decisión si no se aceptan desviaciones estándar de más de B/. 8 mil?



Análisis con la varianza

Almacén/ Mercado	11,000	15,000	17,000	Valor Esperado	Varianza
	0.3	0.4	0.3		
I	10	15	20	15.00	15.00
II	10	17.5	15	14.50	9.75
III	15	16	19	16.60	2.64
IV	30	35	18	28.40	50.64



ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA	
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	200,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000
No hacer nada	0	0
Probabilidades	0.50	0.50

Ejemplo de Thompson Lumber Solution

	Favorable	Desfavorable	EMV	Row Min	Row	Hurwicz
Probabilities	0.5	0.5				
Planta Grande	200	-180	10	-180	200	124
Planta pequeña	100	-20	40	-20	100	76
No hacer nada	0	0	0	0	0	0
		maximum	40	0	200	124
			Best EV	maximin	maximax	Best Hu...

The maximum expected monetary value is 40 given by Planta pequeña

The maximin is 0 given by No hacer nada

The maximax is 200 given by Planta Grande

ESTADO DE NATURALEZA

ALTERNATIVA	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	200,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000
No hacer nada	0	0
Probabilidades	0.50	0.50

Ejemplo de Thompson Lumber Solution

	Favorable	Desfavorable	Maximum
Probabilities	.5	.5	
Planta Grande	200	-180	
Planta pequeña	100	-20	
No hacer nada	0	0	
Perfect Information	200	0	
Perfect*probability	100	0	100
Best Expected Value			40
Exp Value of Perfect Info			60

ESTADO DE NATURALEZA

ALTERNATIVA	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	200,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000
No hacer nada	0	0
Probabilidades	0.50	0.50

Perfect Information

Ejemplo de Thompson Lumber Solution

	Favorable	Desfavorable	Maximum
Probabilities	.5	.5	
Planta Grande	200	-180	
Planta pequeña	100	-20	
No hacer nada	0	0	
Perfect Information	200	0	
Perfect*probability	100	0	100
Best Expected Value			40
Exp Value of Perfect Info			60

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA	
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	200,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000
No hacer nada	0	0
Probabilidades	0.50	0.50

Regret or Opportunity Loss

Ejemplo de Thompson Lumber Solution

	Favorable Regret	Desfavorable Regret	Maximum Regret	Expected Regret
Probabilities	.5	.5		
Planta Grande	0	180	180	90
Planta pequeña	100	20	100	60
No hacer nada	200	0	200	100
Minimax regret			100	

Ejemplo: La Ampliación del Canal

Escenarios Macroeconómicos					
Escenario	Panorama Internacional	Ambiente de Políticas Públicas	Integración Hemisférica	Tendencias de Actividades del Conglomerado	Probabilidad
Optimista	Crecimiento dinámico en las actividades comerciales y marítimas	Productividad óptima, competitividad, mejoras	TLC rápido con EUA, América Central, Andes, ALCA	Sobre el promedio	15%
Más Probable	Tendencias promedio	Tendencias y situación presentes, mejoras lentas	Proceso largo, gradual	Tendencias promedio	60%
Pesimista	Por debajo de las tendencias promedio, complicaciones internacionales	Políticas ineficientes, ambiente de costos más altos	Demorado, bajas inversiones y crecimiento lento	Por debajo de las tendencias promedio	25%

Tomado de los estudios macroeconómicos para la ampliación desarrollados por DRI•WEFA, 2002



Ejemplo: La Ampliación del Canal

	Escenarios de canal no ampliado		
	Pesimista	Más probable	Optimista
	0.25	0.60	0.15
Demanda del Canal (Millones Ton CPSUAB, 2025)	237	296	330
Necesidad de agua (esclusajes diarios) del canal	29	32	35
Ingresos estimados (millones de USD)	2,800	3,520	3,900
Costo estimado de modernización a máxima capacidad (millones USD)	1,690	1,690	1,690

ACP, Propuesta de ampliación y otros estudios financieros

Ejemplo: La Ampliación del Canal

	Escenarios canal ampliado		
	Pesimista	Más probable	Optimista
	0.25	0.60	0.15
Demanda del Canal (Millones Ton CPSUAB, 2025)	428	508	660
Necesidad de agua (esclusajes diarios)	32	40	46
Ingresos estimados (millones de U\$D)	5,436	7,700	8,920
Costo estimado de la ampliación	5,800	5,250	4,200

ACP, Propuesta de ampliación y otros estudios financieros