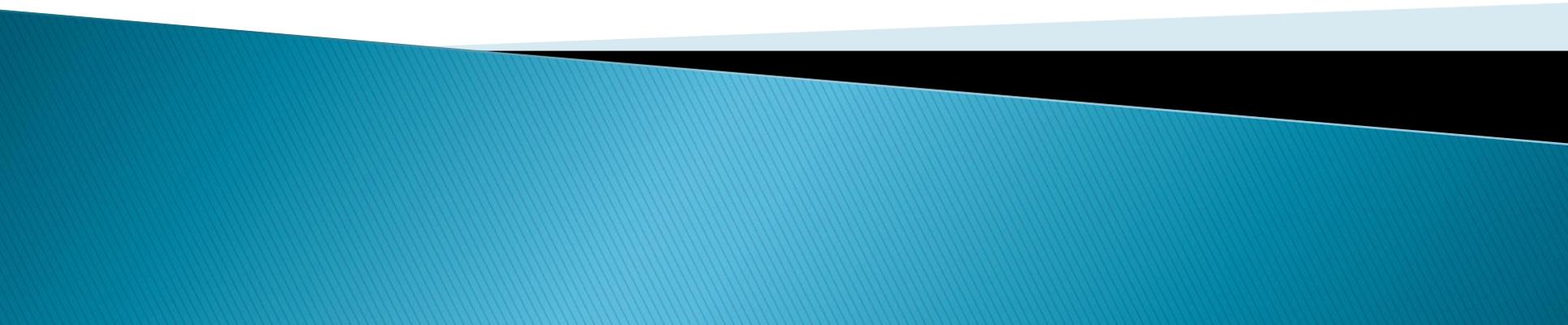


Variables Aleatorias Continuas

Por: Dra. Victoria Serrano



Espacio Muestral Continuo

- ▶ Una variable aleatoria X es continua si el rango S_X consiste de uno o más intervalos

Función de densidad de probabilidad (fdp)

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$

La probabilidad de X está en un pequeño intervalo en la región alrededor de x :

$$\begin{aligned} P[x < X \leq +h] &= F_X(x+h) - F_X(x) \\ &= \frac{F_X(x+h) - F_X(x)}{h} h \end{aligned}$$

Si la cdf tiene derivada en x , entonces h se vuelve muy pequeño

$$P[x < X \leq +h] \cong f_X(x)h$$

Propiedades de la Función de Densidad de Probabilidad (fdp)

- ▶ Función no-decreciente

$$f_X(x) \geq 0$$

- ▶ Probabilidad de un intervalo $[a,b]$

$$P[a \leq X \leq b] = \int_a^b f_X(x) dx$$

- ▶ cdf puede ser obtenida al integrar fdp

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$$

- ▶ Condición de normalización para fdp

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t) dt$$

Ejemplo

- ▶ Suponga que se tiene una rueda de un metro de circunferencia y se marca un punto en el perímetro en la parte superior de la rueda. En el centro de la rueda se encuentra un apuntador radial que hacemos girar. Después de hacer girar el apuntador, medimos la distancia, X metros, alrededor de la circunferencia de la rueda que gira en sentido horario desde el punto marcado hasta el punto del apuntador como se muestra en la figura. Se observa que $0 \leq X < 1$. ¿Cuál es la probabilidad $P[X = x]$?

Valor esperado de X

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$$

El valor esperado existe si la integral converge. Es decir:

$$E[|X|] = \int_{-\infty}^{+\infty} |x| f_X(x) dx < \infty$$

Valor esperado de $Y = g(X)$

$$E[Y] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx$$

Varianza y Desviación Estándar

- ▶ Varianza

$$VAR[X] = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2$$

- ▶ Desviación Estándar

$$STD[X] = VAR[X]^{\frac{1}{2}}$$

Distribución Gaussiana (normal) de una Variable Aleatoria

Normal Distribution PDF

