Distribuciones de Variables Aleatorias Continuas

Por: Dra. Victoria Serrano

Distribución Uniforme

- Una variable aleatoria X es uniforme si la fdp de X es:

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & de\ cualquier\ otro\ modo \end{cases}$$

Donde $b > a$

La cdf de X es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

El valor esperado de X:

$$E[X] = \frac{b+a}{2}$$

La varianza de X:

$$VAR[X] = \frac{(b+a)^2}{12}$$

Distribución Exponencial

- Una variable aleatoria X es exponencial (λ) si la fdp de X es:

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & de\ cualquier\ otro\ modo \end{cases}$$

Donde $\lambda > 0$

La cdf de X es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & de\ cualquier\ otro\ modo \end{cases}$$

El valor esperado de X:

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

La varianza de X:

$$VAR[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Distribución Gausiana de una Variable Aleatoria

- Una variable aleatoria X es Gaussiana (μ, σ) si la fdp de X es:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

Donde el parámetro μ puede ser cualquier número real y el parámetro $\sigma > 0$

El valor esperado de X:

$$E[X] = \mu$$

La varianza de X:

$$VAR[X] = \sigma^2$$

Distribución Normal Estándar

- Una variable aleatoria normal estándar Z es Gaussiana $(0, 1)$

La cdf de la variable aleatoria normal estándar Z es:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{u^2}{2}} \, du$$

Si X es una variable aletoria Gaussiana (μ, σ), la cdf de X es:

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

La probabilidad de que X esté en el intervalo de $(a, b]$ es:

$$P[a < X \leq b] = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Distribución Gausiana (normal) de una Variable Aleatoria