

# Ejemplos correspondientes a trenes de engranes

1. Diseñe un tren compuesto (al menos un eje carga más de un engrane) revertido (eje de salida es concéntrico con el de entrada) con engranes rectos para una razón de 30:1 (valor de tren igual a 1/30) y un paso diametral de 10 dientes por pulgada. Especifique el número de dientes de cada engrane y los diámetros de paso. Haga el esquemático del tren de engranes. Considere una razón por etapa máxima de 10:1 y un número de dientes mínimo de 12.

Ecuaciones básicas:

$$n_L = en_F, \quad e = \frac{\text{producto de dientes impulsores}}{\text{producto de dientes impulsados}}, \quad P = \frac{N}{d}$$

Al tratarse de un tren revertido también debe tomar en cuenta las limitaciones con respecto a la distancia entre los centro de los engranes acoplados por etapa.

**Desarrollo:**

1. Determinar el número de etapas que se tendrá. El inverso del valor de tren será igual al producto de las diferentes razones de diente por etapas que se tenga.

Sí inicialmente se probara una razón de dientes por etapa constante ( $r_j$ ) para 2, 3, y 4 etapas se tendría:

2 etapas  $\rightarrow r_2$ ,    3 etapas  $\rightarrow r_3$ ,    4 etapas  $\rightarrow r_4$

$$\frac{1}{e} = (r_2)(r_2) = 30 \rightarrow r_2 \cong 5.48$$

$$\frac{1}{e} = (r_3)(r_3)(r_3) = 30 \rightarrow r_3 \cong 3.11$$

$$\frac{1}{e} = r_4^4 = 30 \rightarrow r_4 \cong 2.34$$

# Ejemplos correspondientes a trenes de engranes

1. Diseñe un tren compuesto (al menos un eje carga más de un engrane) revertido (eje de salida es concéntrico con el de entrada) con engranes rectos para una razón de 30:1 (valor de tren igual a 1/30) y un paso diametral de 10 dientes por pulgada. Especifique el número de dientes de cada engrane y los diámetros de paso. Haga el esquemático del tren de engranes. Considere una razón por etapa máxima de 10:1 y un número de dientes mínimo de 12.

## Desarrollo:

1. Determinar el número de etapas que se tendrá. El inverso del valor de tren será igual al producto de las diferentes razones de diente por etapas que se tenga.

En vista de que para cualquiera de los casos se tiene una razón de dientes por etapa inferior a 10:1 se decide tomar el primer caso. Se tendrán dos etapas.

2. Decidir la razón de número de dientes por etapa.

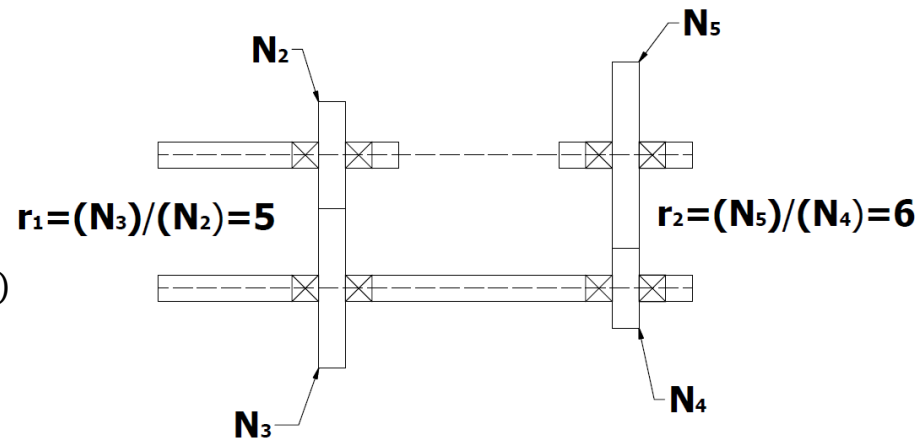
$$\frac{1}{e} = (r_1)(r_2) = 30 = (2)(15) = (3)(10) = (5)(6) = (30)(1)$$

Aquí se ha descompuesto el inverso del valor del tren en productos de las razones de dientes por etapa constituidos de números enteros. Esto último no es estrictamente necesario.

Se decide seleccionar las siguientes razones de número de dientes por etapa:

$$r_1 = 5, r_2 = 6$$

3. Hacer un esquemático rápido del tren.



# Ejemplos correspondientes a trenes de engranes

1. Diseñe un tren compuesto (al menos un eje carga más de un engrane) revertido (eje de salida es concéntrico con el de entrada) con engranes rectos para una razón de 30:1 (valor de tren igual a 1/30) y un paso diametral de 10 dientes por pulgada. Especifique el número de dientes de cada engrane y los diámetros de paso. Haga el esquemático del tren de engranes. Considere una razón por etapa máxima de 10:1 y un número de dientes mínimo de 12.

**Desarrollo:**

4. Se determina el número de dientes.

$$(1) \quad r_1 = \frac{N_3}{N_2} = 5$$

$$(2) \quad r_2 = \frac{N_5}{N_4} = 6$$

$$\frac{d_2}{2} + \frac{d_3}{2} = \frac{d_4}{2} + \frac{d_5}{2} \rightarrow \frac{N_2}{2P} + \frac{N_3}{2P} = \frac{N_4}{2P} + \frac{N_5}{2P}$$

$$(3) \quad N_2 + N_3 = N_4 + N_5$$

Aquí se tienen 3 ecuaciones y 4 incógnitas. Y una posible solución podría ser encontrada al arbitrariamente decidir el valor de una de las incógnitas.

Otro enfoque en tanto, sería emplear la última ecuación para resolver de forma independiente, 2 de las 4 incógnitas.

$$N_2 + N_3 = N_4 + N_5 = K, \quad K = \text{constante}$$

$$(4) \quad N_2 + N_3 = K \rightarrow N_2(1 + r_1) = K$$

$$(5) \quad N_4 + N_5 = K \rightarrow N_4(1 + r_2) = K$$

Cuando las ecuaciones (4) y (5) se hacen compatibles se abran encontrado los valores que satisfacen a la ecuación (3).

Y el valor mínimo que puede tomar  $K$  para satisfacer las ecuaciones anteriores sería:

$$K_{min} = (1 + r_1)(1 + r_2)$$

# Ejemplos correspondientes a trenes de engranes

1. Diseñe un tren compuesto (al menos un eje carga más de un engrane) revertido (eje de salida es concéntrico con el de entrada) con engranes rectos para una razón de 30:1 (valor de tren igual a 1/30) y un paso diametral de 10 dientes por pulgada. Especifique el número de dientes de cada engrane y los diámetros de paso. Haga el esquemático del tren de engranes. Considere una razón por etapa máxima de 10:1 y un número de dientes mínimo de 12.

## Desarrollo:

4. Se determina el número de dientes.

$$K_{min} = (1 + 5)(1 + 6) = 42$$

Para este valor se tendrían los siguientes valores para  $N_2$  y  $N_4$ :

$$N_2 = \frac{K}{(1 + r_1)} = 7, N_4 = \frac{K}{(1 + r_2)} = 6$$

Lo cual está por debajo del número de dientes mínimo. Consecuentemente se empleará el primer múltiplo de  $K_{min}$  que lleve a valores de  $N_2$  y  $N_4$  mayores a 12.

Sea  $K = 2K_{min} = 84$ :

$$N_2 = 14, N_4 = 12$$

Una vez se conocen los valores de los engranes impulsores se puede determinar los valores de los engranes impulsados a partir de las ecuaciones (1) y (2):

$$N_3 = N_2 r_1 = (14)(5)$$

$$N_3 = 70$$

$$N_5 = N_4 r_2 = (12)(6) = 72$$

$$N_5 = 72$$

5. Se determinan los diámetros de paso.

$$P = \frac{N}{d}, P = 10 \frac{\text{dientes}}{\text{in}}$$

$$d_2 = 1.4 \text{ in}, d_3 = 7 \text{ in}, d_4 = 1.2 \text{ in}, d_5 = 7.2 \text{ in}$$

# Ejemplos correspondientes a trenes de engranes

2. Considere el siguiente tren de engranes planetarios mostrado a continuación.

Dado los valores mostrados en la siguiente tabla, determine el valor de la velocidad angular del engrane impulsor ( $\omega_2$ ).

| $N_2$ | $N_3$ | $N_4$ | $N_5$ | $N_6$ | $\omega_6$ | $\omega_{brazo}$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|------------|------------------|
| 30    | 25    | 45    | 50    | 200   | 20         | -50              |

Ecuaciones básicas:

$$e = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}, \quad e = \frac{\text{producto de dientes impulsores}}{\text{producto de dientes impulsados}}$$

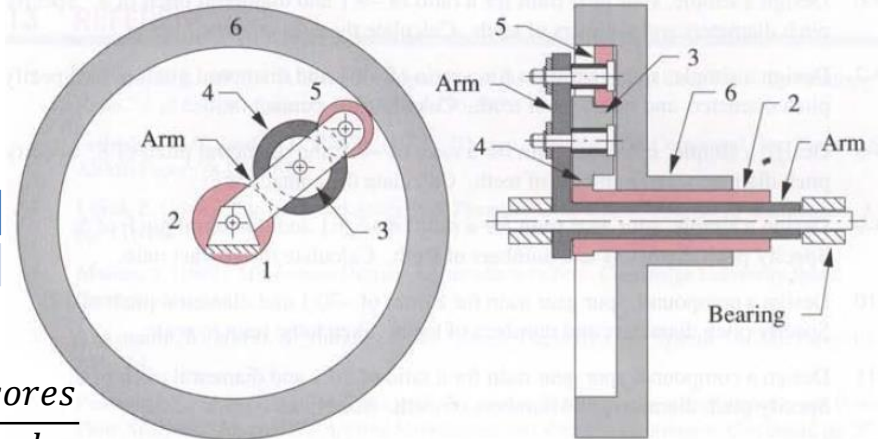
Donde:  $\omega_L$  es la velocidad angular del último engrane,  $\omega_A$  es la velocidad angular del brazo, y  $\omega_F$  es la velocidad angular del primer engrane.

**Suposición:**

Se considerará que las velocidades angulares en sentido anti horario son positivas.

**Desarrollo:**

$$e = \frac{\text{producto de dientes impulsores}}{\text{producto de dientes impulsados}} = \frac{N_2 N_3 N_5}{N_4 N_5 N_6}$$



$$e = \frac{(30)(25)}{(45)(200)} = 0.08\bar{3}$$

Aquí el valor del tren es positivo ya que la dirección en que rota el engrane 2 y el 6 es la misma.

$$e = \frac{\omega_6 - \omega_A}{\omega_2 - \omega_A} \rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_6 - \omega_A}{e} + \omega_A$$

$$\omega_2 = \frac{20 - (-50)}{0.08\bar{3}} + (-50)$$

$$\omega_2 = 790$$