

Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

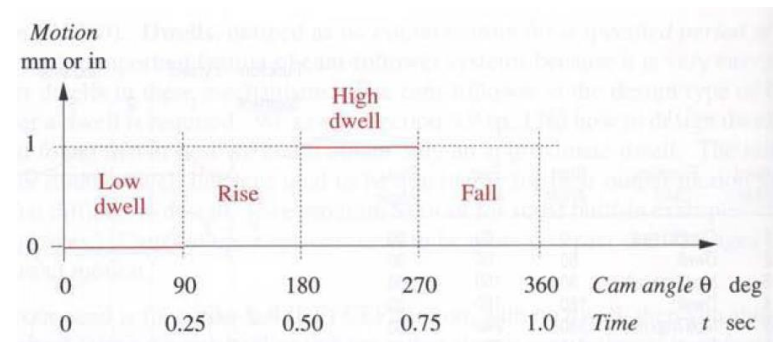
A partir de la información anterior determine la función $S(\theta)$ que describe el desplazamiento del seguidor en la sección de subida $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$, si se emplean los siguientes esquemas de movimiento:

a. Velocidad constante.

b. Movimiento armónico simple.

c. Polinomio de grado 5.

Tome en cuenta que la velocidad angular constante ω de la leva es de $2\pi \text{ rad/s}$.



Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

a. Esquema de velocidad constante.

Este esquema implica que se emplee una función lineal para el desplazamiento del seguidor S .

$$S = ax + b$$

Donde x puede ser t, θ o alguna razón de estas dos variables.

En este caso se tomará que $x = \theta/\beta$, donde β es el desplazamiento angular de la leva durante la sección del movimiento del seguidor en consideración. Para este caso $\beta = 90^\circ$.

$$S(\theta) = a\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + b$$

$$S\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ in} = \left(\frac{\pi/2}{\pi/2}\right) + b$$

$$S(\theta = \pi) = 1 \text{ in} = a\left(\frac{\pi}{\pi/2}\right) + b$$

Consecuentemente:

$$a = 1, b = -1$$

$$S(\theta) = \left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 1, \quad 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$

Lo cual también puede ser expresado en términos del intervalo de tiempo correspondiente a $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$, recordando que aquí $\theta = \omega t$.

Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

a. Esquema de velocidad constante.

$$s(t) = \left(\frac{\omega t}{\beta}\right) - 1, \quad 0.25 \text{ s} < t \leq 0.5 \text{ s}$$

Y las funciones de velocidad $v(t)$ y aceleración $a(t)$ estarían dadas por:

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{\omega}{\beta}\right), \quad 0.25 \text{ s} < t \leq 0.5 \text{ s}$$

$$a(t) = \frac{d^2s}{dt^2} = 0, \quad 0.25 \text{ s} < t \leq 0.5 \text{ s}$$

También la velocidad y la aceleración pueden ser expresadas en términos del desplazamiento angular de la leva.

$$\theta = \omega t \rightarrow d\theta = \omega dt$$

Por ejemplo:

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{\omega}{\beta}\right) \rightarrow ds = \left(\frac{\omega}{\beta}\right) dt$$

$$ds = \left(\frac{1}{\beta}\right) d\theta$$

$$V(\theta) = \frac{ds}{d\theta} = \left(\frac{1}{\beta}\right)$$

Este esquema a simple vista es satisfactorio en el intervalo correspondiente a la sección de subida $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ya que la aceleración es cero (no se tendrán fuerzas inerciales) y su cambio también será cero (nivel de vibración bajo). 3

Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

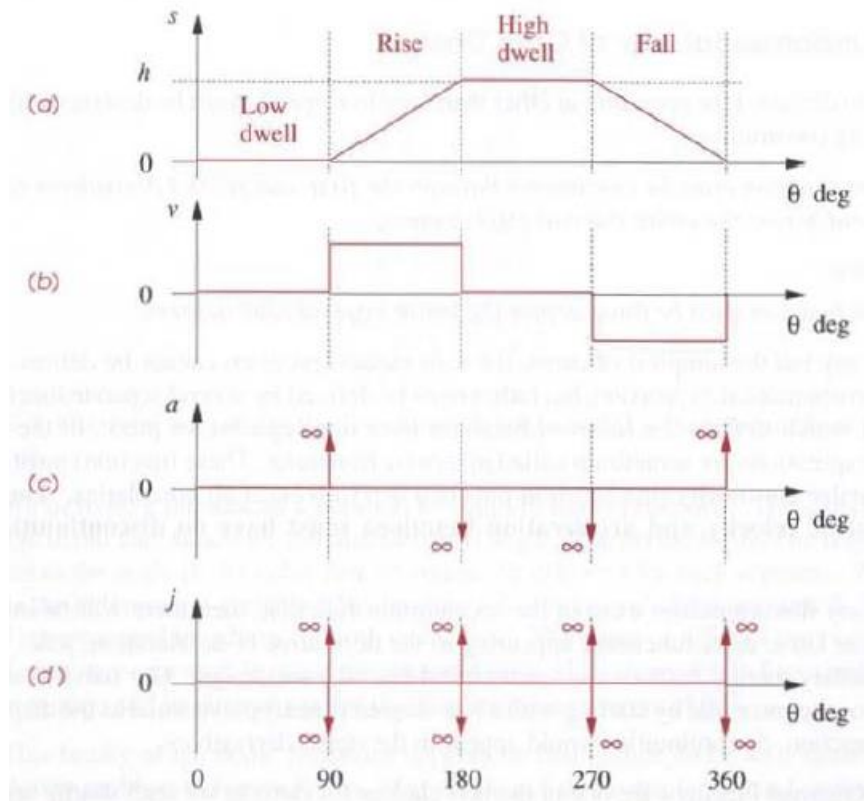
-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

a. Esquema de velocidad constante.

Sin embargo, si se integra el esquema de esta sección en el movimiento global del seguidor, se puede ver que existe una discontinuidad severa en el diagrama de velocidad en las fronteras de la sección, lo que hace que la aceleración y su cambio sean sumamente grandes y teóricamente infinitos.



Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

b. Movimiento armónico simple.

Sea:

$$S(\theta) = a - b \cos\left(\pi \frac{\theta}{\beta}\right)$$

Lo que al imponer las condiciones de frontera da:

$$S\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ in} = a - b \cos\left(\pi \cdot \frac{\pi/2}{\pi/2}\right)$$

$$S(\theta = \pi) = 1 \text{ in} = a - b \cos\left(\pi \cdot \frac{\pi}{\pi/2}\right)$$

Consecuentemente:

$$a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right], \quad 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$

$$V(\theta) = \frac{\pi}{2\beta} \left[\sin\left(\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right], \quad 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$

$$A(\theta) = \frac{\pi^2}{2\beta^2} \left[\cos\left(\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right], \quad 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$

$$J(\theta) = -\frac{\pi^3}{2\beta^3} \left[\sin\left(\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right], \quad 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$

Este esquema tampoco es el apropiado ya que se tendrá una discontinuidad en el diagrama de aceleración en el esquema de movimiento global.

Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

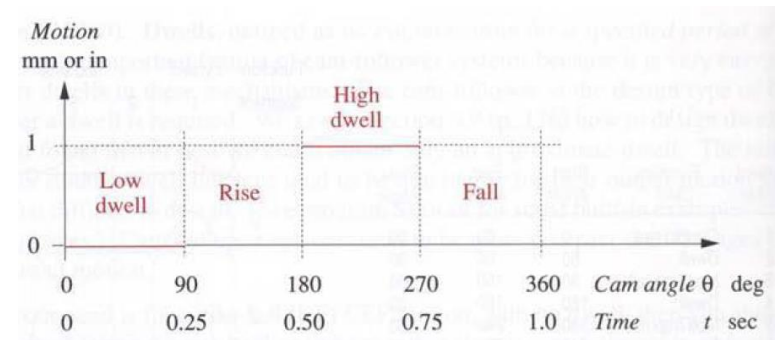
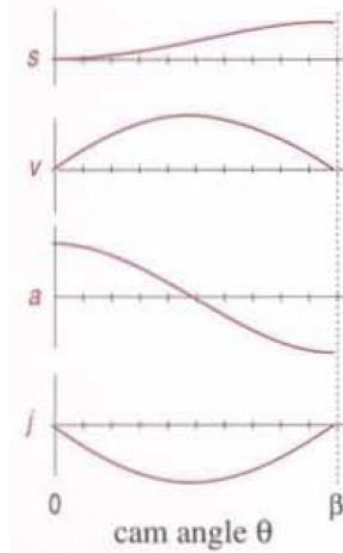
-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

b. Movimiento armónico simple.



Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

c. Desplazamiento polinomio de grado 5.

Sea:

$$S(\theta) = a + b \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + c \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + d \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + e \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + f \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5$$

$$V(\theta) = \frac{1}{\beta} \left[b + 2c \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 3d \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 4e \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5f \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \right]$$

$$A(\theta) = \frac{1}{\beta^2} \left[2c + 6d \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 12e \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 20f \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 \right]$$

Donde de acuerdo a las condiciones de frontera:

Para $\theta = \pi/2$:

$$S(\pi/2) = V(\pi/2) = A(\pi/2) = 0 \text{ in}$$

Para $\theta = \pi$:

$$S(\pi) = 1 \text{ in}, \quad V(\pi) = A(\pi) = 0 \text{ in}$$

Por lo tanto:

$$S(\pi/2) = 0 \text{ in} = a + b + c + d + e + f$$

$$V(\pi/2) = 0 \text{ in/rad} = \frac{2}{\pi} [b + 2c + 3d + 4e + 5f]$$

$$A(\pi/2) = 0 \text{ in/rad}^2 = \frac{4}{\pi^2} [2c + 6d + 12e + 20f]$$

Ejemplo correspondientes a esquema de movimiento del seguidor

1. Considere las siguientes especificaciones acerca de las posiciones extremas que deben seguir los esquemas de movimiento seleccionados para el seguidor:

-Parada: $S(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) = 0 \text{ in.}$

-Subida: $S(\theta = 180^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Parada: $S(180^\circ < \theta \leq 270^\circ) = 1 \text{ in.}$

-Bajada: $S(\theta = 360^\circ) = 0 \text{ in.}$

Desarrollo:

c. Desplazamiento polinomio de grado 5.

$$S(\pi) = 1 \text{ in} = a + b(2) + c(2)^2 + d(2)^3 + e(2)^4 + f(2)^5$$

$$V(\pi) = 0 \text{ in/rad} = \frac{2}{\pi} [b + 2c(2) + 3d(2)^2 + 4e(2)^3 + 5f(2)^4]$$

$$A(\pi) = 0 \text{ in/rad}^2 = \frac{4}{\pi^2} [2c + 6d(2) + 12e(2)^2 + 20f(2)^3]$$

Consecuentemente:

$$a = -31, b = 120, c = -180, d = 130, e = -45, f = 6$$

La ventaja al usar funciones polinomiales es que estas son continuamente diferenciables y que con ellas se puede garantizar se cumpla con las condiciones de frontera impuestas por el diagrama de posición, velocidad, aceleración, y cambio de aceleración del seguidor al hacer un sistema de ecuaciones lineales y encontrar los coeficientes de la función.