

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

Objetivo:

1. Analizar la respuesta del buque en su primer nivel estructural (buque modelado como viga-caja).

1. Suposiciones típicas de la teoría clásica de vigas empleadas en el modelado del buque como viga-caja.

Algunas suposiciones típicas empleadas en el modelado de un buque como viga caja son las siguientes:

-Solo hay una variable independiente (la posición longitudinal en el sentido de la eslora), y las cargas y deflexiones tienen un solo valor en cualquier sección transversal.

-El buque como viga-caja permanece en la región elástica, sus deflexiones son pequeñas, y la deformación longitudinal producto del momento varía linealmente sobre la sección transversal, en torno a un eje neutro.

-Los efectos dinámicos pueden ser despreciados o pueden ser tomados en cuenta por medio de cargas estáticas equivalentes. Consecuentemente puede ser empleado el equilibrio estático.

-En vista de que el esfuerzo producto de la deflexión es lineal, la deflexión horizontal y vertical del buque pueden ser tratadas por separado y su efecto puede ser superpuesto. En vista de que la deflexión en la dirección vertical suele ser predominante, esta es de especial interés.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

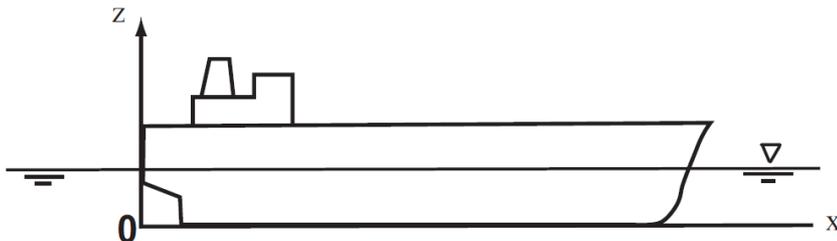
2. Relaciones básicas: Carga, fuerza cortante, y momento flector.

Producto de la condición de equilibrio estático se requiere que:

-La fuerza de flotabilidad sea igual al peso del buque.

$$\rho g \int_0^L a(x) dx = g \int_0^L m(x) dx$$

Donde: $a(x)$ representa el área de la sección transversal inmersa, $m(x)$ es la distribución de masa (masa por unidad de longitud), ρ es la densidad del agua de mar (o de agua dulce, si fuera apropiado), g es la aceleración gravitatoria, y L es generalmente la eslora total o la eslora entre perpendiculares.



-La posición longitudinal del centro de flotación coincide con la posición longitudinal del centro de gravedad del buque.

$$\rho g \int_0^L a(x) x dx = g \int_0^L m(x) x dx$$

Aplicación de la teoría de vigas.

En la teoría elástica de vigas con deflexiones pequeñas, la ecuación que gobierna al momento flector $M(x)$ es la siguiente:

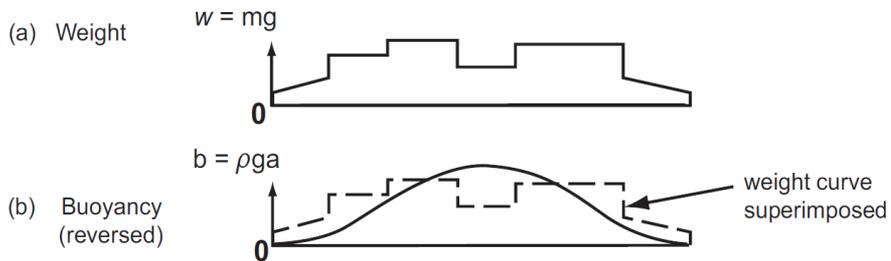
$$\frac{d^2 M}{dx^2} = f(x)$$

Una convención usual en el análisis de vigas prismáticas es que se consideren como positivas aquellas cargas actuando hacia abajo (en la misma dirección que la aceleración gravitatoria). Por lo tanto en el caso de los buques, el peso constituye una fuerza positiva, en tanto que la fuerza de flotabilidad una negativa.

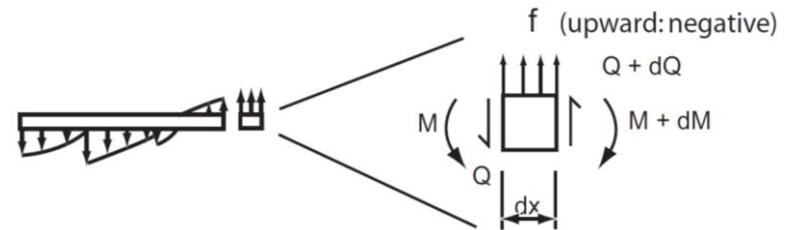
II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

2. Relaciones básicas: Carga, fuerza cortante, y momento flector.

Aplicación de la teoría de vigas.



Es evidente que la expresión anterior, requiere ser integrada dos veces para encontrar una solución para $M(x)$. La primera integración lleva a la fuerza cortante $Q(x)$ actuando transversalmente. Dicha fuerza cortante también puede ser obtenida al imponer equilibrio de las fuerzas verticales sobre el elemento diferencial mostrado a continuación.



$$\sum F_z = Q - (Q + dQ) - f dx = 0$$

$$dQ = f dx$$

$$Q = \int_0^x f(x) + C$$

Para los buques la constante de integración, C , es siempre cero debido a que en el modelo del buque como viga-caja se suele considerar que no está apoyado (sino libre) en sus extremos.

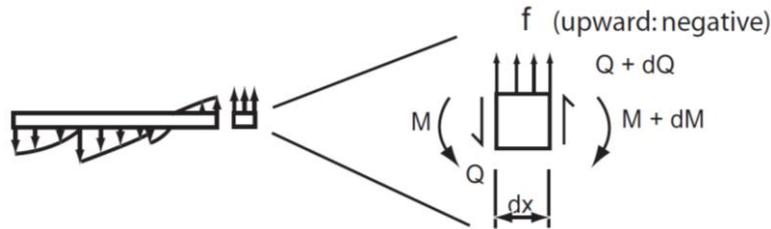
Sí ahora se hace balance de momentos en torno al extremo derecho del elemento diferencial (se considerará positivo en sentido horario), se tendrá que:

$$M + dM - \left(M + Q dx + \frac{f dx^2}{2} \right) = 0 \quad 3$$

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

2. Relaciones básicas: Carga, fuerza cortante, y momento flector.

Aplicación de la teoría de vigas.



Despreciando los términos de orden superior, se tendrá que:

$$dM = Q dx$$

$$M = \int_0^x Q(x) + C$$

Aquí nuevamente la constante de integración es cero.

Otra convección típica con respecto al estado de las cargas actuando sobre un elemento es que fuerza cortante será positiva si causa una rotación del elemento en dirección anti horaria.

En tanto que el momento flector siempre será positivo cuando cause una deflexión convexa hacia arriba (condición de quebranto).

+ Q :  POSITIVE SHEAR

+ M :  POSITIVE MOMENT HOGGING

Ha de decirse que esta convección de estados de carga no tiene que ver con la convección típica adoptada para fuerzas o momentos.

Características de las curvas de fuerza cortante y de momento flector.

Existen varias características u observaciones que pueden hacerse acerca de la curva de fuerza cortante y de momento flector:

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

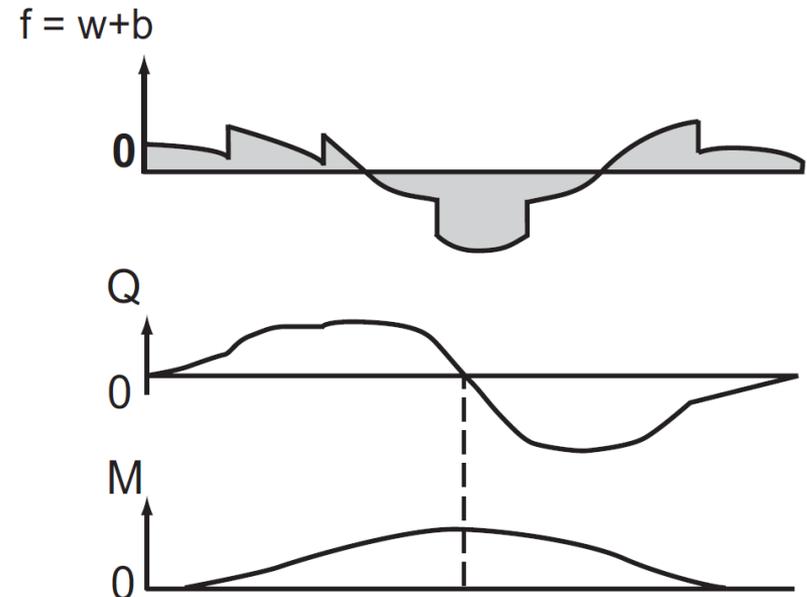
2. Relaciones básicas: Carga, fuerza cortante, y momento flector.

Características de las curvas de fuerza cortante y de momento flector.

-En sus extremos tanto la curva de fuerza cortante como la de momento flector deben ser cero.

-En vista de que la carga distribuida es la derivada de la fuerza cortante, un punto de carga cero corresponde a un máximo o un mínimo del valor de la fuerza cortante.

-En muchos buques, la condición de carga tanto en dirección a proa como a popa de la sección media (*amidships*) es similar, y bajo estas condiciones la fuerza cortante es aproximadamente aximétrica, pasando por un cero cerca de la sección media y teniendo los valores máximos (positivos y negativos) cerca de puntos medios entre la región de proa y *amidships*, y entre la región de popa y *amidships*.



-Similar al caso de la carga distribuida y la fuerza cortante, en un punto donde la fuerza cortante es cero; el momento flector tendrá un máximo o mínimo. Dicho punto suele estar cerca de la sección media, pero si la distribución de carga es demasiado asimétrica puede estar a una cierta distancia de *amidships*.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

2. Relaciones básicas: Carga, fuerza cortante, y momento flector.

Características de las curvas de fuerza cortante y de momento flector.

-En vista de que tanto la fuerza cortante como el momento flector son cero en los extremos, los valores cerca de dichos extremos suelen ser pequeños.

Distinción entre la fuerza de flotabilidad en condición de aguas tranquilas y ante olas

Es importante hacer la distinción entre la fuerza de flotabilidad en condición de aguas tranquilas, y la fuerza de flotabilidad adicional producto de las olas. En aguas tranquilas, la fuerza de flotabilidad es una cantidad completamente estática y depende principalmente de la forma sumergida del casco; por lo que para su cálculo, se emplean métodos determinísticos (básicamente análisis hidrostático). En el caso de la fuerza de flotabilidad producto de las olas, este tipo de carga es en esencia dinámica (o casi estática, dependiente del tipo de ola) y probabilística.

Con el propósito de simplificar el análisis, la distribución de la fuerza de flotabilidad producto de las olas se suele calcular separadamente y su resultado es superpuesto a la fuerza de flotabilidad en aguas tranquilas.

Para determinar la condición en aguas tranquilas se deben satisfacer los dos requerimientos de equilibrio estático previamente mencionados.

3. Estimación de la distribución de pesos.

La distribución longitudinal de pesos o masas $m(x)$ constituye un proceso difícil, en parte porque $m(x)$ no es una función continua (más bien se tiene una distribución discreta de pesos y masa), y en parte porque en la etapa de diseño muchos de los pesos individuales son conocidos solo de forma aproximada.

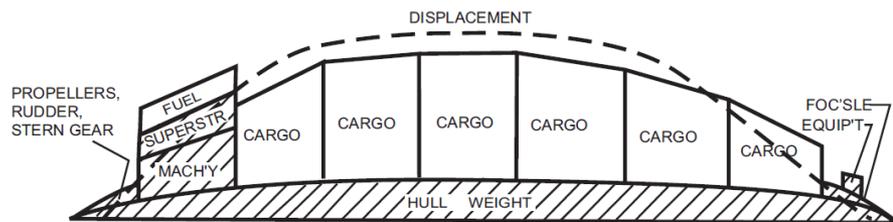
II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

3. Estimación de la distribución de pesos.

Los pesos en un buque pueden agruparse en dos categorías principales:

-*Peso en rosca*: peso estructural del buque, maquinaria y demás pesos que no suelen variar.

-*Peso muerto*: carga, combustible, lastre, y demás pesos que pueden variar por lo que llevan a la necesidad de que se investiguen diferentes condiciones de carga. Las condiciones más comunes son “máxima carga (*full load*)” y a mínima carga o en condición de lastre.



 indicates LIGHTSHIP items

La información que tiene que ver con los pesos es de naturaleza discreta y suele ser recolectada en una tabla de pesos que incluye información como: peso total, posición vertical (para estudio de movimiento y estabilidad) y longitudinal del centro de gravedad, extensión longitudinal de la carga, y tipo de distribución sobre la extensión.

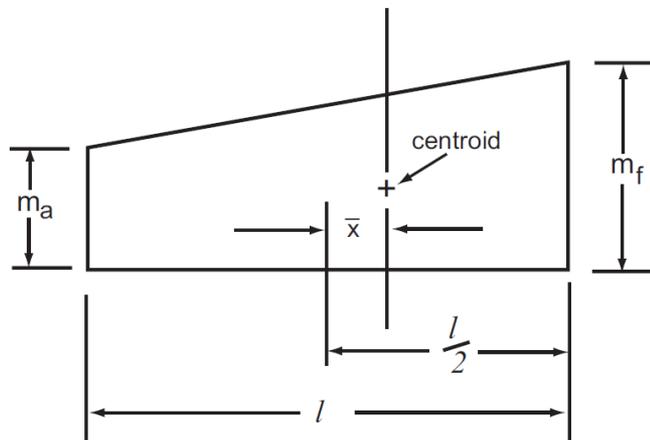
Con respecto a la especificación de la extensión y tipo de distribución de los pesos individuales se suele hacer algunas aproximaciones e idealizaciones:

-Prácticamente todos los pesos pueden ser representados por tres tipos básicos de distribución: puntual (maquinaria, mástiles, mamparos transversales, *winches*), uniforme (el acero que constituye el casco en el cuerpo medio paralelo, y carga, combustible, lastre, y otros pesos homogéneos en espacios prismáticos), y trapezoidal (principalmente cargas hacia los extremos del buque).

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

3. Estimación de la distribución de pesos.

Respecto a las cargas trapezoidales, la información importante puede ser especificada de dos formas diferentes: se puede especificar ya sea la masa total (M_0 en la siguiente figura) con su correspondiente centro de gravedad (\bar{x} en la siguiente figura medido con respecto al centro del buque) o bien en términos de las masas por unidad de longitud en los extremos (m_f y m_a).



De la sumatoria de fuerza y del equilibrio de momentos se deducen las siguientes ecuaciones:

$$M_0 = \frac{l(m_f + m_a)}{2}$$

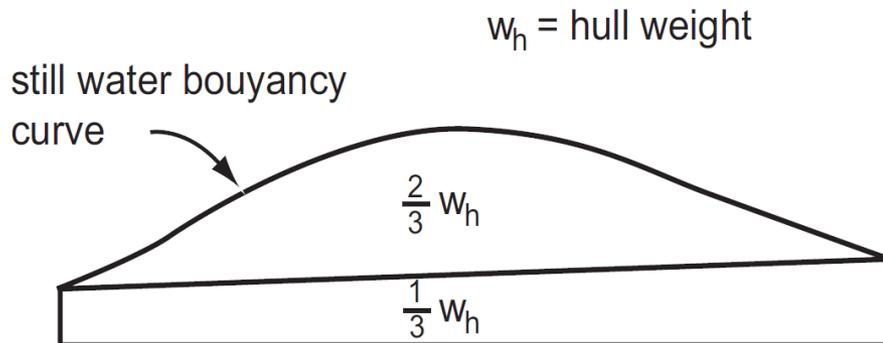
$$\bar{x} = \frac{l}{6} \left[\frac{m_f - m_a}{m_f + m_a} \right]$$

-También, en el caso de la carga y el lastre, los pesos por unidad de longitud se pueden representar por medio del área de la sección transversal de la carga relevante o espacio de lastre. La distribución de peso puede ser tomada como el producto de la curva del área de sección transversal (que es función de la coordenada independiente en dirección de la eslora) por la densidad de la carga o el lastre.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

3. Estimación de la distribución de pesos.

-La estimación de la distribución del peso del casco en sí, constituye uno de los mayores retos en el análisis de pesos ya que dicha estimación suele ser requerida antes de que el diseño estructural del buque sea completado. Una primera aproximación para la distribución del peso del casco se puede obtener al suponer que $2/3$ del peso presentan la misma curva de distribución que la fuerza de flotabilidad en aguas tranquilas y que el $1/3$ restante presenta una distribución en forma de trapecoide con el centro de gravedad en la posición deseada.

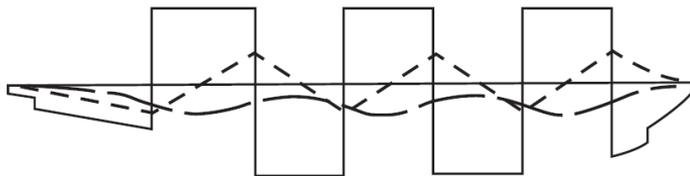
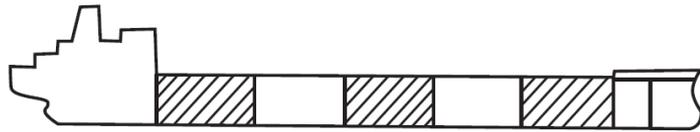
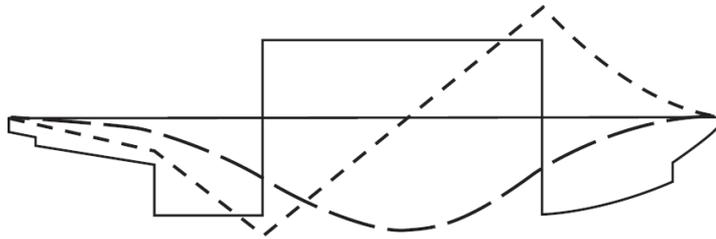
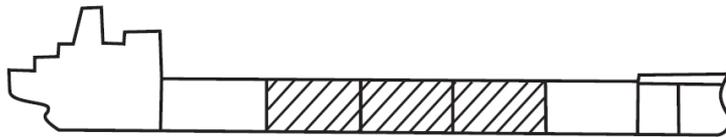


Ha de decirse que la condición de carga más significativa es aquella en donde el buque flota con un calado coincidente con la marca de la línea de carga de diseño (generalmente la marca Plimsol correspondiente a francobordo de verano) y que corresponde la francobordo mínimo permisible de acuerdo al estatuto *Load Lines Convention* 1966.

Adicionalmente, producto de requerimientos de resistencia longitudinal, los manuales de carga de un buque pueden contener ciertas restricciones con respecto a las combinaciones de carga permisibles y sus distribuciones.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

3. Estimación de la distribución de pesos.



— LOAD
- - - SHEAR FORCE
- - - BENDING MOMENT

4. Calculo del momento flector en aguas tranquilas.

El cálculo del momento flector en aguas tranquilas es una tarea directa: solo se debe efectuar la doble integral de la carga neta distribuida (diferencia entre la fuerza distribuida producto del empuje y producto de los pesos).

Aquí lo más complejo es determinar la condición de equilibrio (calado y *trim*) para cada distribución específica de los pesos. Recuerde que para que dicha condición se cumpla se deben satisfacer los dos requisitos previamente mencionados (equilibrio estático de fuerzas y momentos). Hoy día existen muchas rutinas computacionales disponibles para efectuar esta tarea. Para detalles con respecto a un método aproximado que le permita encontrar la condición de equilibrio a mano refiérase a la clase # 5 del curso Introducción a la Ingeniería Naval (1.Resistencia estructural, Cálculos estándares, b) Distribución de pesos).

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

5. Valores de diseño aproximado para las cargas de baja variación producto de las olas.

Producto de la complejidad de las olas y de las interacciones dinámicas entre el buque y las olas, el cálculo directo de un valor de diseño apropiado para una carga producto de olas, para un buque dado (determinadas dimensiones, velocidad, geometría del casco, y distribución de masa), constituye una tarea compleja.

Gracias a la data recolectada de las olas en el océano, la teoría estadística, el análisis a la respuesta de un sistema, el estudio hidrodinámico de superficies libres, y sobre todo gracias a los avances computacionales; hoy día existen métodos que permiten un análisis más racional, preciso, y comprensivo (ver capítulo 4 del libro de texto).

Estos nuevos métodos, basados en el uso de rutinas y programas de computadora han eliminado en gran medida los cálculos tediosos asociados a los métodos anteriores.

En los últimos años las sociedades clasificadoras han logrado recolectar gran parte de la información concerniente a las cargas de lenta variación producto de las olas de estos métodos basados en herramientas computacionales. Y a partir de esta data y del estudio de modelos a escala y de buques de tamaño real han publicado diferentes ecuaciones explícitas, en términos de las dimensiones principales de los buques, para los valores de los momentos flectores y torsionales producto de las cargas de las olas. Ha de decirse que estas expresiones son aproximadas y conservadoras.

Las siguientes expresiones se basan en algunos estándares de IACS, Bureau Veritas, y ABS.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

5. Valores de diseño aproximado para las cargas de baja variación producto de las olas.

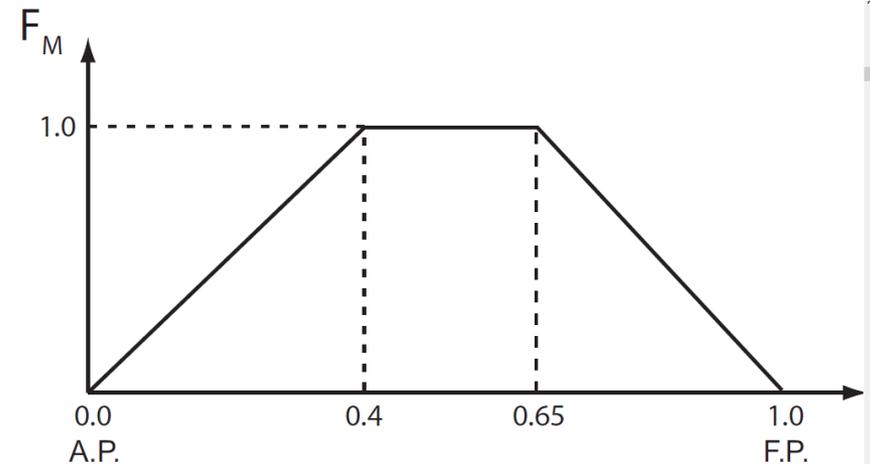
Momento flector vertical

$$(M_{wv})_{arrufo} = -110F_M CL^2 B(C_B + 0.7) \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

$$(M_{wv})_{quebranto} = 190F_M CL^2 BC_B \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

Donde: F_M es el factor de distribución dado en la siguiente figura, L es la eslora entre perpendiculares del buque en la línea de agua de diseño (marca Plimsol correspondiente a francobordo de verano) en metros, B es la manga moldeada mayor en metros, C_B es el coeficiente de bloque (no debe ser tomado inferior a 0.6), y C es el parámetro de ola que depende de la eslora.

$$C = \begin{cases} 10.75 - \left(\frac{300 - L}{100}\right)^{1.5} & \text{sí } 90 \text{ m} \leq L \leq 300 \text{ m} \\ 10.75 & \text{sí } 300 \text{ m} \leq L \leq 350 \text{ m} \\ 10.75 - \left(\frac{L - 350}{150}\right)^{1.5} & \text{sí } 350 \text{ m} \leq L \leq 500 \text{ m} \end{cases}$$



Los efectos de impacto (*slamming*) sobre la proa solo son considerados si ocurren todas las siguientes condiciones:

$$-120 \text{ m} \leq L \leq 200 \text{ m.}$$

$$-V \geq 17.5 \text{ nudos (32.41 km/h).}$$

$$-100F_D A_S > LB.$$

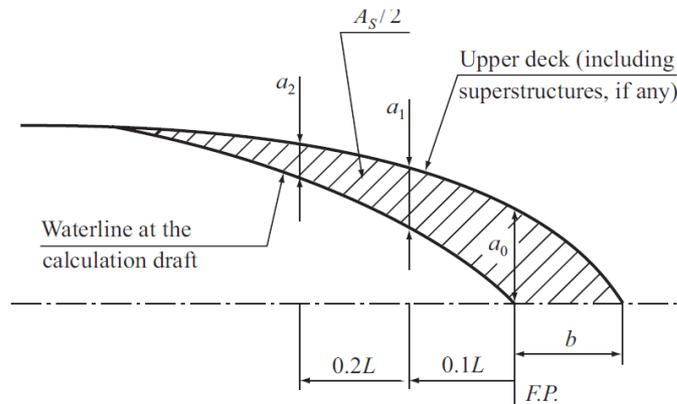
Donde A_S estaría dada por:

$$A_S = ba_0 + 0.1L(a_0 + 2a_1 + a_2) \quad [\text{m}^2]$$

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

5. Valores de diseño aproximado para las cargas de baja variación producto de las olas.

Momento flector vertical



Hull transverse section location	Coefficient F_D
$0 < x < 0.4L$	1
$0.4L < x < 0.5L$	$1 + 10(C_D - 1)(x/L - 0.4)$
$0.5L < x < L$	C_D
$C_D = 262,5 \frac{A_s}{CLB (C_B + 0,7)} - 0,6$ with $1.0 \leq C_D \leq 1.2$	

En el caso de buques de múltiples cubiertas, la cubierta más elevada (*upper deck* en la figura anterior, incluyendo superestructuras) se tomará como aquella que se extienda a al extremo de la proa del buque y que tenga la manga de mayor tamaño a partir de una distancia de $0.2L$ medida desde la perpendicular de proa.

Para considerar los efectos dinámicos asociados al impacto de la proa, el $(M_{wv})_{arrufo}$ calculado para una determinada sección transversal debe ser multiplicado por F_D .

Momento flector horizontal.

$$M_{wh} = 420 F_M H L^2 T C_B \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

Donde H es el parámetro de ola y T es el calado de diseño.

$$H = 8.13 - \left(\frac{250 - 0.7L}{125} \right)^3$$

Aquí H no debe ser mayor a 8.13.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

5. Valores de diseño aproximado para las cargas de baja variación producto de las olas.

Momento torsional.

El momento torsional sobre cualquier sección transversal es calculado considerando dos condiciones diferentes:

-Condición 1: El buque forma un ángulo de 60° con respecto a la dirección predominante del mar.

-Condición 2: El buque forma un ángulo de 120° con respecto a la dirección predominante del mar.

Los valores en estas condiciones, son calculados con respecto al centro de torsión de la sección.

$$M_{w,torsión} = 250HL(F_{TM}C_M + F_{TQ}C_Qd)$$

Donde F_{TM}, F_{TQ} son factores de distribución para las condiciones 1 y 2 de forma respectiva, H es el parámetro de ola ya definido, C_M es el coeficiente de torque de ola y es igual a $0.45B^2C_w^2$,

C_Q es el coeficiente cortante horizontal de ola y es igual a $5TC_B$, C_w es el coeficiente del plano de línea de agua (que no ha de ser mayor a $0.165 + 0.95C_B$), d distancia vertical en metros desde el centro de torsión a un punto localizado a $0.6T$ por encima de la línea base.

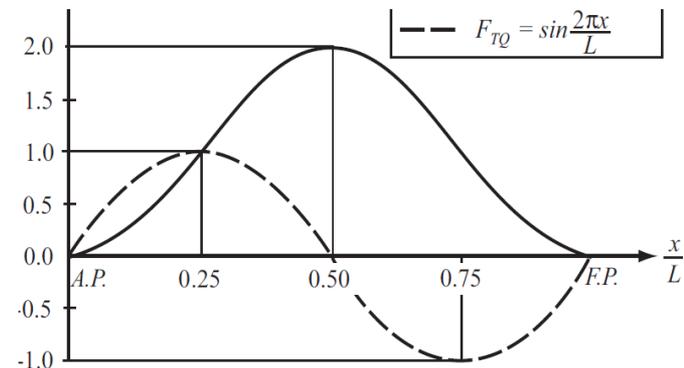


Figure 3.10 Distribution factors F_{TM} and F_{TQ} for condition 1.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

5. Valores de diseño aproximado para las cargas de baja variación producto de las olas.

Momento torsional.

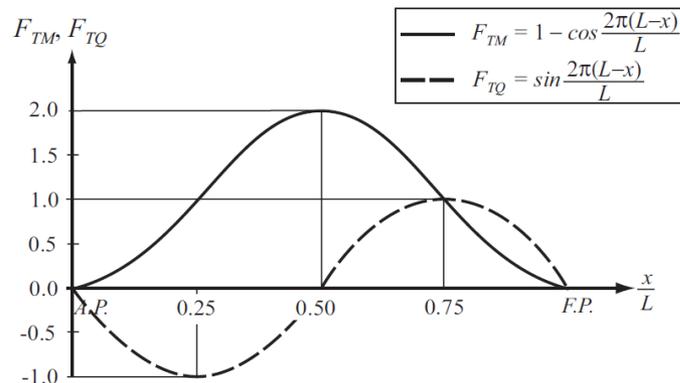
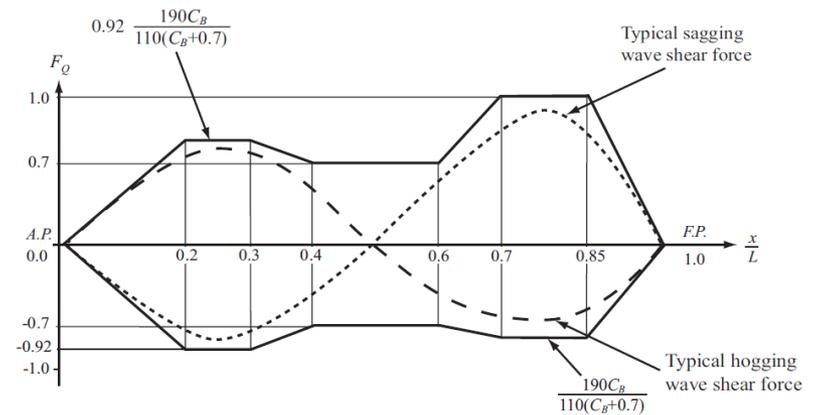


Figure 3.11 Distribution factors F_{TM} and F_{TQ} for condition 2.

Fuerza cortante vertical

$$Q_{wv} = 300F_QCLB(C_B + 0.7)$$



6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

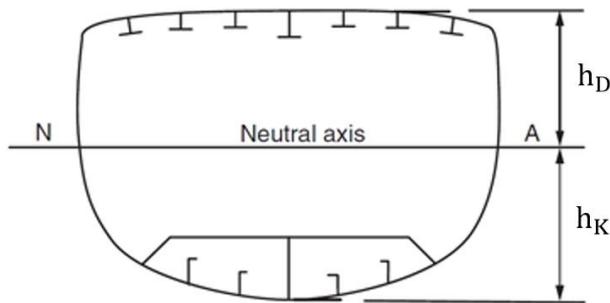
Calculo del segundo momento de área o momento de inercia

Es necesario calcular el segundo momento de área vertical I para la sección transversal del buque con respecto al eje neutro (eje transversal coincidente con la posición vertical del centroide de la sección transversal, dicha posición medida con respecto a la línea base).

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Calculo del segundo momento de área o momento de inercia



El segundo momento de área de un determinado elemento va a depender de su geometría. Para recordar algunos conceptos básicos relacionados al segundo momento de área refiérase a la asignación # 4 del curso Introducción a la Ingeniería Naval.

La distancia del eje neutro por encima de la línea base estaría dada por:

$$h_K = \frac{\sum_{i=1}^n a_i h_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$$

Donde a_i representa el área de sección transversal del elemento i de los n elementos totales y h_i la distancia desde la línea base al centroide del elemento i .

Una vez se conoce el segundo momento de área de un determinado elemento i y la diferencia entre la posición de su centroide y el eje neutro, a partir del teorema de ejes paralelos, se puede determinar su segundo momento de área con respecto al eje neutro.

Al final el momento de inercia de la sección transversal del buque con respecto al eje neutro será igual a la suma del segundo momento de área con respecto al eje neutro de los n elementos.

Ha de decirse que también se puede determinar el segundo momento de área horizontal de la sección transversal (para más detalles refiérase a la sección 3.6.5 de su libro de texto).

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

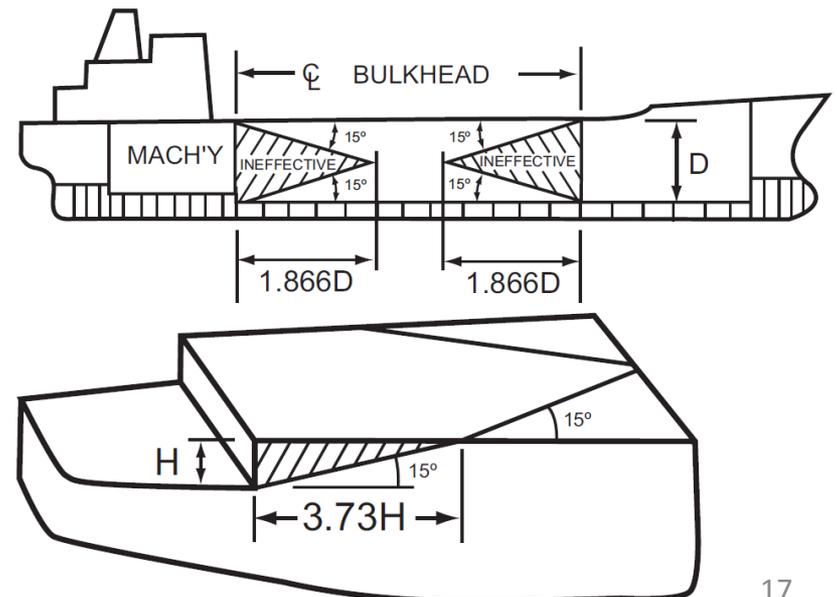
Elementos que deben ser considerados en el cálculo del segundo momento de área

En términos generales, los siguientes elementos son incluidos en el cálculo del segundo momento de área, siempre y cuando sean continuos:

- Placas de cubiertas.
- Placas de costado, placas del fondo, y placas del fondo interior.
- Mamparos longitudinales y largueros.
- Refuerzos longitudinales.

Por otro lado, algunos elementos pueden ser parcialmente efectivos dependiendo de su longitud, forma de sujeción, y rigidez:

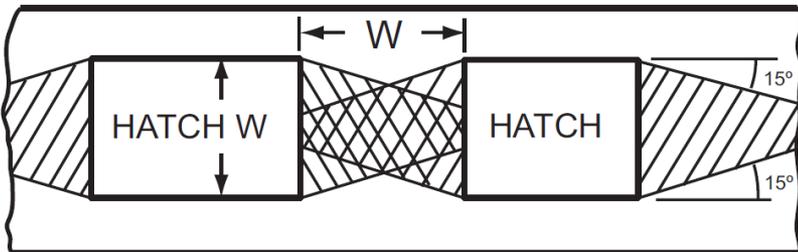
a) Longitud: Para ser efectivo, un miembro debe extenderse sobre una suficiente longitud de manera tal que alguna porción del campo de esfuerzo longitudinal lo afecte. Una regla empírica que se usa es que el esfuerzo longitudinal afectará a un elemento a partir de una distancia determinada por la intersección a ambos lados de líneas rectas orientadas a 15° .



II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

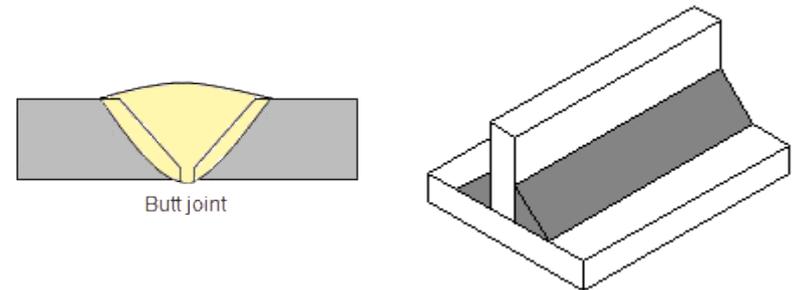
6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Elementos que deben ser considerados en el cálculo del segundo momento de área

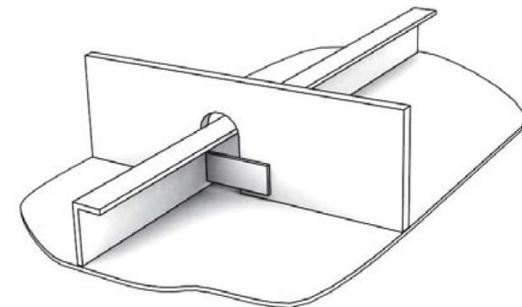


b) Manera en que se encuentra sujetado el elemento: La sujeción debe ser capaz de transmitir fuerza cortante sin que se dé deslizamiento longitudinal. Las juntas soldadas no presentan este problema.

c) Continuidad física: Aquellos miembros unidos por soldaduras a tope y no de filete son considerados continuos.



d) Rigidez: Para que se considerado efectivo, el miembro longitudinal debe tener un módulo de Young mayor o igual que el del resto de los elementos que constituyen la sección transversal.



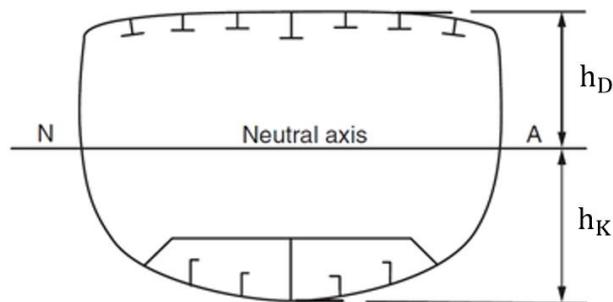
II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Módulo de sección

El módulo de sección Z es la razón entre el segundo momento de área de una determinada sección transversal I y una distancia h medida a partir del eje neutro. Esta distancia suele tomarse como aquella que va desde el eje neutro a la línea base (h_K) o bien aquella que va del eje neutro a la cubierta principal (h_D).

$$Z = \frac{I}{h}$$



Expresión para el esfuerzo normal σ_s producto del momento flector

De la teoría clásica de viga (vea la asignación # 4 del curso Introducción a la ingeniería naval) se sabe que:

$$\sigma_s = \frac{M}{Z}$$

Donde M es el momento flector del buque que es modelado como viga caja en una determinada sección transversal.

Factor de reducción k para aceros de alta resistencia a la cedencia

Como ya se ha visto, un diseño estructural moderno de un buque está basado en fallas principalmente debido a la cedencia, pandeo, y fatiga; sin embargo, en los inicios solo la cedencia era considerada explícitamente.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Factor de reducción k para aceros de alta resistencia a la cedencia

Hasta antes de 1960, el diseño estructural se basaba en colocar un límite para el esfuerzo máximo en base a la cedencia del material (el acero comercial presenta un esfuerzo de cedencia de 235 MPa y se utiliza un límite que consiste en el 81% de dicho esfuerzo). Esto último presentaba el beneficio de que de forma explícita también se podían controlar los esfuerzos de compresión y los esfuerzos producto de las cargas cíclicas.

Posterior a 1960, sin embargo, se empezaron a construir buques de mayores dimensiones, lo que implicó un incremento en el esfuerzo de flexión máximo del material. En este sentido, y para evitar construcciones de mayor escantillonado, los diseñadores de buques comenzaron a utilizar aceros de alta resistencia.

Una vez esto se volvió práctica común, las sociedades clasificadoras se percataron que al usar estos aceros se reducían los márgenes de seguridad en contra del pandeo y la fatiga (realmente se desconocían márgenes de seguridad porque solo se hacía análisis en base a la cedencia del material, sin embargo sí se pudo observar que el número de fallas por estabilidad y fatiga aumento).

Consecuentemente, el esfuerzo permisible no se mantuvo a la misma fracción del esfuerzo de cedencia (0.81) sino que se bajó a una fracción aún más pequeña especificada en función del factor de reducción k para aceros de alta resistencia.

Steel Type	Yield Stress	k	Allowable Stress 190/k	Allowable / Yield
AH24	235	1.00	190	0.81
AH27	265	0.93	204	0.77
AH32	315	0.78	244	0.77
AH35	340	0.74	257	0.76
AH36	355	0.72	264	0.74
AH40	390	0.68	279	0.72

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Factor de reducción k para aceros de alta resistencia a la cedencia

En la práctica, sin embargo, esta estrategia no fue suficiente, y las sociedades clasificadoras tuvieron que introducir requerimientos adicionales: control de la esbeltez de placas y refuerzos para prevenir fallas por pandeo, y colocar límites sobre los esfuerzos críticos para prevenir fatiga.

Límites sobre el esfuerzo de flexión combinado.

Las reglas de ABS (sección 8, párrafo 1.2.3, 2008) especifican los siguientes requerimientos para los módulos de sección (para el momento flector en $N \cdot m$):

$$Z \geq |M_s + M_w| \frac{k}{190 \times 10^6} \quad [m^3]$$

Donde aquí M_s es el momento flector en condición de aguas tranquilas y M_w en condición de olas.

La expresión anterior podría también re escribirse de la siguiente forma:

$$|\sigma_s + \sigma_w| \leq \frac{190}{k} \quad [MPa]$$

Valor límite del módulo de sección y su relación con la flexión producto de las olas en condición de arrufo

A parte del requerimiento de la sección anterior, ABS (sección 8, párrafo 1.2.2.2, 2008) también impone una limitante para el valor mínimo que puede presentar el módulo de sección Z_{min} en la sección media del buque (*amidships*).

$$Z_{min,amid} = 0.9CL^2B(C_B + 0.7)k \times 10^{-6} \quad [m^3]$$

Si la expresión anterior se compara con la ecuación que IACS presenta para evaluar el momento flector vertical en condición de arrufo (M_{wv})*arrufo* puede verse que todos los términos del lado derecho con excepción de 0.9 y $k \times 10^{-6}$ son los mismos.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Valor límite del módulo de sección y su relación con la flexión producto de las olas en condición de arrufo

$$(M_{wv})_{arrufo} = -110CL^2B(C_B + 0.7) \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

El factor de distribución F_M es uno en la sección media.

Por lo tanto la expresión de ABS para Z_{min} podría re escribirse como:

$$Z_{min,amid} = 0.9 \left(\frac{(M_{wv})_{arrufo}}{110} \right) k \times 10^{-6} \quad [\text{m}^3]$$

Aquí evidentemente la razón de $(M_{wv})_{arrufo} / Z_{min,amid}$ es el correspondiente esfuerzo de flexión asociado a olas máximo, permitido en la sección media, en condición de arrufo.

Consecuentemente la expresión anterior podría re escribirse como:

$$\sigma_{w,arrufo} \leq \frac{110}{0.9k} \quad [\text{MPa}]$$

La expresión anterior implica que existe un valor límite que puede tomar $\sigma_{w,arrufo}$. Por ejemplo, si se tratará de acero ordinario el esfuerzo de cedencia es cercano a 235 MPa y $k = 1$ por lo que $\sigma_{w,arrufo}$ no debe exceder los 122.22 MPa (aproximadamente un 52% del esfuerzo de cedencia).

Otro ejemplo lo constituye el acero AH36 cuyo esfuerzo de cedencia es de 355 MPa y $k = 0.72$ por lo tanto $\sigma_{w,arrufo}$ no debe exceder los 169.44 MPa lo que representa cerca de un 48% del esfuerzo de cedencia.

En términos generales la limitante impuesta por la sociedad clasificadora busca delimitar el esfuerzo flector producto de las olas en condición de arrufo a un valor cercano a la mitad del esfuerzo de cedencia de todo el material.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Valor límite del módulo de sección y su relación con la flexión producto de las olas en condición de arrufo

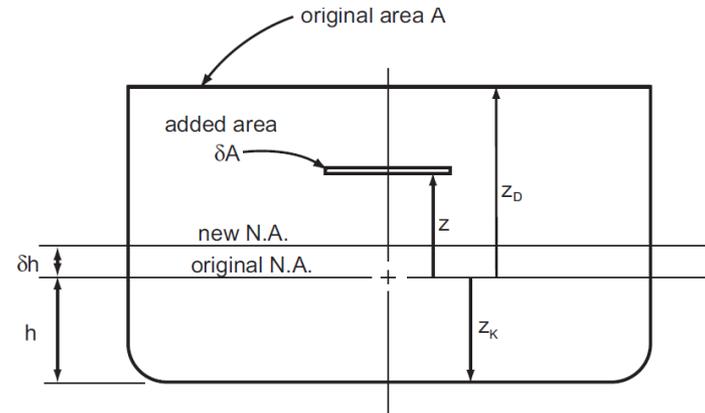
Consecuentemente cuando se presenta una condición de arrufo (en esta condición suelen darse los momentos flectores máximos) se tienen dos limitantes para el esfuerzo producto del momento flector:

$$\sigma_{w, arrufo} \leq \frac{110}{0.9k}, \quad |\sigma_s + \sigma_w| \leq \frac{190}{k}$$

Cambio del módulo de sección de una sección transversal

El proceso de determinar el módulo de sección es necesariamente iterativo.

Considere el siguiente caso en donde se añade un área δA a una sección transversal por encima de su eje neutro.



La elevación δh (distancia del eje neutro original al nuevo neutro) estaría dada por:

$$\delta h(A + \delta A) = \delta A(z) + A(0)$$

$$\delta h = \frac{\delta A(z)}{(A + \delta A)}$$

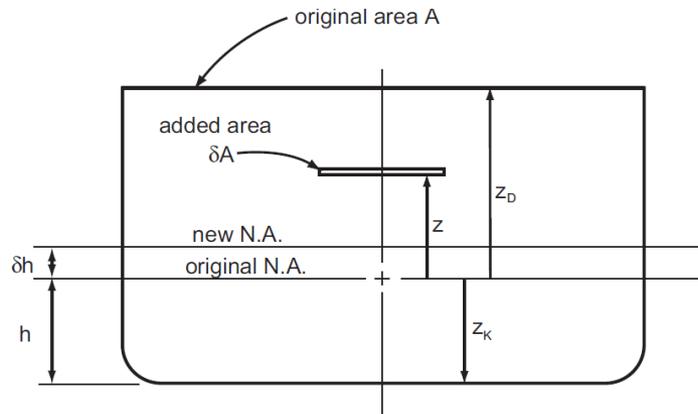
El nuevo segundo momento de área con respecto al eje neutro original $(I + \delta I)_{O,N.A.}$ estaría dado por:

$$(I + \delta I)_{O,N.A.} = I + (I_{\delta A} + \delta A z^2)$$

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

6. Esfuerzo producto del momento flector en un buque que es modelado como viga-caja.

Cambio del módulo de sección de una sección transversal



Y el nuevo segundo momento de área con respecto al nuevo eje neutro $(I + \delta I)_{N,N.A.}$ estaría dado por:

$$(I + \delta I)_{N,N.A.} = (I + \delta I)_{O,N.A.} - (A + \delta A)\delta h^2$$

$$(I + \delta I)_{N,N.A.} = I + (I_{\delta A} + \delta A z^2) - (A + \delta A)\delta h^2$$

$$(I + \delta I)_{N,N.A.} = I + (I_{\delta A} + \delta A z^2) - (A + \delta A) \left(\frac{\delta A(z)}{(A + \delta A)} \right)^2$$

$$(I + \delta I)_{N,N.A.} = I + \left(I_{\delta A} + \frac{A\delta A z^2}{A + \delta A} \right)$$

Por lo tanto:

$$\delta I_{N,N.A.} = I_{\delta A} + \frac{A\delta A z^2}{A + \delta A}$$

Una vez se conoce el nuevo segundo momento de área, la distancia del eje neutro a quilla, y la distancia del eje neutro a la cubierta principal; se puede recalculer el módulo de sección (con respecto a la línea base y con respecto a la cubierta principal) y consecuentemente el esfuerzo normal producto del momento flector.

7. Esfuerzo cortante de un buque cuando es modelado como una viga-caja.

En un buque que es modelado como una viga-caja, al igual que en cualquier otra viga cargada por fuerzas transversales verticales, existe una fuerza cortante Q actuando sobre la sección transversal.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

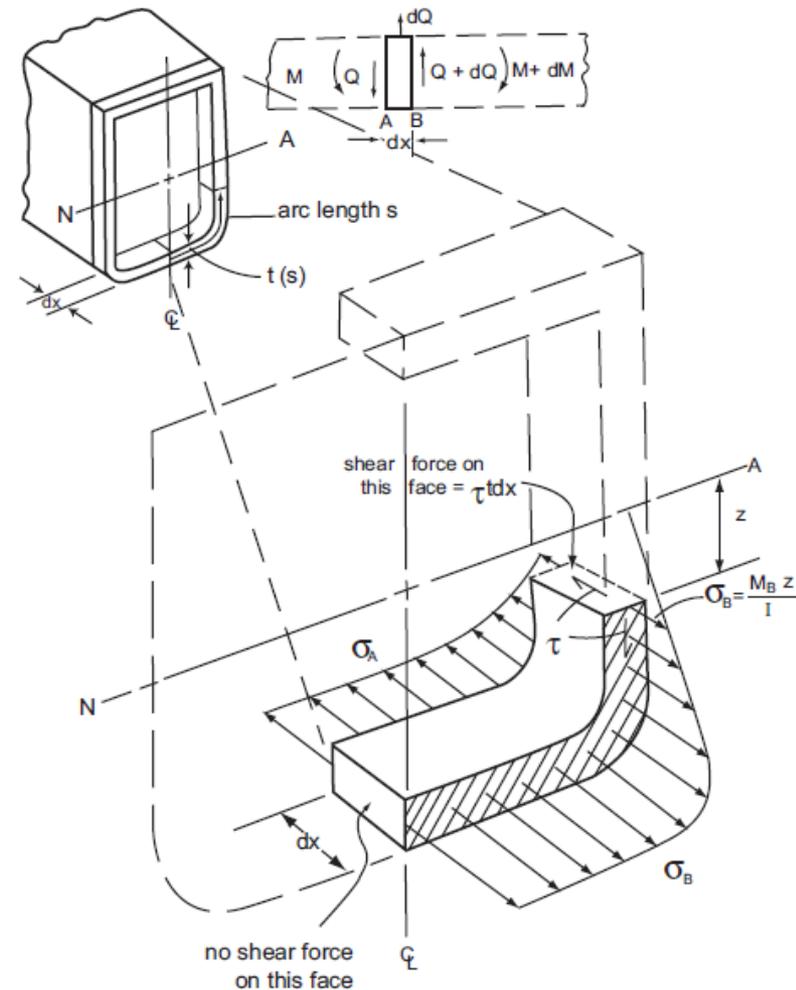
7. Esfuerzo cortante de un buque cuando es modelado como una viga-caja.

En el caso de secciones de pared delgada, es importante determinar cómo se distribuye dicha fuerza cortante para así dimensionar adecuadamente los espesores de los elementos.

De la teoría elemental de vigas se sabe que:

$$dM = Qdx$$

Y producto de este cambio en el momento flector, aún sin que se presenten cambios de sección transversal, los esfuerzos flectores σ_A y σ_B sobre las dos caras del segmento del elemento diferencial no serán iguales. Por lo tanto, sí se aísla una porción del elemento (se hace un corte en la línea de centro y otro a un arco s medido desde la línea de centro), el desbalance de fuerza en la dirección longitudinal debe ser compensado a través de una fuerza cortante que actúa sobre la sección en donde se han hecho los cortes.



II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

7. Esfuerzo cortante de un buque cuando es modelado como una viga-caja.

Sin embargo, producto de simetría, no puede haber esfuerzo cortante en el corte de la línea de centro y todo el desbalance debe ser compensado por el esfuerzo cortante τ correspondiente al otro corte.

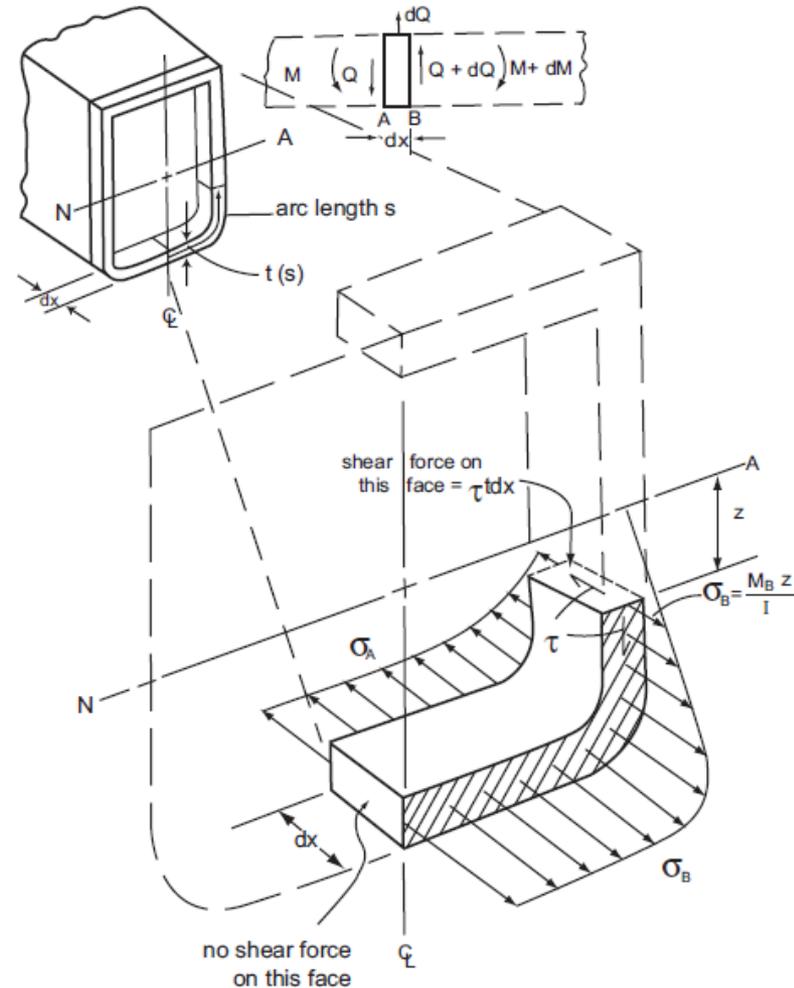
$$\sum F_x = \int_0^s (\sigma_B) t ds - \int_0^s (\sigma_A) t ds - \tau(t dx) = 0$$

$$\tau(t dx) = \int_0^s \left(\frac{M_B z}{I} \right) t ds - \int_0^s \left(\frac{M_A z}{I} \right) t ds$$

Donde z es una distancia medida a partir del eje neutro e I es el segundo momento de área de la sección transversal con respecto al eje neutro.

$$\tau(t dx) = \frac{M_B - M_A}{I} \int_0^s z t ds = \frac{dM}{I} \int_0^s z t ds$$

$$\tau(t dx) = \frac{Q dx}{I} \int_0^s z t ds$$



II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

7. Esfuerzo cortante de un buque cuando es modelado como una viga-caja.

Sea:

$$m(s) = \int_0^s z t ds$$

La expresión anterior puede re escribirse como:

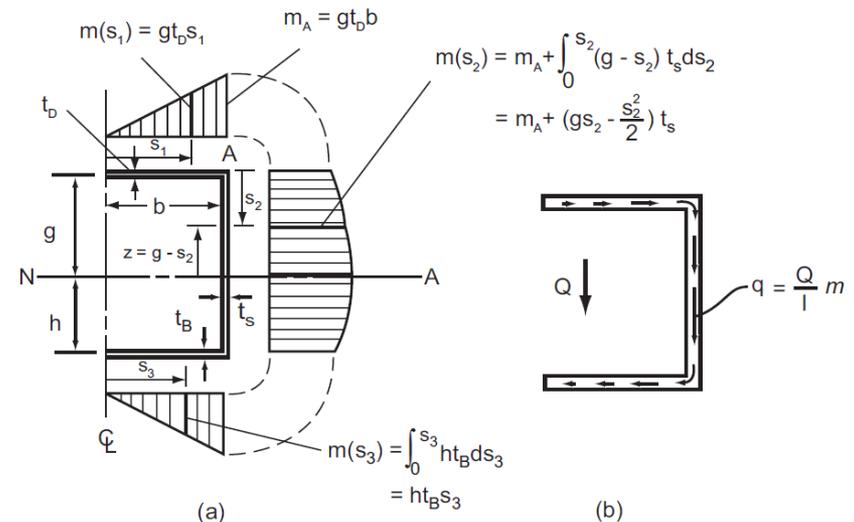
$$\tau = \frac{Qm(s)}{It}$$

Aquí a pesar de que la deducción se ha hecho solo para la mitad de la sección media (ya que la mayoría de los buques son simétricos) no se requiere se emplee la mitad de la fuerza cortante y del segundo momento de área; ya que la fracción Q/I será de igual forma la misma.

Es bien conocido (del círculo de Mohr, estado de esfuerzo plano) que producto del equilibrio del esfuerzo cortante en un elemento diferencial, en cualquier punto, dicho esfuerzo ocurre en forma de dos pares de esfuerzo iguales y en direcciones diferentes.

Producto de esto último es que el esfuerzo cortante sobre la sección transversal y sobre un corte como el hecho a una longitud de arco s (ver figura anterior) serán iguales.

En la siguiente figura se ilustra el cálculo de $m(s)$.



Producto de los cambios de orientación y de espesor de las placas que constituyen la viga-caja, la integración de $m(s)$ es usualmente efectuada por segmentos. La integración siempre comienza en algún extremo “abierto” (cubierta, fondo, o escotilla) de una ramificación.

II. Análisis de la respuesta estructural del buque cuando este es considerado como una viga prismática (modelo de viga-caja)

8. Torsión de vigas prismáticas de pared delgada (breve descripción cualitativa).

La torsión de secciones transversales no circulares causa distorsiones o deformaciones longitudinales de la sección llamadas *warping*. En secciones solidas este efecto es despreciable, sin embargo en vigas de pared delgada esta distorsión puede inducir esfuerzos normales de magnitud significativa.



Con respecto a buques, en su mayoría estos presentan secciones transversales cerradas (con excepción de los portacontenedores).

En el caso de vigas de pared delgada sus características torsionales diferirán considerablemente, dependiendo si la sección transversal es abierta o cerrada.

Las secciones abiertas presentan una rigidez torsional mucho menor que las cerradas y por lo tanto se ven sujetas a una rotación mayor para un determinada torsión. De igual forma presentan una mayor deformación axial no uniforme (*warping*) ya que dicha deformación no se ve disminuida por los esfuerzos cortantes. Para más detalles vea la sección 3.10 del libro de texto.

