# Laboratorio 9
# Transformada z

**Objetivos**
- Ilustrar y examinar los conceptos desarrollados en clases relativos a la transformada z.
- Explorar y analizar las propiedades de la transformada z y su aplicación al análisis de sistemas LTI causales.
- Utilizar una herramienta de simulación y análisis para confirmar algunos conceptos importantes sobre la transformada z y su uso para el análisis de señales y sistemas de tiempo discreto.

**Experiencias**
Desarrolle los siguientes problemas propuestos en forma clara y ordenada. Para el desarrollo de los mismos debe aplicar los conocimientos adquiridos durante las sesiones de clase del curso. No todos los puntos o preguntas en los problemas se pueden solucionar directamente con el software. En algunos casos deberá desarrollar parcial o totalmente algunos puntos en forma analítica antes de implementar alguna aplicación en el programa.

***En general, resuelva los problemas en forma analítica y verifique usando Octave, excepto en los casos que se indica otra cosa.***

**P01. (solo analítico)**
Para cada una de las siguientes sumatorias, determine la restricción que debe haber en r = |z| para que la sumatoria converja:

a) $\sum_{n=-1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} z^{-n}$
b) $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1+(-1)^n}{2}\right) z^{-n}$
c) $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) z^{-n}$

**P02.**
Sea la señal $x[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^n u[n-3]$

a) Determine la transformada z, y especifique la región de convergencia.
b) Grafique la función x[n] en Octave.

**P03.**
Determine la transformada z de cada una de las siguientes secuencias. Trace el diagrama de polos y ceros e indique la región de convergencia. Indique si existe o no la transformada de Fourier de la secuencia.

a) $\delta[n+5]$
b) $(-1)^n u[n]$
c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^n u[-n-2]$

**P04.**

Sea $x[n] = (-1)^n u[n] + \alpha^n u[-n - n_0]$.

Determine las restricciones en el número complejo $\alpha$ y el entero $n_0$, dado que la ROC de X(z) es

$$1 < |z| < 2$$

**P05.**

Para cada una de las siguientes funciones, determine y grafique usando Octave los ceros y polos en el plano z finito y determine el número de ceros y polos en el infinito.

a) $\dfrac{z^{-1}\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)}$

b) $\dfrac{(1-z^{-1})(1-2z^{-1})}{(1-3z^{-1})(1-4z^{-1})}$

**P06.**

Suponga que la expresión algebraica para la transformada z de x[n] es

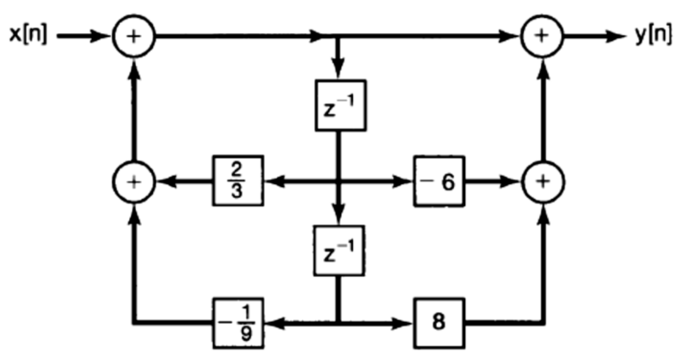
$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}{\left(1 + \frac{1}{4}z^{-2}\right)\left(1 + \frac{5}{4}z^{-1} + \frac{3}{8}z^{-2}\right)}$$

¿Cuántas regiones de convergencia diferentes correspondería a X(z)?

Grafique usando Octave los ceros y polos en el plano z.

**P07.**

Considere un sistema LTI causal cuya entrada x[n] y salida y[n] están relacionadas mediante la representación en diagrama de bloques mostrada en la figura.




a) Determine una ecuación de diferencias que relaciones a y[n] con x[n].
b) ¿Es el sistema estable?
c) Determine la función del sistema y grafique el diagrama de polos y ceros.
d) Dibuje un diagrama de bloques alternativo.

**P08.**

A continuación se muestran dos transformadas z. Para cada una de ellas determine la transformada z inversa usando el método basado en la expansión en fracciones parciales.

a) $X(z) = \frac{1-z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-2}},\ |z| > \frac{1}{2}$

b) $X(z) = \frac{z^{-1}-\frac{1}{2}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)^2},\ |z| < \frac{1}{2}$

**P09.**

Considere un sistema cuya entrada x[n] y salida y[n] están relacionadas mediante

$$y[n-1] + 2y[n] = x[n]$$

a) Determine la función del sistema.
b) Grafique el diagrama de polos y ceros.
c) Dibuje dos posibles diagramas de bloque correspondientes al sistema.
d) Determine la respuesta a entrada cero de este sistema si $y[-1] = 2$.
e) Determine la respuesta de estado cero de este sistema a la entrada $x[n] = (1/4)^n\, u[n]$.
f) Determine la salida del sistema para $n \geq 0$ cuando $x[n] = (1/4)^n\, u[n]$ y $y[-1] = 2$.