Laboratorio 6
Caracterización en tiempo y frecuencia de señales y sistemas

Objetivos

- Ilustrar y examinar los conceptos desarrollados en clase relativos a la caracterización en tiempo y frecuencia de señales y sistemas.
- Explorar y analizar la representación de la magnitud-fase de la transformada de Fourier y de los sistemas LTI.
- Analizar sistemas de primero y segundo órdenes de tiempo continuo y tiempo discreto.
- Aplicar una herramienta de simulación y análisis para confirmar algunos conceptos importantes de la caracterización en tiempo y frecuencia de señales y sistemas.

Experiencias

Desarrolle los siguientes problemas propuestos en forma clara y ordenada. Para el desarrollo de los mismos debe aplicar los conocimientos adquiridos durante las sesiones de clase del curso. No todos los puntos o preguntas en los problemas se pueden solucionar directamente con el software. En algunos casos deberá desarrollar parcial o totalmente algunos puntos en forma analítica antes de implementar alguna aplicación en el programa.

En general, resuelva los problemas en forma analítica y verifique usando Matlab, excepto en los casos que se indica otra cosa.

P01. Respuesta de un sistema continuo

Considere un sistema LTI continuo con respuesta en frecuencia $H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{\theta_H(j\omega)}$ y respuesta al impulso real h(t). Suponga que aplicamos una entrada $x(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ a este sistema. Se puede demostrar que la salida resultante tiene la forma

$$y(t) = Ax(t - t_0)$$

donde A es un número real no negativo que representa un factor de escalamiento en amplitud y t_0 es un retardo de tiempo.

a) Exprese A en términos de $|H(j\omega_0)|$
b) Exprese t_0 en términos de $\theta_H(j\omega_0)$

c) Considere $H(j\omega) = 2e^{j1.5\omega}$ y $x(t) = 2\cos\left(200t + \frac{\pi}{4}\right)$. Simule el sistema y grafique las señales de entrada y salida sobrepuestas. ¿Se confirma lo considerado en la primera parte?

P02. Respuesta de un sistema discreto

Considere un sistema LTI continuo con respuesta en frecuencia $H\left(e^{j\omega}\right) = |H(j\omega)|e^{\theta_H(j\omega)}$ y respuesta al impulso real h[n]. Suponga que aplicamos una entrada $x[n] = \sin(\omega_0 n + \varphi_0)$ a este sistema. Se puede demostrar que la salida resultante tiene la forma

$$y[n] = \left|H\left(e^{j\omega_0}\right)\right| x[n - n_0]$$

siempre y cuando $\theta_H(j\omega_0)$ y ω_0 estén relacionadas de forma particular. Determine dicha relación.

Considere $H(j\omega) = 2e^{j2\omega}$ y $x(t) = \sin(300n)$. Simule el sistema y grafique las señales de entrada y salida sobrepuestas. ¿Se confirma lo considerado en la primera parte?

P03. Retardo de grupo y respuesta de un sistema

Considere un sistema LTI discreto con respuesta en frecuencia $H\left(e^{j\omega}\right)$ y respuesta al impulso real h[n]. La función de retardo de grupo para este sistema se define como

$$\tau(\omega) = -\frac{d}{d\omega}\theta_H(j\omega)$$

donde la fase no tiene discontinuidades. Suponga que, para este sistema

$$\left|H\left(e^{j\frac{\pi}{2}}\right)\right| = 2, \qquad \theta_H(0) = 0, \quad \tau\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

Determinar la salida del sistema para cada una de las siguientes entradas:

a) $x_1[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$
b) $x_2[n] = \sin\left(\frac{7\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right)$

Simule el sistema y grafique las señales de entrada y salida sobrepuestas, para cada caso.

P04. Respuesta al escalón

Considere un sistema LTI causal estable continuo, cuya entrada x(t) y salida y(t) están relacionadas mediante la ecuación diferencial

$$\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 2x(t)$$

¿Cuál es el valor final s(∞) de la respuesta al escalón s(t) de este filtro?
Determine el valor de t_0 para el cual

$$s(t_0) = s(\infty)\left[1 - \frac{1}{e^2}\right]$$

Simule el sistema, grafique la respuesta al escalón y verifique sus resultados.

P05. Diagrama de Bode

Para cada uno de los siguientes sistemas cuya respuesta en frecuencia se indica, especifique la aproximación en línea recta de la magnitud y de fase del diagrama de Bode.
Utilizando el software de simulación, grafique el diagrama de Bode de cada sistema y verifique sus resultados.

a) $40\left(\frac{j\omega+0.1}{j\omega+40}\right)$
b) $\frac{250}{(j\omega)^2+50.5j\omega+25}$

P06. Respuesta al impulso

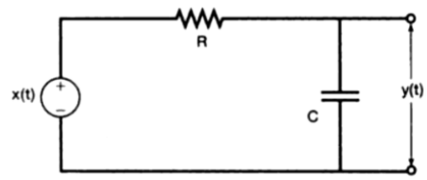
Para cada uno de los siguientes ecuaciones diferenciales de sistemas LTI causales estables, determine si la respuesta al impulso correspondiente es subamortiguada, sobreamortiguada o críticamente amortiguada. En cada caso grafique la respuesta en frecuencia de magnitud y la respuesta al impulso.

a) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dx} + 4y(t) = x(t)$

b) $5\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dx} + 5y(t) = 7x(t) + \frac{1}{3}\frac{dx(t)}{dt}$

P07. Circuito RC - respuesta al escalón

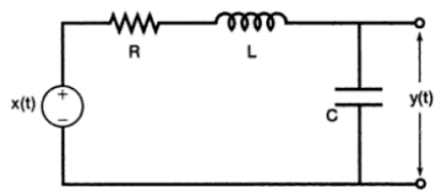
Considere el sistema LTI continuo construido como el circuito RC mostrado en la figura. La fuente de voltaje $x(t)$ se considera la entrada a este sistema. El voltaje $y(t)$ a través del capacitor se considera la salida del sistema. ¿Es posible que la respuesta al escalón del sistema presente un comportamiento oscilatorio? (solo analítico)



Sea R = 5 Ω y C = 100 μF, grafique la respuesta al escalón del sistema.

P08. Circuito RLC – respuesta al escalón

Considere el sistema LTI continuo construido como el circuito RLC mostrado en la figura. La fuente de voltaje $x(t)$ se considera la entrada a este sistema. El voltaje $y(t)$ a través del capacitor se considera la salida del sistema. ¿Cómo debería relacionarse a R, L y C para que no hubiera oscilación en la respuesta al escalón?

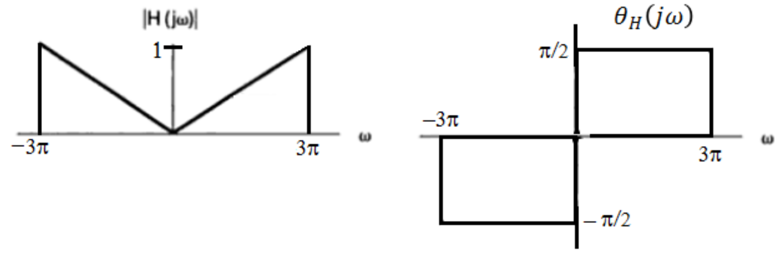


Sea R = 5 Ω, determine valores para L y C de acuerdo a la relación encontrada y grafique la respuesta al escalón.

Simule el sistema para valores de L y C que no satisfagan la relación encontrada y grafique la respuesta al escalón.

P09. Diferenciador pasa bajas

En la figura se muestra la respuesta en frecuencia H(jω) de un filtro continuo llamado diferenciador pasa bajas. Para la señal de entrada $x(t) = \cos(2\pi t + \theta)$ determine la señal filtrada $y(t)$.



Simule el sistema y grafique las señales de entrada y salida para las siguientes señales de entrada:

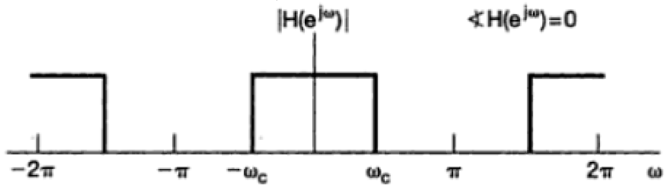
a) $x(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$
b) $x(t) = \cos(4\pi t)$
c) $x(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos(2.5\pi t)$

P10. Filtro pasa bajas discreto

Considere un filtro pasa bajas ideal discreto con respuesta al impulso h[n] y cuya respuesta en frecuencia se muestra en la figura. Considere que se obtiene un nuevo filtro con respuesta al impulso $h_1[n]$ y respuesta en frecuencia $H_1(e^{j\omega})$ como:

$$h_1[n] = \begin{cases} h[n/2], & n\ par \\ 0, & n\ impar \end{cases}$$

Esto corresponde a insertar un valor de secuencia cero entre cada valor de secuencia de h[n]. Determine y trace $H_1(e^{j\omega})$ y establezca la clase de filtros ideales a la que pertenece (es decir, pasa bajas, pasa altas, pasa banda, multibanda, etc.)



Sea ω_c = 100 rad/seg, use Octave para graficar las respuestas en frecuencia de magnitud de ambos filtros y sus respectiva respuestas al impulso.

P11. Filtro discreto de promedio móvil

Considere un filtro discreto de promedio móvil de cuatro puntos, para el cual la ecuación de diferencias es

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2] + b_3x[n-3]$$

Determine y trace la magnitud de la respuesta en frecuencia para cada uno de los siguientes casos:

a) $b_0 = b_1 = b_2 = b_3$
b) $b_0 = -b_1,\ b_2 = -b_3$

Usando Octave grafique la magnitud de la respuesta en frecuencia para a) $b_0 = 1$, y b) $b_0 = 1$, $b_2 = 2$.