Laboratorio 5 Parte I
La transformada de Fourier
de tiempo discreto

Objetivos

- Ilustrar y examinar los conceptos desarrollados en clase relativos a la transformada de Fourier de señales de tiempo discreto.
- Explorar y analizar las propiedades de la transformada de Fourier.
- Aplicar una herramienta de simulación para confirmar algunos conceptos y propiedades importantes de la transformada de Fourier para señales de tiempo discreto y verificar sus propiedades.
- Afianzar el aprendizaje acerca de la transformada de Fourier de tiempo discreto.

Experiencias

Desarrolle los siguientes problemas propuestos en forma clara y ordenada. Para el desarrollo de los mismos debe aplicar los conocimientos adquiridos durante las sesiones de clase del curso. No todos los puntos o preguntas en los problemas se pueden solucionar directamente con el software. En algunos casos deberá desarrollar parcial o totalmente algunos puntos en forma analítica antes de implementar alguna aplicación en el programa.

En general, resuelva los problemas en forma analítica y verifique usando Matlab, excepto en los casos que se indica otra cosa.

P01. Transformada de Fourier – ecuación de análisis

Use la ecuación de análisis de la transformada de Fourier para calcular la transformada de las siguientes señales, y usando Matlab, grafique en una sola figura (usando subplot) las señales en la columna izquierda y su la magnitud de su transformada correspondiente en la columna derecha.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$
b) $\delta(n+1) + \delta(n-1)$
c) $u[n-2] - u[n-6]$

P02. Transformada de Fourier – señales periódicas

Determine la transformada de Fourier de las siguientes señales periódicas, y usando Matlab, grafique en una sola figura (usando subplot) las señales en la columna izquierda y su correspondiente transformada (magnitud) en la columna derecha para $-2\pi \leq \omega < 2\pi$.

a) $x_1[n] = \sin\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right)$
b) $x_2[n] = 2 + \cos\left(\frac{\pi}{6}n + \frac{\pi}{8}\right)$

P03. Transformada inversa de Fourier – ecuación de síntesis

Use la ecuación de síntesis de la transformada de Fourier para calcular la transformada inversa de Fourier de las siguientes señales, y usando Matlab, grafique la señal resultante.

a) $X_1(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left\{2\pi\delta(\omega - 2\pi k) + \pi\delta\left(\omega - 2\pi k - \frac{\pi}{2}\right) + \pi\delta\left(\omega - 2\pi k + \frac{\pi}{2}\right)\right\}$

b) $X_2(\omega) = \begin{cases} 2j, & 0 < \omega \leq \pi \\ -2j, & -\pi < \omega \leq 0 \end{cases}$

c) Para la solución de la parte (a), grafique la señal resultante usando Matlab.

P04. Transformada de Fourier – propiedades (solo analítico)

Dado que $x[n]$ tiene transformada de Fourier $X(\omega)$, exprese las transformadas de Fourier de las señales siguientes en términos de $X(\omega)$.

a) $x_1[n] = x(1-n) + x(-1-n)$

b) $x_2(t) = (n-1)^2 x[n]$

P05. Transformadas de Fourier – Tablas de pares y propiedades (solo analítico)

a) Determine la señal correspondiente si su transformada está dada por

$$X(\omega) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega}}\left(\frac{\sin\frac{3}{2}\omega}{\sin\frac{1}{2}\omega}\right) + 5\pi\delta(\omega), -\pi < \omega \leq \pi$$

b) Determine la señal correspondiente si su transformada está dada por

$$X(\omega) = e^{-j\omega/2} \text{ para } -\pi \leq \omega \leq \pi$$

c) Determine la señal correspondiente si su transformada está dada por

$$X(\omega) = (\cos\omega)^2 + (\sin 3\omega)^2$$

d) Calcule la transformada de Fourier de la señal $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n-1]$

e) Calcule la transformada de Fourier de la señal $x[n] = \begin{cases} n, & -3 \leq n \leq 3 \\ 0, & cualquier\ otro\ valor \end{cases}$

f) Calcule la transformada de Fourier de la señal $x[n] = \sin\left(\frac{5\pi}{3}n\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{3}n\right)$

P06. Sistemas en paralelo

Un sistema LTI con respuesta al impulso $h_1[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ se conecta en paralelo con otro sistema LTI causal con respuesta al impulso $h_2[n]$. La interconexión en paralelo que resulta tiene la respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\omega}) = \frac{-12 + 5e^{-j\omega}}{12 - 7e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}}$$

a) Detemine $h_2[n]$.

b) Usando Matlab, grafique la magnitud de las respuestas en frecuencia de cada uno de los sistemas individuales y de su conexión en paralelo.

P07. Transformada inversa de Fourier (solo analítico)

Sea la transformada de Fourier inversa de $Y(e^{j\omega})$

$$y[n] = \left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)^2$$

donde $0 < \omega_c < \pi$. Determine el valor de ω_c el cual asegure que $Y(e^{j\omega}) = ½$.

P08. Sistemas LTI representados por ecuaciones de diferencias

Considere un sistema LTI causal y estable cuya entrada x[n] y salida y[n] estén relacionadas mediante una ecuación de diferencias de segundo orden

$$y[n]-\frac{1}{6}y[n-1]-\frac{1}{6}y[n-2]=x[n]$$

a) Determine la respuesta en frecuencia H(ω) del sistema.
b) Determine la respuesta al impulso h[n] del sistema.
c) Usando Matlab, grafique la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso del sistema.

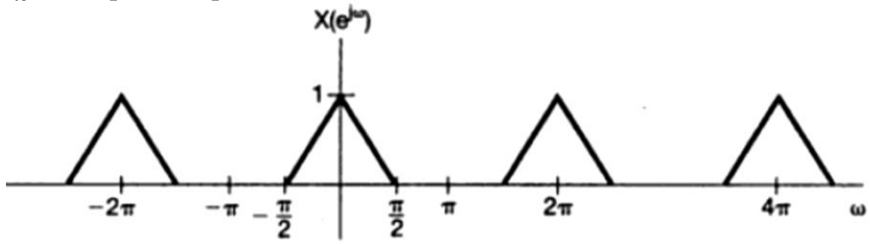
P09. Propiedad de multiplicación-convolución

Sea x[n] una señal discreta con transformada de Fourier X($e^{j\omega}$), la cual se ilustra en la siguiente figura. Dibuje la transformada de Fourier de

$$w[n]=x[n]p[n]$$

para cada una de las siguientes señales p[n]:

a) $p[n]=\cos \pi n$
b) $p[n]=\cos \frac{\pi}{2} n$
c) $p[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n-2k]$



P10. Sistema LTI discreto

Considere un sistema LTI discreto con respuesta al impulso

$$h[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u[n]$$

Use las transformadas de Fourier para determinar la respuesta de cada una de las siguientes señales de entrada:

a) $x[n]=\left(\frac{3}{4}\right)^{n}u[n]$
b) $x[n]=(n+1)\left(\frac{1}{4}\right)^{n}u[n]$

P11. Sistemas en cascada

Considere un sistema LTI que consiste en la conexión en cascada de dos sistemas LTI con respuestas en frecuencia

$$H_1(e^{j\omega})=\frac{2-e^{-j\omega}}{1+\frac{1}{2}e^{-j\omega}} \quad y \quad H_2(e^{j\omega})=\frac{1}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}+\frac{1}{4}e^{-j2\omega}}$$

a) Encuentre la ecuación de diferencias que describe el sistema completo.
b) Determine la respuesta al impulso del sistema completo.
c) Use Matlab para graficar las magnitudes de las respuestas en frecuencia de cada sistema componente y del sistema completo, así como sus respuestas respectivas al impulso.