

Problemas para Prácticas en Clases-Una Variable Aleatoria Continua

1. La variable aleatoria W tiene una función de distribución acumulada:

$$F_W(w) = \begin{cases} 0, & \text{para } w < -5, \\ \frac{w+5}{8}, & \text{para } -5 \leq w < -3, \\ \frac{1}{4}, & \text{para } -3 \leq w < 3, \\ \frac{1}{4} + \frac{3(w-3)}{8}, & \text{para } 3 \leq w < 5, \\ 1, & \text{para } w \geq 5 \end{cases} \quad (1)$$

- a) ¿Cuál es la probabilidad $P[W \leq 4]$?
- b) ¿Cuál es la probabilidad $P[-2 < W \leq 2]$?
- c) ¿Cuál es la probabilidad $P[W > 0]$?
- d) ¿Cuál es el valor de a para que $P[W \leq a] = \frac{1}{2}$?
2. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad (fdp):

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/8, & \text{para } 1 \leq x \leq 9, \\ 0, & \text{de cualquier otro modo} \end{cases} \quad (2)$$

Sea $Y = h(X) = \frac{1}{\sqrt{X}}$

- a) Encuentre $E[X]$, $VAR[X]$.
- b) Encuentre $h(E[X])$, $E[h(X)]$.
- c) Encuentre $E[Y]$, $VAR[Y]$.
3. La función de distribución acumulada de la variable aleatoria Y es:

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & \text{para } y < -1, \\ \frac{y+1}{2}, & \text{para } -1 \leq y < 1, \\ 1, & \text{para } y > 1 \end{cases} \quad (3)$$

¿Cuál es el valor esperado $E[Y]$ y la varianza $VAR[Y]$?

4. La variable aleatoria X tiene una función de densidad de probabilidad (fdp):

$$f_X(x) = \begin{cases} cxe^{-\frac{x}{2}}, & \text{para } x \geq 0, \\ 0, & \text{de cualquier otro modo} \end{cases} \quad (4)$$

Dibuje la pdf y encuentre lo siguiente:

- a) La constante c .
- b) $P[0 \leq X \leq 4]$.
- c) La cdf $F_X(x)$.
- d) $P[-2 \leq X \leq 2]$