

Problemas-Dos Variables Aleatorias

1. Sea X el máximo y Y el mínimo del número de caras obtenidos cuando Carlos y Michael lanza una moneda dos veces cada uno.
 - a) Describa el espacio muestral S de este experimento aleatorio y muestre el mapeo de S a S_{XY} . Es decir, el rango del par (X, Y) .
 - b) Encuentre las probabilidades para todo los valores de (X, Y) .
 - c) Encuentre $P[X = Y]$.
 - d) Encuentre $p_X(x)$ y $p_Y(y)$.
2. Un módem transmite una señal bidimensional (X, Y) dada por: $X = r\cos(2\pi\Theta/8)$ y $Y = r\sen(2\pi\Theta/8)$ donde Θ es una variable aleatoria discreta uniforme en el set $\{0, 1, 2, \dots, 7\}$.
 - a) Muestre el mapeo de S a S_{XY} . Es decir, el rango del par (X, Y) .
 - b) Encuentre la pmf conjunta de X e Y .
 - c) Encuentre la pmf marginal de X e Y .
 - d) Encuentre la probabilidad de los siguientes eventos: $A = \{X = 0\}$, $B = \{Y \leq r/\sqrt{2}\}$, $C = \{X \geq r/\sqrt{2}, Y \geq r/\sqrt{2}\}$, $D = \{X < -r/\sqrt{2}\}$.
3. Un punto (X, Y) es seleccionado aleatoriamente dentro de un triángulo definido por $\{(x, y) : 0 \leq y \leq x \leq 1\}$. Asuma que el punto puede caer en cualquier lugar con la misma probabilidad en el triángulo.
 - a) Encuentre la cdf conjunta de X e Y .
 - b) Encuentre la cdf marginal de X e Y .
 - c) Encuentre la probabilidad de los siguientes eventos en términos de la cdf conjunta $A = \{X \leq 1/2, Y \leq 3/4\}$, $B = \{1/4 < X \leq 3/4, 1/4 < Y \leq 3/4\}$.
4. La amplitud de dos señales X e Y tienen pdf conjunta: $f_{X,Y}(x, y) = e^{-x/2}ye^{-y^2}$ para $x > 0, y > 0$
 - a) Encuentre la cdf conjunta
 - b) Encuentre $P[X^{1/2} > Y]$.
 - c) Encuentre las pdf marginales.