Dos Variables Aleatorias–Parte III

Por: Dra. Victoria Serrano

Varianza de la Suma de dos Variables Aleatorias

$$VAR[X+Y] = VAR[X] + VAR[Y] + 2E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]$$

Covarianza

- La covarianza de dos variables aleatorias X e Y es

$$Cov[X, Y] = \sigma_{X,Y} = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$

- Es un valor que describe cómo el par de variables aleatorias X e Y varían en conjunto

Coeficiente de Correlación

- Es un parámetro que indica la relación de dos variables aleatorias sin importar las unidades de medida.
- Es una versión normalizada de $Cov[X,Y]$

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov[X,Y]}{\sqrt{VAR[X]VAR[Y]}} = \frac{Cov[X,Y]}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Correlación

- La correlación de X e Y es $r_{X,Y} = E[XY]$

Teoremas–Coeficiente de correlación

- Si $\hat{X} = aX + b$ y $\hat{Y} = cY + d$ entonces

1. $\rho_{\hat{X},\hat{Y}} = \rho_{X,Y}$
2. $Cov\left[\hat{X}, \hat{Y}\right] = ac\; Cov[X, Y]$

Teoremas-Correlación

$$Cov[X,Y] = r_{X,Y} - \mu_X \mu_Y$$

$$VAR[X+Y] = VAR[X] + VAR[Y] + 2\,Cov[X,Y]$$

Si $X = Y$,

$$Cov[X,Y] = VAR[X] = VAR[Y]$$

$$r_{X,Y} = E[X^2] = E[Y^2]$$

Teorema para Variables Aleatorias Independientes

- Para variables aleatorias independientes X e Y

$$E[g(X)h(Y)] = E[g(X)]E[h(Y)]$$
$$r_{X,Y} = E[XY] = E[X]E[Y]$$
$$Cov[X,Y] = \rho_{X,Y} = 0$$
$$VAR[X,Y] = VAR[X] + VAR[Y]$$